

Exercice 1

La synthèse d'un composé organique de formule brute $C_6H_{12}O_2$ est schématisée sur l'organigramme suivant. Les flèches qui arrivent en un point renforcé ($\rightarrow\bullet$) indiquent les réactifs qui participent à la réaction considérée ; celle qui partent ($\bullet\rightarrow$) donnent les produits formés.

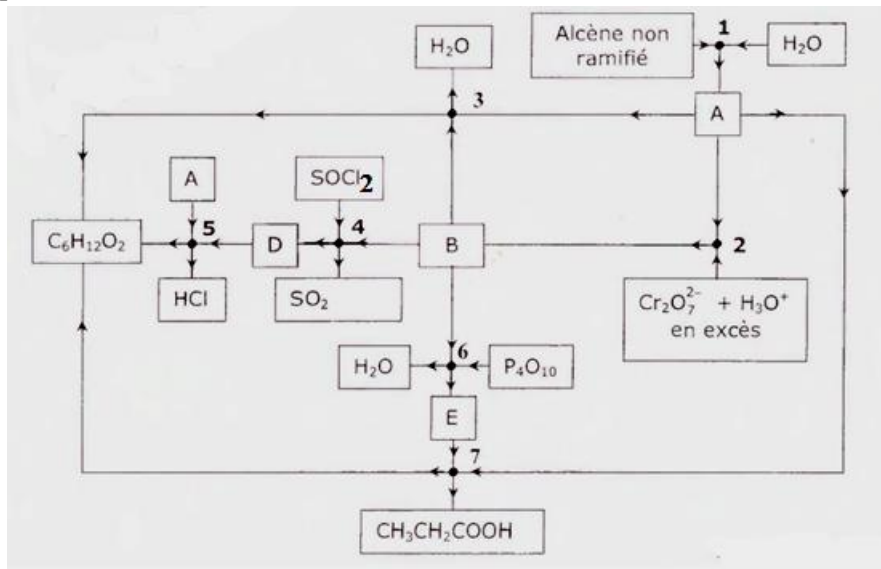
La réaction 1 donne deux produits A et A'. Ici on considère le produit A obtenu en minorité. On veut déterminer les composés notés A,B,D,E et l'alcène non ramifié.

Données :

- Ion dichromate en milieu acide ($Cr_2O_7^{2-} + H_3O^+$)
- Chlorure de thionyle : $SOCl_2$
- Décaoxyde de tétraphosphore : P_4O_{10}

1- Donner

- 1.1. Le nom de chacune des réactions : 3 ; 4 ; 5 et 6
- 1.2. Les caractéristiques des réactions 3 et 5



2- Reproduire et remplir le tableau ci-dessous.

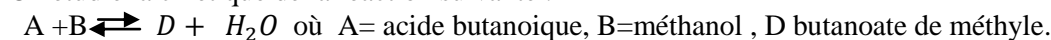
composés	Formule semi-développée	Fonction chimique	Nom officiel
A			
B			
D			
E			

3- Donner le nom et la formule semi-développée de :

- 3.1 l'alcène utilisé,
- 3.2 la molécule organique synthétisée de formule brute $C_6H_{12}O_2$.
- 4- Ecrire les équations-bilan des réactions 4 et 5

EXERCICE 2 :

On étudie la cinétique de la réaction suivante :



A la date $t=0$, on réalise un mélange équimolaire des réactifs A et B : $n_{0A} = n_{0B} = 1 \text{ mol}$.

Des mesures ont permis de déterminer les quantités de matière d'acide carboxylique présent dans le mélange réactionnel au cours de la synthèse et de tracer la courbe $n_A=f(t)$ (voir courbe ci-dessous).

