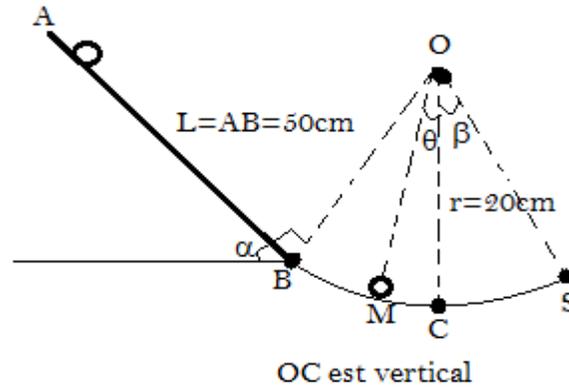


Exercice 1

I. Une bille de masse $m=30g$ se déplace sans frottement sur un trajet ABS représenté ci-dessous.



- AB est un plan incliné de longueur $AB=L=50cm$ faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontal
- BC est un arc de cercle de centre O et de rayon $r=20cm$.

A $t=0s$; la bille est lâchée sans vitesse au point A.

1. Déterminer l'expression de l'accélération de la bille sur le plan incliné. En déduire la nature du mouvement.
2. Déterminer l'équation horaire de la bille sur le plan incliné(le point A étant choisi comme l'origine des espaces).
3. Déterminer la date et la vitesse de la bille lors de son passage au point B.

La bille aborde la partie circulaire BS avec une vitesse $v_B = 2,20m \cdot s^{-1}$. La bille est repérée au point M par son abscisse angulaire $\theta = \widehat{MOC}$

Exprimer la vitesse de la bille en M en fonction de g, r, θ, α et v_B sachant que $\widehat{BOC} = \alpha$.

1. Exprimer l'intensité de la réaction \vec{R} de la bille en fonction de m, g, r, θ, v_B et α .
2. En quel point cette réaction est-elle maximale ? justifier et calculer cette valeur.

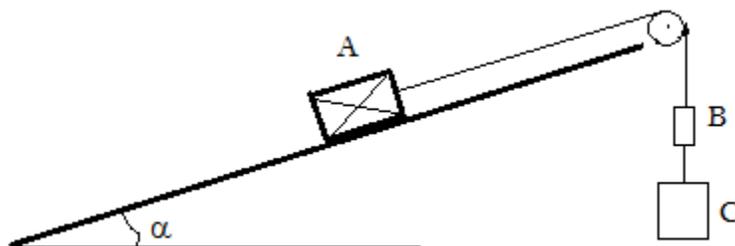
Déterminer la vitesse (direction et norme) \vec{v}_S de la bille au point S sachant que $\beta = \widehat{COS} = 20^\circ$

Exercice 2

Un corps A de masse $m=1kg$ peut glisser sans frottement sur un plan incliné OP d'un angle $\alpha = 30^\circ$ sur le plan horizontal. Ce corps est attaché par un fil inextensible et de masse négligeable, passant par la gorge d'une poulie P d'inertie négligeable, à un corps B de masse $m_1=400g$, auquel est suspendu un autre corps C de masse $m_2=200g$.

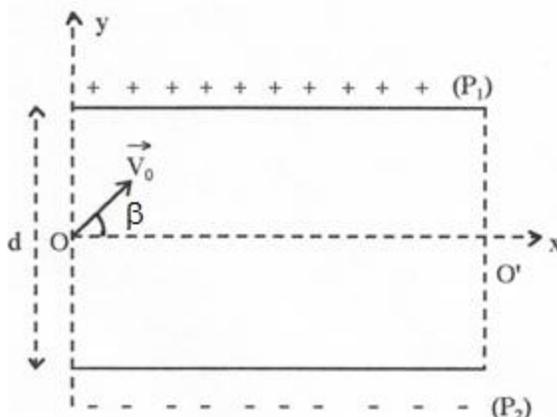
1. Le système est abandonné à lui-même, A se trouve en O, à la base du plan incliné
 - 1.1. Quelle est l'accélération prise par l'ensemble ?
 - 1.2. Quel est le temps mis pour parcourir 1,25m ?
 - 1.3. Quelle est la vitesse à cet instant ?
 - 1.4. Quelles sont les tensions des fils liant A à B et B à C ?
2. Après ce parcours de 1,25m, C bute sur un obstacle et se décroche.
 - 2.1. Calculer la nouvelle accélération du système.
 - 2.2. Calculer la distance parcourue par A depuis le départ durant la phase de montée
 - 2.3. Déterminer la nouvelle tension du fil

