Exercice4 :

3.1 :

3.1.1 :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_z = -gt + v_0\sin\alpha \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = v_0t\cos\alpha \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t\sin\alpha + h_1 \end{cases}$$

$$z = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha + h_1 = -\frac{1}{2}10\frac{x^2}{8^2\cos^2 45} + x + 1{,}5$$

$$z = -0{,}156\,x^2 + x + 1{,}5$$

3.1.2 :

$x = \ell = 1{,}6$ m $\rightarrow z_\ell = -0{,}156\,(1{,}6)^2 + 1{,}6 + 1{,}5 = 2{,}7$ m

Or $h_2 = 2$ m et $z_\ell > h_2$ donc le ballon passe au dessus de la corde.

3.1.3 :

$z = 0 \rightarrow -0{,}156\,x^2 + x + 1{,}5 = 0$

$\Delta = 1 + 4 \times 1{,}5 \times 0{,}156 = 1{,}94$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1{,}94}}{-2\times 0{,}156} = 7{,}7 \text{ m}$$

La distance qui sépare le solide de la ligne d'arrivée lorsqu'il touche l'eau est : $L - x = 20 - 7{,}7 = 12{,}3$ m

3.1.4 :

On applique le théorème de l'énergie cinétique au solde entre l'instant initial et l'instant où il touche l'eau .

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_1 \rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_1 + v_0^2} = \sqrt{2 \times 10 \times 1{,}5 + 64} = 9{,}7 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\sin\beta = \frac{v_0\cos\alpha}{v_2} = \frac{8 \times \cos 45}{9{,}7} = 0{,}58 \rightarrow \beta = 35{,}7°$$

3.2 :

$x_3 = 12$ m $\rightarrow z_3 = 0$

$$-\frac{1}{2}g\frac{x_3^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + x_3\tan\alpha + h_1 = 0 \rightarrow v_0 = \frac{1}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{gx_3^2}{2(x_3\tan\alpha + h_1)}} = 10{,}3 \text{ m.s}^{-1}$$

Exercice7 :

3.1 : **(0,5 pt)**

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{50.10^{-2}}{9,8}} = 1,42s$

La longueur du fil pour que le pendule "batte la seconde"

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \longrightarrow \ell = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{2^2 \times 9,8}{4\pi^2} \approx 1m$

3.2 :

3.2.1 : **(0,5 pt)**

Système matériel : la bille

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ et la tension du fil $\vec{T}$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique sur le système entre M_0 et M.

$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_{\vec{P}} + W_{\vec{T}}$ (1)

avec $W_{\vec{T}} = 0$ car $\vec{T}$ est perpendiculaire au déplacement et

$W_{\vec{P}} = mgh = mg\ell(sin\theta - sin\theta_0)$

(1) $\longrightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2g\ell(sin\theta - sin\theta_0)}$

3.2.2 : **(0,75 pt)**

Système matériel : la bille

Reférentiel : Terrestre

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ et la tension du fil $\vec{T}$

Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{T} = $ m $\vec{a}$ (2)

Repère de Frenet

Projection de (2) sur l'axe normal donne T - P$\sin\theta$ = ma_n $\longrightarrow$ T = P$\sin\theta$ + ma_n

soit $T = mgsin\theta + m\frac{v^2}{\ell} = mgsin\theta + \frac{m}{\ell}(v_0^2 + 2g\ell(sin\theta - sin\theta_0))$

d'où $T = \frac{mv_0^2}{\ell} + mg(3sin\theta - 2sin\theta_0)$

3.2.3 : **(0,5 pt)**

Pour effectuer un tour complet T ≥ 0 lorsque $\theta = \frac{3\pi}{2}$

soit $\frac{mv_0^2}{\ell} + mg(3sin\frac{3\pi}{2} - 2sin\theta_0) \geq 0$

$\longrightarrow \frac{mv_0^2}{\ell} \geq mg(3 + 2sin\theta_0) \longrightarrow v_0^2 \geq g\ell(3 + 2sin\theta_0)$

donc $v_{0m} = \sqrt{g\ell(3+2sin\theta_0)} = \sqrt{9,8 \times 0,5(3+2sin15)} = 4,15m/s$

3.2.4 :

3.2.4.1 : **(0,5 pt)**

$$\vec{v}_A \begin{cases} direction : tangentelatrajectoireaupointA \\ sensverslebas \\ intensit : v_A = \sqrt{4,15^2 + 2 \times 9,8 \times 0,5(sin45 - sin15)} = 4,65m.s^{-1} \end{cases}$$