Par exploitation de cette courbe :

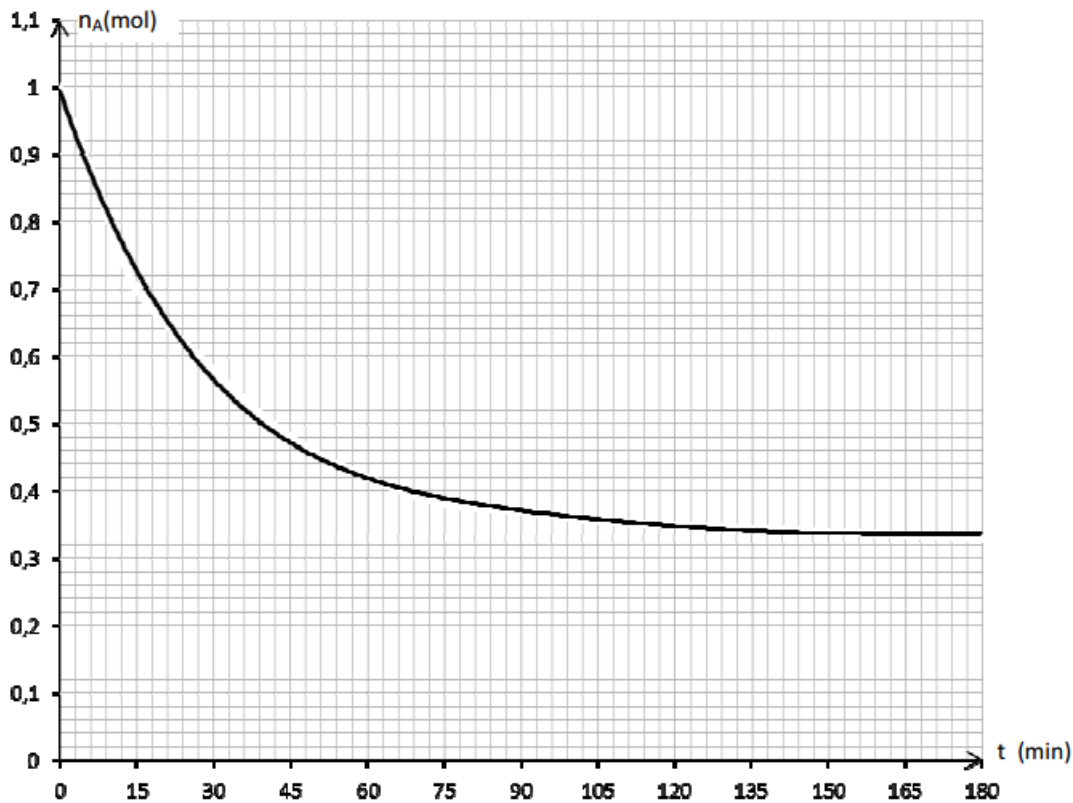
2.1. Trouver la date t_1 à laquelle la quantité d'acide carboxylique (n_A) présent dans le milieu, représente 42% de la quantité initiale (n_{oA}) de A

2.2. Déduire, à cette date t_1 , la quantité de matière de butanoate de méthyle formé.

2.3. Calculer la vitesse moyenne de disparition de l'acide carboxylique entre le début de la réaction et la date t_1

2-4. Déterminer la vitesse instantanée de disparition de l'acide carboxylique à la date $t=45$ min

2-5. Déterminer sans faire de calcul, la vitesse moyenne de disparition de l'acide carboxylique A entre les dates $t_2=165$ min $t_3=180$ min. Interpréter cette valeur



EXERCICE 3 :

Entre deux plaques P et P' d'un condensateur plan, des électrons de charge $q = -e$ et de masse m pénètrent en O avec la vitesse initiale v_0 . Le vecteur vitesse \vec{v}_0 est dans le plan (xOy) et fait un angle α avec l'axe (Ox) .

Le champ électrique \vec{E} est créé par une tension constante $U_{PP'} = U > 0$ appliquée entre les deux plaques ; la longueur des plaques est l et leur distance est d

1) Écrire la relation entre le vecteur accélération \vec{a} et le champ électrique \vec{E} .

2) Exprimer en fonction de U , v_0 , α , e , d et du temps t les coordonnées des différents vecteurs suivants:

a) accélération : \vec{a} ; b) vitesse : \vec{v} ; c) position : \vec{OM} .

3) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

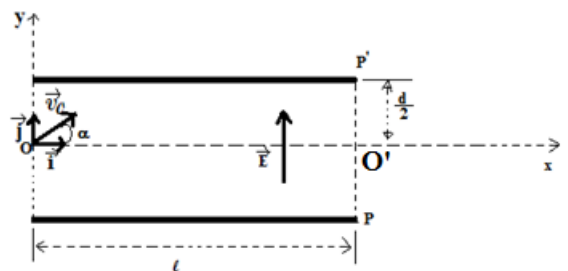
4) Calculer les coordonnées du point M où le vecteur vitesse devient parallèle à l'axe (Ox) . Trouver la relation liant v_0 , α , d , U , e et m pour que l'électron ne soit pas capté par la plaque supérieure.

5) On veut que l'électron ressorte en O' .

a) Déterminer la tension U à appliquer entre les plaques en fonction de α , l , d , v_0 , m et e .

b) Montrer alors que le vecteur vitesse en O' a la même valeur qu'en O , mais fait un angle $-\alpha$ avec l'axe (Ox) .

c) Calculer la valeur de U pour que l'électron ressorte en O' .



Données: $v_0 = 8.10^6 \text{ m.s}^{-1}$, $\alpha = 30^\circ$, $d = 7 \text{ cm}$; $l = 20 \text{ cm}$, $e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$ et $m = 9,1.10^{-31} \text{ kg}$.

EXERCICE 4 :

Une fronde est constituée par un objet ponctuel(M), de masse $m=50g$, accroché à l'une des extrémités d'un fil, de longueur $l=80cm$ et de masse négligeable, dont l'autre extrémité O est maintenue fixe.

On fait tourner la fronde autour de O, dans un plan vertical de manière que l'objet ponctuel (M) décrive un cercle de centre O.

Pour provoquer le mouvement, on communique à l'objet(M), quand le système est dans sa position d'équilibre OA, une vitesse horizontale \vec{v}_0 de norme $v_0=10m.s^{-1}$. On prendra $g=9,81 m.s^{-2}$

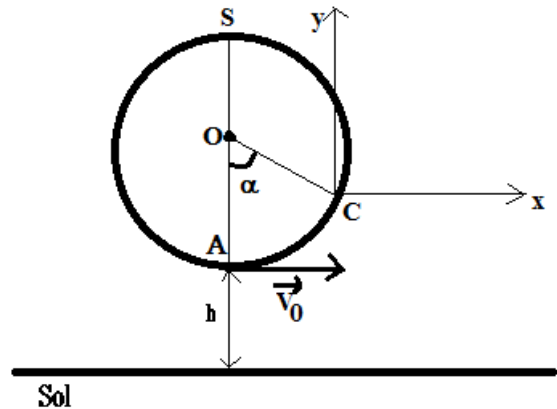
- 1) a) Etablir l'expression littérale V_S de la vitesse \vec{V}_S de (M) au point S, sommet de la trajectoire, on fonction de v_0 , l et g. Faire l'application numérique.

b) Etablir l'expression littérale de la norme T_S de la tension \vec{T}_S du fil quand l'objet (M) est S, en fonction de v_0 , m, l et g. Faire l'application numérique.

2) La fronde tourne dans le plan vertical. Quand l'objet (M) passe, en montant, au point C de sa trajectoire, il se détache du fil libéré. On néglige toute action de l'air sur (M).

Le rayon OC fait un angle $\alpha=40^\circ$ avec la verticale OA. Les point A se trouve à la distance : $h=20cm$ du sol horizontal.

- a) Déterminer les caractéristiques (direction , sens et norme) du vecteur vitesse \vec{V}_C de (M) au point C
- b) Etablir, dans le repère (C,x et y), l'équation littérale de la trajectoire de (M). Quelle est la nature de cette trajectoire ? Faire l'application numérique.
- c) Déterminer à quelle distance de P, point du sol sur la verticale de A, l'objet (M) touche le sol.
- d) Quelles sont les caractéristiques (direction , sens et norme) du vecteur vitesse \vec{V}_{Sol} de l'objet (M) à son arrivée au sol ?



Exercice 5 :

La Terre est assimilée à une sphère de rayon R_T et de masse M_T . Elle possède une répartition de masse à symétrie sphérique.

On suppose galiléen, le repère géocentrique dont l'origine coïncide avec le centre de la Terre et dont les axes ont une direction fixe par rapport aux l'étoiles.