- 2.4. Au bout de combien de temps, mesuré depuis le départ de O, A sera-t-il de retour en bas du plan incliné ?



Exercice 3 : Données : Charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Masse de la particule α : $m = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Un faisceau de particules α (ions He^{2+}) pénètre entre les plaques horizontales P_1 et P_2 d'un condensateur à la vitesse de valeur $V_0 = 448 \text{ km.s}^{-1}$ dont la direction fait un angle $\beta = 45^\circ$ avec l'horizontale. La largeur de la plaque est $L = 10 \text{ cm}$; La distance entre les armatures est $d = 8 \text{ cm}$; La tension entre les armatures est U .



- 1) Etablir les équations horaires du mouvement d'une particule α entre les armatures du condensateur en fonction des paramètres du problème
- 2) Etablir l'équation du mouvement d'une particule α entre les armatures du condensateur
- 3) Déterminer la valeur de U pour que le faisceau sorte des armatures au point O' .
- 4) Déterminer les caractéristiques de \vec{v}_0 , des particules α à leur sortie en O'

Exercice 4 :

Des élèves se fixent comme objectif d'appliquer leurs connaissances en mécanique au « jeu de plongeon ». Ce jeu, réalisé à la piscine, consiste à passer au dessus d'une corde puis atteindre la surface de l'eau en un point le plus éloigné possible du point de départ avant de commencer la nage. Le bassin d'eau a pour longueur $L = 20 \text{ m}$ et est suffisamment profond. Le plongeur doit quitter un tremplin ; à ce moment son centre d'inertie G est à une hauteur $h_1 = 1,5 \text{ m}$ au dessus de la surface de l'eau. La corde, tendue horizontalement, est attachée à une distance $l = 1,6 \text{ m}$ du tremplin. Elle est à une hauteur $h_2 = 2 \text{ m}$ du niveau de l'eau (voir figure à la page suivante).

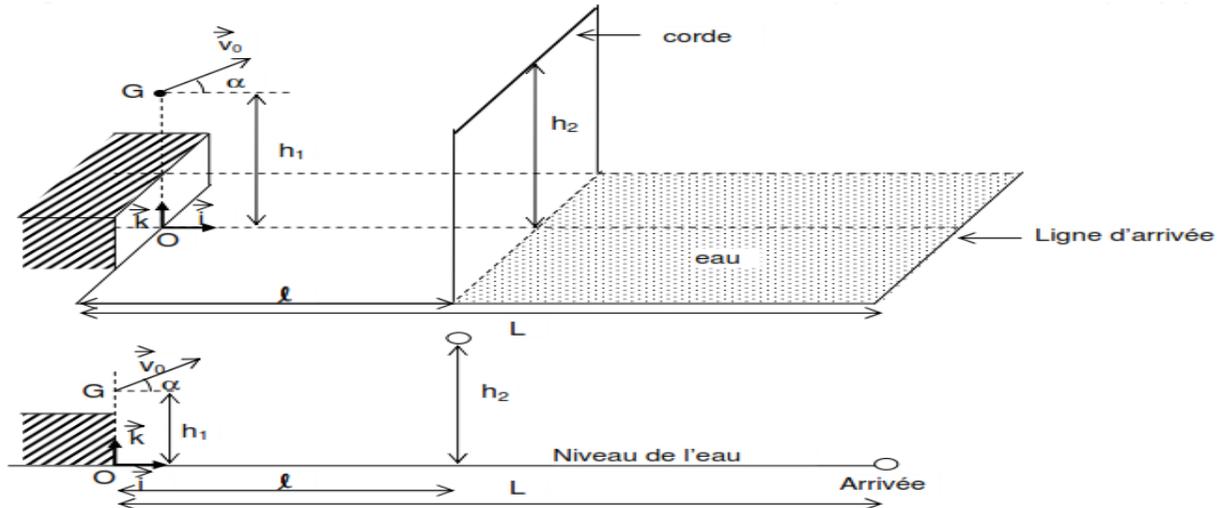
Au cours d'une simulation, les élèves font plusieurs essais en lançant, avec un dispositif approprié, un solide ponctuel à partir du point G . Les essais diffèrent par la valeur du vecteur-vitesse initial du solide ou par l'angle dudit vecteur avec l'horizontale.