3.2.4.2 : **(0,75 pt)**

Théorème du centre d'inertie sur la bille : $\vec{P} = m\vec{a} \longrightarrow \vec{a} = \vec{g}$

Projection de cette relation sur les axes donne :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} v_x = -v_A sin\alpha \\ v_y = gt + v_A cos\alpha \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x = -v_A t sin\alpha + \ell cos\alpha \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + v_A t cos\alpha + \ell sin\alpha \end{cases}$$

3.2.4.3 : **(0,5 pt)**

$u = \ell cos\alpha - x \longrightarrow x = \ell cos\alpha - u$ aussi $x = -v_A t sin\alpha + \ell cos\alpha$

soit $-v_A t sin\alpha + \ell cos\alpha = \ell cos\alpha - u \longrightarrow u = v_A t sin\alpha$

et on tire $t = \dfrac{u}{v_A sin\alpha}$

On remplace t par sa valeur dans l'équation $y = \frac{1}{2}gt^2 + v_A t cos\alpha + \ell sin\alpha$ pour obtenir

$y = \dfrac{g}{2v_A^2 sin^2\alpha}u^2 + \dfrac{u}{tan\alpha} + \ell sin\alpha$

3.2.4.4 : **(0,5 pt)**

Pour y = 1,5 m on tire les valeur de u par résolution de l'équation du second degré soient :

$u_1 = -3,05$ et $u_2 = 0,839$

d'où l'on tire les valeurs de x soient :

$x_1 = 3,40m$ et $x_2 = 0,297m$

$x_1 > \ell cos\alpha$ est impossible donc la solution est $x_2 = 0,297m$

Exercice8 :

4.1.1 : V = kt → a = $\dfrac{dv}{dt}$ = k = cte par ailleurs le mouvement est rectiligne → mouvement rectiligne uniformément varié.

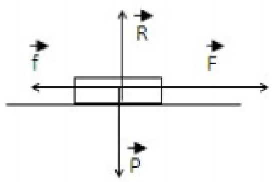
Valeur de a : $a = \dfrac{v^2}{2x} \rightarrow a = 0,25 m.s^{-2}$

4.1.2 : $x = \dfrac{1}{2}at^2 \rightarrow x = 0,125t^2$ avec un choix convenable du repère X'OX et de l'origine des temps.

4.1.3 : $t = \sqrt{\dfrac{x}{0,125}} \rightarrow t = 20s$

4.1.4 :

Système : véhicule + sportif



Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$, $\vec{F}$, $\vec{f}$

Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}$

Projection suivant X'X → F - f = ma → 4f - f = ma → $f = \dfrac{ma}{3}$ = 7,5 N

4.2 :

4.2.1 : Distance FA

Théorème de l'énergie cinétique entre F et A.

$E_C(A) - E_C(F) = \sum W \rightarrow 0 - \frac{1}{2}mv^2 = \sum W = -f \times \ell \rightarrow \ell = \frac{mv^2}{2f}$

A.N : $\ell = 150$ m

4.2.2 : Durée totale du parcours

$\Delta t = t_1 + t_2 + t_3$

Durée du freinage t_3

Durant le freinage $\vec{F} = \vec{f} = \vec{cte} \rightarrow$ mouvement rectiligne uniformément décéléré

$\rightarrow v^2(A) - v^2(F) = 2a'(x_A - x_F) \rightarrow 0 - v^2(F) = 2a'l \rightarrow a' = -\frac{v^2(F)}{2l}$

$\rightarrow v = a't_3 + v_F = 0$

$\rightarrow t_3 = \frac{2l}{v(F)} \rightarrow t_3 = 60s$

Durée de la phase uniforme EF

$t_2 = \frac{l'}{v} \rightarrow t_2 = \frac{1100}{5} = 220s$

Durée totale du parcours :

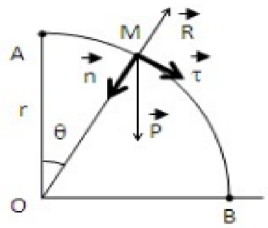
$\Delta t = 20 + 220 + 60 = 300$ s soit $\Delta t = 5$ min.

4.3.