1.1

1.1.1. Ecrire l'expression de l'intensité F de la force que la Terre exerce sur un corps ponctuel de masse $m=1kg$ placé à sa surface.

1.1.2. Dédurre de la question 1.1.1, l'expression de la masse M_T de la Terre en fonction de g_0 , R_T et G (constante gravitationnelle). Faire l'application numérique. On donne $G=6,67.10^{-11} SI$; $g_0=9,8m.s^{-2}$; $R_T=6370km$

1.2 Montrer qu'à l'altitude h au dessus de la Terre, l'intensité du champ de gravitation est donné par la relation

$$g = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2} \text{ où } g_0 \text{ est l'intensité du champ de gravitation Terrestre au niveau du sol}$$

2. Un satellite assimilé à un point matériel décrit une orbite circulaire dont le centre est confondu avec celui de la Terre. Il est à l'altitude h.

2.1. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

2.2. Etablir en fonction de g_0 , R_T et h, l'expression de :

2.2.1 La vitesse v du satellite ;

2.2.2 La période T du satellite ;

2.3 Calculer v et T du satellite

2.4 On pose $r=R_T + h$

2.4.1 Montrer que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est égale à une constante, énoncé cette loi

2.4.2 Exprimer le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ en fonction de M_T et G.

2.4.3. calcule la masse M_T de la Terre. Cette valeur est-elle compatible avec celle de la question 1.1.2 ? on donne $h=300km$.

Correction du devoir surveillé N°2

Exercice 1 (5pts)

1. Donnons

1.1 Le nom de chacune des réactions : 3 ; 4 ; 5 et 6

3 : Estérification directe ; 4 : réaction d'obtention du chlorure d'acyle ; 5 : Estérification indirecte ; 6 : Réaction d'obtention d'anhydride d'acide (déshydratation intermoléculaire) (0,25ptx4)

1.2 Les caractéristiques des réactions 3 et 5

3 : Lente, limitée (réversible), athermique (0,25pt)

5 : Totale et rapide (0,25pt)

2. Reproduisons et remplissons le tableau ci-dessous. (0,5ptx4)

composés	Formule semi-développée	Fonction chimique	Nom officiel
A	CH ₃ -CH ₂ -CH ₂ -OH	Alcool	Propan-1-ol
B	CH ₃ -CH ₂ -COOH	Acide carboxylique	Acide propanoïque
D	CH ₃ -CH ₂ -COCl	Chlorure d'acyle	Chlorure de propanoyle
E	CH ₃ -CH ₂ -COOOC-CH ₂ -CH ₃	Anhydride d'acide	Anhydride propanoïque

3. Donner le nom et la formule semi-développée de :

3.1 l'alcène utilisé : CH₃-CH=CH₂ prop-1-ène (0,25ptx2)

3.2 la molécule organique synthétisée de formule brute C₆H₁₂O₂

CH₃-CH₂-COOCH₂-CH₂-CH₃ propanoate de propyle (0,25ptx2)

4. Ecrire les équations-bilan des réactions 4 et 5

Réaction (4) : CH₃-CH₂-COOH + SOCl₂ → SO₂ + CH₃-CH₂-COCl + HCl (0,25pt)

Réaction (5) : CH₃-CH₂-COCl + CH₃-CH₂-CH₂-OH → CH₃-CH₂-COOCH₂-CH₂-CH₃ + HCl (0,25pt)

Exercice 2 (3pts)

2.1. Si n_A = 0,42 × 1 = 0,42 mol ; l'abscisse obtenue à partir du graphe vaut : t₁ ≈ 60 min. (0,5pts)

2.2. Déduction de la quantité de matière de D formée :

$$n_D^{\text{formé}} = n_A^{\text{réagi}} \text{ or } n_A^{\text{réagi}} = n_{0,A} - n_A^{\text{restant}} \Rightarrow n_D^{\text{formé}} = n_{0,A} - n_A^{\text{restant}} \quad \text{A.N : } n_D^{\text{formé}} = 1 - 0,42 = 0,58 \text{ mol}$$

$$n_D^{\text{formé}} = 0,58 \text{ mol} \quad (0,5pts)$$

2.3. Calcul de la vitesse moyenne entre t = 0 et t = t₁ = 60 min :

$$V_m = \frac{n_A(t_0) - n_A(t_1)}{t_1 - t_0} \quad \text{AN : } V_m = \frac{1 - 0,42}{60} = 9,67 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} \quad (0,5pts)$$