Le mouvement du solide est étudié dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Le point O est le point d'intersection entre la

verticale passant par la position initiale de G et la surface de l'eau. La direction de l'axe \vec{l} est perpendiculaire au plan vertical contenant la corde, comme indiqué sur la figure.

On néglige les frottements et on prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

- 1- Lors d'un premier essai, le solide est lancé du point G, à la date $t = 0$, avec une vitesse \vec{v}_0 faisant un angle $\alpha = 45^\circ$ avec l'horizontal, valeur $v_0 = 8 \text{ m/s}$ et appartenant au plan vertical défini par (\vec{l}, \vec{k})
 - 1.1. Etablir les équations paramétriques du mouvement du solide. En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire
 - 1.2. Le solide passe-t-il au dessus de la corde ? Justifier la réponse.
 - 1.3. Au cas où le solide passe au dessus de la corde, quelle distance le sépare-t-il de la ligne d'arrivée lorsqu'il touche l'eau ?
 - 1.4. Calculer la norme du vecteur vitesse et l'angle que ce vecteur forme avec la verticale descendante lorsque le solide touche l'eau
- 2- Dans un second essai, les élèves voudraient que le solide touche l'eau en un point distant de 8 m de la ligne d'arrivée. Quelle doit être alors la valeur de la vitesse initiale pour $\alpha = 45^\circ$?



Exercice 5:

On considère un ressort (R) de masse négligeable, à spire non jointives, enfilé sur une tige OA. La tige est soudée en O à un axe de rotation verticale (Δ). L'une des extrémités du ressort est fixée en O tandis qu'à l'autre extrémité on accroche une bille B de masse $m = 200 \text{ g}$ couissant sans frottement sur la tige (voir figure 1). La longueur à vide du ressort est $l_0 = 20 \text{ cm}$ et sa raideur est $k = 50 \text{ N/m}$. la limite d'élasticité du ressort est atteinte lorsque la tension T prend la valeur limite $T_{\text{max}} = 5 \text{ N}$. On donne $g = 10 \text{ N/kg}$.

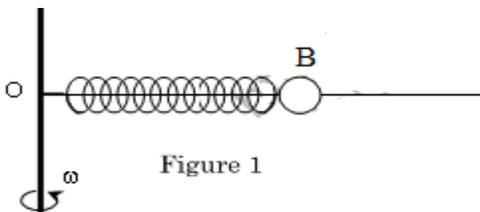


Figure 1

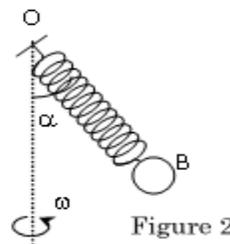
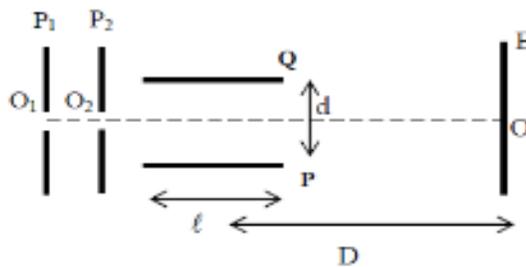