4.3.1. Théorème de l'énergie cinétique entre A et M

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgr(1 - cos\theta) \rightarrow v^2 = 2gr(1 - cos\theta) \rightarrow v = \sqrt{2gr(1 - cos\theta)}$$

Théorème du centre d'inertie appliqué au solide en M : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$



Projection suivant $\vec{n} \rightarrow Pcos\theta - R = ma_n = m\frac{v^2}{r} \rightarrow R = mg(3cos\theta - 2)$

Projection suivant $\vec{n} \rightarrow Pcos\theta - R = ma_n = m\frac{v^2}{r} \rightarrow R = mg(3cos\theta - 2)$

4.3.2. Valeur de θ_1

Le véhicule quitte la piste si R $= 0 \rightarrow cos\theta_1 = \frac{2}{3} \rightarrow \theta_1 = 48$

4.3.3. Théorème du centre d'inertie $\rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

le véhicule quitte la piste $\rightarrow \vec{R} = \vec{0} \rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \rightarrow \vec{g} = \vec{a}$

Exercice9 :

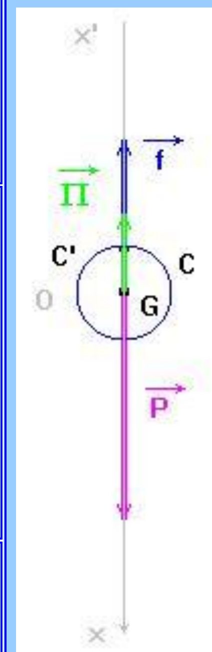
Solution :

- Système : gouttelette d'eau dans un référentiel terrestre supposé galiléen.
- Repère lié au référentiel : le mouvement étant rectiligne, on choisit le repère $\mathbf{R}\left(0, \vec{\mathbf{i}}\right)$ avec le vecteur $\vec{\mathbf{i}}$ vertical et orienté du haut vers le bas.
- Au cours de la chute, la gouttelette est soumise à

$\vec{P}$	Point d'application :	centre d'inertie **G**
	Direction :	verticale du lieu passant par **G**
	Sens :	du haut vers le bas
	Valeur :	$\mathbf{P = m \, . \, g = \rho_{eau} \, .V. \, g}$ exprimée en newton (N)

$\vec{\pi}$	Point d'application :	centre de poussée **C**
	Direction :	verticale du lieu passant par **C**
	Sens :	du bas vers le haut
	Valeur :	$\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{\rho}_{air} \, .\mathbf{V}. \, \mathbf{g}$ Exprimée en newton (N)

$\vec{f}$	Point d'application :	centre d'inertie **C'**
	Direction :	verticale du lieu passant par **G**
	Sens :	du bas vers le haut
	Valeur :	$\mathbf{f} = 6 \, \boldsymbol{\pi} \, \boldsymbol{\eta}_{air} \, . \, \mathbf{r} \, . \, \mathbf{v} = \mathbf{k} \, . \, \mathbf{v}$ (variable) exprimée en newton (N)



a)- On considère que la bille est animée d'un mouvement rectiligne uniforme en conséquence d'après la **réciproque du principe de l'inertie**.

Principe de l'Inertie

- **Dans un référentiel galiléen, si la somme vectorielle des forces extérieures qui s'exercent sur un système est égale au vecteur nul, son centre d'inertie G est animé d'un mouvement rectiligne uniforme.**

- **Réciproquement, dans un référentiel galiléen, si le centre d'inertie G d'un système est animé d'un mouvement rectiligne uniforme, alors la somme vectorielle des forces extérieures qui**

s'exercent sur le système est égale au vecteur nul :

- $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{v_G} = \overrightarrow{cte}$

- On en déduit que :

- $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = \vec{0} \quad (1)$

- Volume de la gouttelette : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

- On projette la relation (1) sur l'axe **x'Ox** , on obtient l'équation suivante :

- $$\begin{aligned}
&P - \Pi - f = 0\\
&\rho_{eau} V g - \rho_{air} V g - k \cdot v_0 = 0\\
&v_0 = \frac{\rho_{eau} V g - \rho_{air} V g}{k} = \frac{V g}{k}\left(\rho_{eau} - \rho_{air}\right)\\
&v_0 = \frac{2\, r^2 \cdot g}{9\ \eta_{air}}\left(\rho_{eau} - \rho_{air}\right)\\
&v_0 = \frac{2\left(10 \times 10^{-6}\right)^2 \times 9,80}{9 \times 1,8 \times 10^{-5}}\left(1,00 \times 10^3 - 1,29\right)\\
&v_0 \approx 1,2 \times 10^{-2}\ m/s
\end{aligned}$$

b)- Deuxième méthode (plus longue, mais elle permet de réviser). On considère qu'au temps **t**, la gouttelette se déplace à la vitesse **v**.