2.4. Vitesse instantanée à t = 45 min :

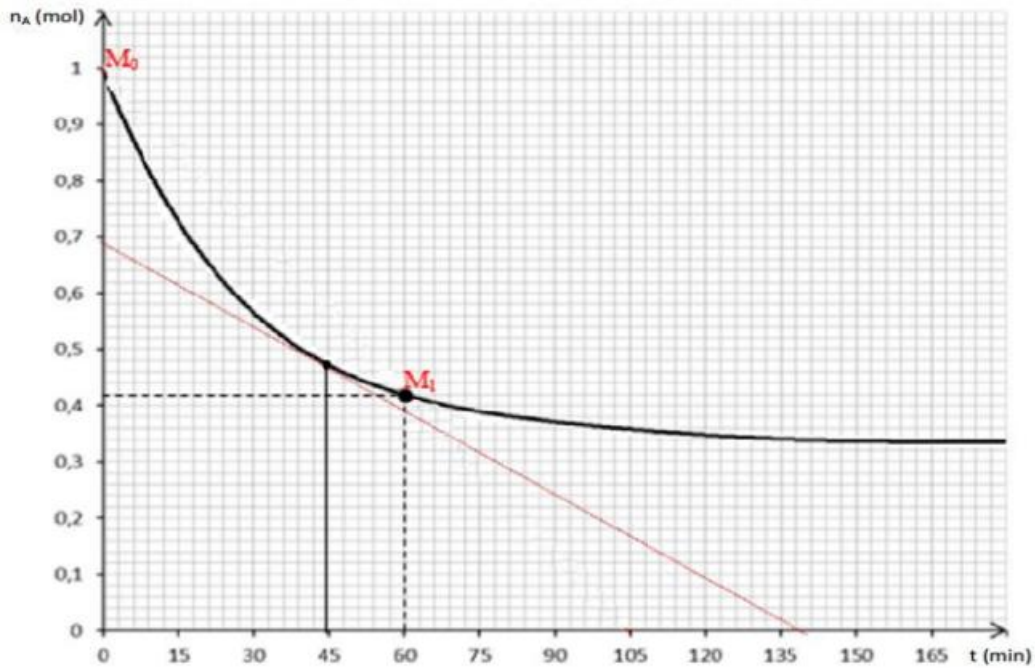
La vitesse instantanée est donnée par la relation: $V = -\frac{dn_A}{dt}$; graphiquement elle correspond à la

valeur absolue du coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse t = 45 min (voir courbe) :

On trouve : $V(t = 45 \text{ min}) \approx 5,11 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$ (1pt)

2.5. Détermination sans calcul de la vitesse moyenne entre t₂ = 165 min et t₃ = 180 min :

A partir de la date t ≈ 150 min, il n'y a plus variation de la quantité de matière de A : la vitesse moyenne est nulle ; la réaction est terminée. (0,5pt)



Exercice3 (4pts)

- 1) Écrivons la relation entre le vecteur accélération \vec{a} et le champ électrique \vec{E} .
Système : électron

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : \vec{F} électrique

Appliquons le Théorème du centre d'inertie : $\vec{F} = m\vec{a}$; $q\vec{E} = m\vec{a}$; $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ (0,25pt)

- 2) Exprimons en fonction de U, v_0 , a, e, d et du temps t les coordonnées des différents vecteurs suivants:

a) accélération : \vec{a}

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{eU}{m.d} \end{cases} \quad (0,25pt)$$

b) vitesse \vec{v}

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -\frac{eU}{m.d}t + v_0 \sin\alpha \end{cases} \quad (0,25pt)$$

c) position \vec{OM}

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_0(\cos\alpha)t \\ y = -\frac{eU}{2m.d}t^2 + v_0(\sin\alpha)t \end{cases} \quad (0,5pt)$$

- 3) Déterminons l'équation cartésienne de la trajectoire

$$Y = -\frac{eU}{2m.dv_0^2(\cos\alpha)^2}x^2 + x(\tan\alpha) \quad (0,25pt)$$

- 4) Les coordonnées du point M où le vecteur vitesse devient parallèle à l'axe (Ox).