Figure 2

1. La tige OA tourne autour du point O à la vitesse angulaire $\omega=6\text{rad/s}$.
 - 1.1. Exprimer la longueur l_1 du ressort en fonction de m, k, ω et l_0 . Calculer l_1 .
 - 1.2. Quelle doit être la vitesse angulaire de rotation maximale pour ne pas détériorer le ressort ?
2. La tige OA est supprimée. Le système ressort-bille est maintenant fixé en O à l'axe de rotation vertical qui tourne à la vitesse angulaire ω_1 . A cette vitesse l'axe du système ressort-bille décrit un cône de demi-angle au sommet $\alpha = \frac{\pi}{3}$ (voir figure 2)
 - 2.1. Exprimer la vitesse angulaire ω_1 en fonction de $l_0, m, g, k, \text{ et } \alpha$. Calculer ω_1 .
 - 2.2. La limite d'élasticité du ressort a-t-elle été atteinte ? si non calculer la valeur maximale de l'angle α et la vitesse angulaire maximale à ne pas dépasser.

Exercice 6: Dans tout le problème, on supposera que le mouvement des ions a lieu dans le vide et que leur poids est négligeable.

- 1- Des ions Mg^{2+} sortant d'une chambre d'ionisation, pénètrent, avec une vitesse négligeable, par un trou O_1 , dans l'espace compris entre deux plaques verticales P_1 et P_2 . Lorsqu'on applique entre ces deux plaques une tension U_0 , les ions atteignent le trou O_2 avec la vitesse V_0 .
 - a) Quelle plaque (P_1 ou P_2) doit-on porter au potentiel le plus élevé ? pourquoi ?
 - b) Donner la valeur de V_0 en fonction de la charge q , de la masse m d'un ion et de U_0 .
 - c) Calculer la valeur de V_0 pour les ions $^{24}_{12}\text{Mg}^{2+}$ dans le cas où $U_0 = 4000\text{V}$. On prendra $m(^{24}_{12}\text{Mg}^{2+}) = 24u$; $u = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- 2- A la sortie de O_2 , les ions ayant cette vitesse \vec{V}_0 horizontale pénètrent entre les armatures P et Q d'un condensateur. On applique entre ces armatures une différence de potentiel positive U_{PQ} que l'on notera U, créant entre elles un champ électrique uniforme vertical.
 - a) Préciser les caractéristiques de la force électrique à laquelle chaque ion est soumis, on exprimera son intensité en fonction de q, U , et de la distance d entre les plaques P et Q.
 - b) Déterminer la nature de la trajectoire d'un ion à l'intérieur de ce condensateur lorsque U garde une valeur constante.
 - c) On dispose d'un écran vertical E à la distance D du centre des plaques de longueur l, trouver en fonction de q, m, U, V_0, l, D et d l'expérience de la distance $z = OM$, M étant le point d'impact d'un ion sur l'écran. La distance OM dépendra-t-elle des caractéristiques des ions positifs utilisés ? (on admet que la tangente à la trajectoire au point de sortie S du condensateur passe par le milieu de celui-ci)
 - d) Calculer la durée de la traversée du condensateur dans le cas où $l = 10\text{cm}$.



Exercice 7:

Depuis Galilée, les pendules pesants ont été l'objet d'études approfondies, car ils ont constitué du XIXe au XXe siècle, l'organe essentiel des horloges de précision.

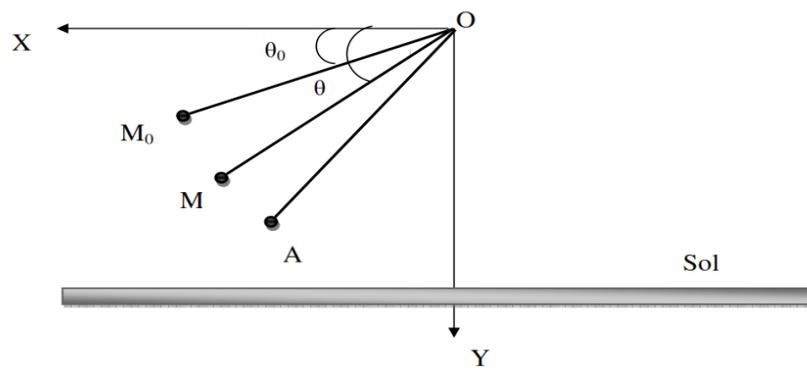
Un pendule pesant est constitué d'un solide pouvant pesant est constitué d'un solide pouvant osciller autour d'un axe fixe, de part et d'autre de sa position au repos, sous l'action de son poids. La balançoire, le porte-clés, le balancier d'une horloge en constituent des exemples.