- La deuxième loi de Newton appliquée à la gouttelette permet d'écrire :

- $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$

- Le vecteur accélération vérifie à chaque instant dans le référentiel terrestre l'équation suivante :

- $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m \cdot \overrightarrow{a_G} \quad (1)$

- On projète la relation (1) sur l'axe x'Ox , on obtient l'équation suivante :

- $$\begin{cases} \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m \cdot \overrightarrow{a_G} \quad (1) \\ P - \Pi - f = m \cdot a_x \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} P = m \cdot g = P = m\ g = \rho_{eau} V g \\ \Pi = \rho_{air} V g \\ f = 6\pi \eta_{air} r\ v = k \cdot v_x \end{cases}$$
$$\rho_{eau} V g - \rho_{air} V g - k \cdot v_x = m \cdot a_x$$
$$\ddot{x} = \frac{\rho_{eau} V g - \rho_{air} V g}{m} - \frac{k}{m} \cdot v_x$$
$$\ddot{x} = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_{eau}}\right) - \frac{k}{m} \cdot v_x \quad (1')$$

- Pour obtenir une expression plus simple, on pose :

- $$\begin{cases} \alpha = \dfrac{k}{m} = \dfrac{6\pi \eta_{air} r}{\rho_{eau} V} \\ b = g\left(1 - \dfrac{\rho_{air}}{\rho_{eau}}\right) \end{cases} \Rightarrow \ddot{x} = b - \alpha \cdot v_x$$

- D'autre part : $\ddot{x} = \dfrac{dv_x}{dt} \Rightarrow \dfrac{dv_x}{dt} + \alpha \cdot v_x = b \quad (2)$

- On pose $\mathbf{v_x} = \mathbf{v}$

- Plus simplement : $\dfrac{dv}{dt} + \alpha \cdot v = b \quad (2)$

- Lorsque la vitesse limite $\mathbf{v_0}$ est atteinte,

- $$\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow \alpha \cdot v = b \Rightarrow v_0 = \frac{b}{\alpha}$$
$$v_0 = \frac{\rho_{eau} V \cdot g}{6 \pi \eta_{air} r} \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_{eau}}\right)$$
$$v_0 = \frac{V \cdot g}{6 \pi \eta_{air} r} \left(\rho_{eau} - \rho_{air}\right)$$

- Application numérique :

- Volume de la gouttelette : $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

- $$v_0 = \frac{2 r^2 \cdot g}{9 \eta_{air}} \left(\rho_{eau} - \rho_{air}\right)$$
$$v_0 = \frac{2 \left(10 \times 10^{-6}\right)^2 \times 9,80}{9 \times 1,8 \times 10^{-5}} \left(1,00 \times 10^3 - 1,29\right)$$
$$v_0 \approx 1,2 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

Exercice10

3.1 Exploitation des enregistrements :

3.1.1

a) V_{0X}= 10 m.s^{-1}

b) Nature du mouvement suivant Ox : mouvement rectiligne uniforme (ax =0 car Vx = Cte).

3.1.2

a) $V_{0Y\,(\text{à } t=0)}$ = 9 m.s^{-1}

b) Nature du mouvement suivant OY: mouvement rectiligne uniformément décéléré (ay = $\frac{dVy}{dt}$ = Cte)

3.1.3 Expressions de V_{0x} et V_{0y} : $V_{0x}= V_0\cos\alpha$ et $V_{0y}= V_0\sin\alpha$.

3.1.4 La valeur de V_O et celle de l'angle α: $V_0 = \sqrt{V_{ox}^2 + V_{oy}^2}$ $\Rightarrow$ **V_O=13,45 m.s^{-1}**

$\tan\alpha = \frac{V_{0y}}{V_{0x}} = \frac{9}{10}$ $\Rightarrow$ **$\alpha = 42°$**

3.2 Etude théorique du mouvement :

3.2.1 Théorème du centre d'inertie : $\vec{P}$ = m.$\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

3.2.2 Les équations horaires V_x et V_y :

Vx et Vy sont respectivement les primitives de ax = 0 et ay = - g

Vx = cte = V_0x

$V_y = -g.t + V_{oy} = -9{,}8.t + 9$

Ce qui est en accord avec les graphes des figure 1 et 2.

3.2.3 Les équations horaires x(t) et y(t)

$$\begin{cases} x(t) = 10t \\ y(t) = -4{,}9t^2 + 9t + 2{,}62 \end{cases}$$

Equation de la trajectoire : $y = -0{,}049x^2 + 0{,}9x + 2{,}62$