Au point M $v_y = 0$; $-\frac{eU}{m.d}t_M + v_0 \sin\alpha = 0$; $\frac{eU}{m.d}t_M = v_0 \sin\alpha$

$$t_M = \frac{m.dv_0^2 \sin\alpha}{eU} \quad \text{d'où } y_M = -\frac{eU}{2m.d} \left(\frac{m.dv_0^2 \sin\alpha}{eU} \right)^2 + v_0(\sin\alpha) \frac{m.dv_0^2 \sin\alpha}{eU}$$

$$\text{Donc } y_M = \frac{m.dv_0^2(\sin\alpha)^2}{2eU}$$

$$x_M = v_0(\cos\alpha)t_M = v_0(\cos\alpha) \cdot \frac{m.dv_0^2 \sin\alpha}{eU} ; x_M = \frac{m.dv_0^2 \sin\alpha}{2eU}$$

$$\text{Il en résulte que M} \begin{cases} x_M = \frac{m.dv_0^2 \sin\alpha}{2eU} \\ y_M = \frac{m.dv_0^2(\sin\alpha)^2}{2eU} \end{cases} \quad (0,5pt)$$

Trouvons la relation liant v_0 , α , d , U , e et m pour que l'électron ne soit pas capté par la plaque supérieure : $y < \frac{d}{2}$ et $x = l$

$$-\frac{eU}{2m \cdot dv_0^2 (\cos\alpha)^2} l^2 + l(\tan\alpha) < \frac{d}{2}; \quad \frac{eU}{2m \cdot dv_0^2 (\cos\alpha)^2} l^2 > \frac{d}{2} - l(\tan\alpha) \quad (0,5\text{pt})$$

5-a) Déterminer la tension U à appliquer entre les plaques en fonction de α , l , d , v_0 , m et e .

$$\text{En } O' \ y=0 \text{ et } x=l \quad \frac{eU}{2m \cdot dv_0^2 (\cos\alpha)^2} l^2 = l(\tan\alpha) \text{ donc } U = \frac{m \cdot dv_0^2 \sin 2\alpha}{e l} \quad (0,5\text{pt})$$

5-b) Montrons alors que le vecteur vitesse en O' a la même valeur qu'en O , mais fait un angle $-\alpha$ avec l'axe (Ox).

- **Montrons que** $v_0 = v_{0'}$

D'après le théorème de l'énergie cinétique entre O et O' : $E_{CO'} - E_{CO} = W(\vec{F})$

$$\frac{1}{2} m v_{0'}^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = q \vec{E} \cdot \vec{OO'} \text{ or } \vec{E} \text{ est perpendiculaire à } \vec{OO'} \text{ on a}$$

$$\frac{1}{2} m v_{0'}^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 0 \text{ donc } v_{0'} = v_0 \quad (0,25\text{pt})$$

Montrons alors que le vecteur vitesse en O' fait un angle $-\alpha$ avec l'axe (Ox).

$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ et $v_{0'rx} = v_{0'} \cos\alpha'$; or $v_{0x} = v_{0'rx}$ donc $v_0 \cos\alpha = v_{0'} \cos\alpha'$; $\cos\alpha = \cos\alpha'$ d'où $\alpha = \alpha'$ ou $\alpha = -\alpha'$ **(0,25pt)**

5- c) Calculer la valeur de U pour que l'électron ressorte en O' .

$$U = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \times 7 \cdot 10^{-2} \times (8 \cdot 10^6)^2 \sin 2 \times 30}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,2} \text{ d'où } U = \underline{\underline{110\text{V}}} \quad (0,5\text{pt})$$

EXERCICE 4 : (4pts)