Un modèle simplifié du pendule pesant est le pendule simple. Celui-ci est constitué d'un solide ponctuel suspendu en un point par un fil inextensible de longueur très supérieure à la dimension du solide.

On étudie le mouvement d'un pendule simple constitué d'une bille ponctuelle de masse $m=50\text{g}$ suspendue en un point fixe O par un fil inextensible de longueur $l=50\text{cm}$.

Initialement le pendule est en équilibre stable, le fil est alors vertical et le solide est en dessous de O. Dans toute la suite les frottements seront négligés.

1. Dans un premier temps, le système est écarté légèrement de sa position d'équilibre stable puis abandonné sans vitesse initiale. Le système effectue alors de part et d'autre de cette position d'équilibre, des oscillations périodiques, de faibles amplitudes, de période $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Evaluer la période de ces oscillations. Quelle devrait être la valeur de la longueur du fil pour que le pendule « batte la seconde » (une demi-oscillation dure 1 seconde) ? on prendra $g=9,8\text{m.s}^{-2}$
2. On écarte maintenant le fil du pendule de sa position d'équilibre jusqu'à la position définie par l'angle $\theta_0=(\vec{OX}, \vec{OM}_0)=15^\circ$ (voir fig ci-dessous) et on lance la bille dans le plan XOY avec le vecteur vitesse \vec{v}_0 dirigé vers le bas et tangent au cercle de rayon l et de centre O. On repère la position de la bille à un instant t par l'angle $\theta=(\vec{OX}, \vec{OM})$.



- 2.1. Par application du théorème de l'énergie cinétique établir l'expression de la vitesse de la bille en M en fonction de v_0, l, θ, θ_0 .
- 2.2. En utilisant le théorème du centre d'inertie au point M, établir l'expression de la tension T du fil en M en fonction de $v_0, l, \theta, \theta_0, g$ et m .
- 2.3. Exprimer la valeur minimale v_{0m} de la vitesse v_0 pour que la bille effectue un tour complet le fil restant tendu et la calculer.
- 2.4. Le pendule est à nouveau lancé à partir de M_0 avec un vecteur vitesse v'_0 dirigé vers le bas, tangent au cercle de rayon l et de centre O, de valeur $v'_0=4,15\text{m/s}$. Mais le fil casse quand la bille passe pour la 1^{ère} fois au point A repéré par l'angle $\alpha = (\vec{OX}, \vec{OA}) = 45^\circ$
 - 2.4.1. Déterminer les caractéristiques du vecteur \vec{v}_A de la bille au point A.
 - 2.4.2. Déterminer, dans le repère orthonormé (\vec{OX}, \vec{OY}) donné dans le schéma précédent, les équations horaires du mouvement de la bille après sa libération.
 - 2.4.3. En posant $u = l \cos \alpha - x$, montrer que, dans le repère orthonormé (\vec{OX}, \vec{OY}) l'équation de la trajectoire de la bille après sa libération s'écrit : $y = \frac{g}{2v_A^2 \sin^2 \alpha} u^2 + \frac{u}{\tan \alpha} + l \sin \alpha$
 - 2.4.4. Déterminer l'abscisse du point d'impact I de la bille sur le sol horizontal qui se trouve à une $h=1,5\text{m}$ au dessous du point O.

Exercice8:

Un sportif dans son véhicule démarre sans vitesse, en D, un mouvement sur une route rectiligne et horizontale (figure 2). La masse totale (sportif et véhicule) est de 90 kg.