1) a) Etablir l'expression littérale V_S de la vitesse \vec{V}_S de (M) au point S, sommet de la trajectoire, en fonction de m , v_0 , l et g

système : l'objet (M)

référentiel : terrestre supposé galiléen

bilan des forces : le poids \vec{P} et la tension \vec{T}

D'après le théorème de l'énergie cinétique entre A et S : $E_{cS} - E_{cA} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$

$$\frac{1}{2} m v_S^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = -mg \cdot 2l \text{ il en résulte que } v_S = \sqrt{v_0^2 - 4gl} \quad (0,25\text{pt})$$

$$\underline{\underline{\text{Application numérique : } v_S = \sqrt{10^2 - 4 \times 9,8 \times 0,8} ; v_S = 8,8\text{m/s}}} \quad (0,25\text{pt})$$

b) Etablir l'expression littérale de la norme T_S de la tension \vec{T}_S du fil quand l'objet (M) est S, en fonction de v_0 , l et g

Appliquons le théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

projection sur \vec{n} : $T_S + mg = \frac{m}{l} \cdot v_S^2$ donc $T_S = \frac{m}{l} \cdot v_S^2 - mg$ d'où $T_S = \frac{m}{l} (v_0^2 - gl) - mg$; $T_S = \frac{m}{l} v_0^2 - 5mg$ **(0,25pt)**

$$\underline{\underline{\text{AN : } T_S = \frac{0,05 \times 10^2}{0,80} - 5 \times 0,05 \times 9,81 = 3,79 \text{ donc } T_S = 3,79\text{N}}} \quad (0,25\text{pt})$$

2) a) Déterminer les caractéristiques (direction, sens et norme) du vecteur vitesse \vec{V}_C de (M) au point C

- point d'application : C

- direction : fait un angle α par rapport à l'axe x

- sens : vers le haut

(0,5pt)

- norme : appliquons le TEC entre A et C ;

$$\frac{1}{2} m v_C^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -mgl(1 - \cos\alpha) ;$$

$$v_C = \sqrt{v_0^2 - 2gl(1 - \cos\alpha)} = \sqrt{10^2 - 2 \times 9,81 \times 0,8(1 - \cos 40^\circ)} \implies v_C = \underline{\underline{9,81\text{m/s}}}$$

b) Etablissons, dans le repère (C,x et y), l'équation littérale de la trajectoire de (M).

Système : Projectile

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : le poids \vec{P}

Appliquons le Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} = m\vec{a}$; $\vec{a} = \vec{g}$

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \end{cases} \vec{v}_C \begin{cases} v_{cx} = v_c \cos \alpha \\ v_{cy} = v_c \sin \alpha \end{cases} \text{ donc les équations horaires sont :} \\ \begin{cases} x = v_c (\cos \alpha) t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_c (\sin \alpha) t \end{cases} \quad t = \frac{x}{v_c \cos \alpha} ; y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_c \cos \alpha} \right)^2 + v_c (\sin \alpha) \frac{x}{v_c \cos \alpha} \\ y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_c \cos \alpha} \right)^2 + (\tan \alpha) x \quad \text{(0,5pt)}$$

Sa nature de cette trajectoire : parabolique (0,25pt)

Application numérique : $y = -0,08 x^2 + 0,84x$ (0,5pt)

c) Déterminons la distance de P, point du sol sur la verticale de A, l'objet (M) touche le sol.
 $y_P = -[l(1 - \cos \alpha) + h] = -[0,8(1 - \cos 40) + 0,2]$; $y_P = -0,387m$ (0,5pt)

$-0,387 = -0,08 x^2 + 0,84x$ en résolvant cette équation du second degré on trouve $x_1 = 10,9m$ l'autre x est négatif ; donc l'objet touche le sol en $x_S = l \sin \alpha + x_1$ donc $x_S = 11,4m$ (0,25pt)

d) les caractéristiques (direction, sens et norme) du vecteur vitesse \vec{v}_{Sol} de l'objet (M) à son arrivée au sol

$$\vec{v}_{sol} \begin{cases} v_x = v_c \cos \alpha \\ v_y = -gt_S + v_c \sin \alpha \end{cases} \text{ au sol } x_S = 11,4m \text{ donc } t_S = \frac{11,4}{9,814x \cos 40} = 1,45s$$

$$\vec{v}_{sol} \begin{cases} v_x = 9,814x \cos 40 \\ v_y = -9,814x \sin 40 \end{cases} \\ \vec{v}_{sol} \begin{cases} v_x = 7,518 \\ v_y = -7,90 \end{cases} \quad v_{sol} = \sqrt{7,518^2 + (-7,90)^2} = \frac{10,9m}{s} \quad \tan \beta = \frac{v_x}{v_y} = \frac{7,518}{-7,90} = -0,95 \text{ donc} \\ \beta = -43,58^\circ$$