1. La phase de démarrage, considérée comme une translation rectiligne, a lieu sur un parcours DE d'une longueur de 50 m. Au point E, la vitesse atteint la valeur de 5 m.s^{-1}

Pendant cette phase, la vitesse est proportionnelle au temps compté à partir de l'instant de démarrage.

1.1. Quelle est la nature du mouvement sur le parcours DE ? Justifier la réponse. Vérifier que l'accélération du mouvement sur ce parcours a pour valeur $0,25 \text{ m.s}^{-2}$

1.2. Etablir l'équation horaire du mouvement sur ce parcours.

1.3. Calculer la durée de la phase de et démarrage.

1.4. En admettant que le mouvement est dû à la résultante d'une force motrice constante parallèle au mouvement et d'une force de frottement constante, de norme égale au quart de la force motrice, de sens contraire au mouvement, calculer l'intensité de la force de frottement.

2. A partir du point E, le véhicule parcourt la distance EF = 1100 m à la vitesse constante de 5 m/s. A partir du point F, le sportif supprime la force motrice : le véhicule roule alors en roue libre et les frottements ont une valeur constante et égale à 7,5 N sur le parcours FA.

Le véhicule parcourt la distance FA et arrive au point A avec une vitesse nulle

2.1. Déterminer la distance FA.

2.2. Calculer la durée totale du parcours du point D au point A.

3. Le véhicule aborde en A, sans vitesse initiale, une piste AB, parfaitement polie, de forme circulaire et de plan vertical. Sa position M est repérée par l'angle $\theta = (\overline{OA}, \overline{OM})$

3.1. Exprimer en fonction de θ , r et g la vitesse du véhicule en M et exprimer l'intensité de la réaction du plan en ce point en fonction de m, g et θ .

3.2. Déterminer la valeur θ_1 de l'angle $(\overline{OA}, \overline{OM})$ quand le véhicule quitte la piste.

3.3. Montrer que le véhicule quitte la piste quand son accélération est égale l'accélération de la pesanteur g.

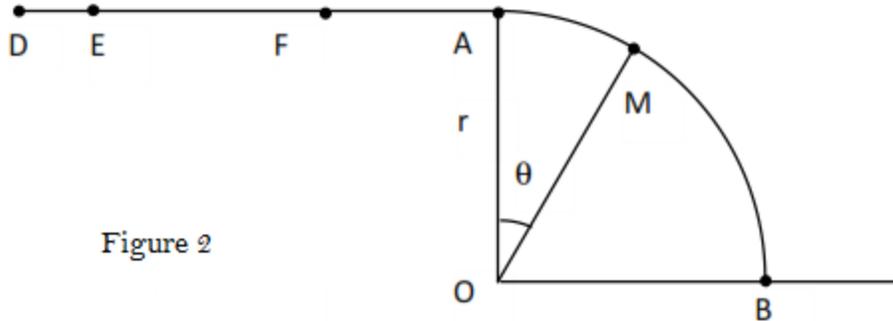


Figure 2

Exercices : Une gouttelette d'eau sphérique de rayon $r = 10 \mu\text{m}$ tombe verticalement dans l'air avec une vitesse constante v_0 . La valeur de la force de frottement fluide exercée par l'air, proportionnelle à v_0 , est donnée par la formule de **STOCKES** :

$$f = 6 \pi \eta_{\text{air}} r v_0, \text{ où } \eta_{\text{air}} \text{ est la viscosité de l'air.}$$

Montrer que la vitesse $v_0 = \frac{2r^2 \cdot g}{9\eta_{\text{air}}} (\rho_{\text{eau}} - \rho_{\text{air}})$; puis calculer la valeur de v_0

- 1) En considérant que la bille est animée d'un mouvement rectiligne uniforme
- 2) En considérant qu'au temps t , la gouttelette se déplace à la vitesse v (on trouvera d'abord son équation différentielle et en déduire v_0 en régime permanent)

Données : $\eta_{\text{air}} = 1,80 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$; $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\rho_{\text{air}} = 1,29 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