- point d'application : S au sol
- direction : fait un angle $-43,58^\circ$ par rapport à la verticale (0,25pt)
- sens : vers le bas
- norme $v_{sol} = 10,9m/s$

Exercice 5 : (4pts)

1.1.1. Ecrivons l'expression de l'intensité F de la force que la Terre exerce sur un corps ponctuel de masse $m=1kg$ placé à sa surface.

$$F = \frac{G.Mm}{R^2} \quad \text{(0,25pt)}$$

1.1.2 Dédution de la question 1.1.1, l'expression de la masse M_T de la Terre en fonction de g_0 , R_T et G

$$g_0 = \frac{G.M_T}{R^2} \quad \text{d'où } M_T = \frac{g_0 R_T^2}{G} \quad \text{(0,25pt) AN : } M_T = \frac{9,8x(6370000)^2}{6,67.10^{-11}} \quad M_T = 5,96.10^{24}kg$$

(0,25pt)

1.2 Montrer qu'à l'altitude h au dessus de la Terre, l'intensité du champ de gravitation est donné par la relation

$$g = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

On a $F = mg = \frac{G.Mm}{(R+h)^2}$ ceci implique que $g = \frac{G.M}{(R+h)^2}$ or $G.M = g_0 R_T^2$ donc $g = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$ (0,25pt)

2.1. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme

Système : Satellite

Référentiel : géocentrique supposé galiléen

Bilan des forces : \vec{F} la force gravitationnelle

Appliquons le théorème du centre d'inertie : $\vec{F} = m\vec{a}$; $m\vec{g} = m\vec{a}$; $\vec{g} = \vec{a}$ or \vec{g} est centripète donc $a = a_n$ et $a_T = 0$ ceci implique que $\frac{dv}{dt} = 0$; $v = \text{constante}$ d'où le mouvement est uniforme (0,25pt)

2.2.1. Exprimons la vitesse en fonction de g_0 , R_T et h :

$$G = a_n \text{ ceci implique que } g_0 \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2} = \frac{v^2}{R_T+h} ; \quad v = R_T \sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}} \quad \text{(0,25pt)}$$

2.2.2. La période T du satellite en fonction de g_0 , R_T et h

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(R_T+h)}{v} \text{ en remplaçant } v \text{ par son expression on a } T = \frac{2\pi}{R_T} \sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}} \quad (0,25\text{pt})$$

2.3. Calculons v et T

$$v = 6370000 \times \sqrt{\frac{9,8}{6370000+300000}} = 7,72 \cdot 10^3 \quad v = 7,72 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad (0,5\text{pt})$$

$$T = \frac{2\pi}{6370000} \sqrt{\frac{(6370000+300000)^3}{9,8}} = 5,42810^3 \text{ s} \quad (0,5\text{pt})$$

2.4.1. Montrons que $\frac{T^2}{r^3} = \text{cte}$

$$\text{D'après la question précédente on a } T = \frac{2\pi}{R_T} \sqrt{\frac{r^3}{g_0}} \text{ en élevant au carré } T^2 = \frac{4\pi^2}{R_T^2} \times \frac{r^3}{g_0}$$

$$\text{Ceci implique que } \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{g_0 R_T^2} = \text{cte} \quad (0,25\text{pt})$$

Enoncé de la 3^e loi de Kepler : Le carré de la période de révolution est proportionnel au cube de la distance au Soleil. (0,25pt)

2.4.2 Exprimer le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ en fonction de M_T et G

$$\text{On } G.M = g_0 R_T^2 \text{ donc } \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M}$$

2.4.3 Calculons la masse M_T :

$$M_T = \frac{4\pi^2(R_T+h)^3}{GT^2} \quad \text{AN : } M = \frac{4\pi^2(6370000+300000)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \times (5428)^2} \quad M = 1,897 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cong 2 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (0,25\text{pt})$$

Oui cette valeur est compatible avec celle de la question 1.1.2. Les résultats sont sensiblement égaux (0,25pt)