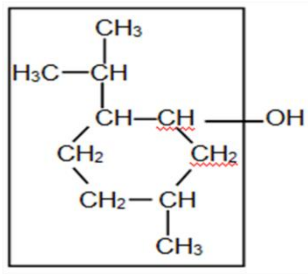
COMPOSITION DE SCIENCES PHYSIQUES DU 1ER SEMESTRE

CHIMIE *(8points)*

EXERCICE 1 : LA MENTHE POIVRÉE (5points)

La menthe poivrée, calmante (maux de tête, coups de soleil) mais aussi stimulante, digestive, antispasmodique et antiseptique est bien connue pour ses bienfaits depuis des siècles.

Utilisée en parfumerie, son huile essentielle contient un ester très odorant: l'éthanoate de menthyle que l'on peut synthétiser en laboratoire, à partir de menthol et d'un acide carboxylique.



1. PRÉLIMINAIRES : ***(1,5pt)***

Le menthol a pour formule semi-développée :

Dans la suite de l'exercice, on le notera pour simplifier R–OH R est le groupement encadré ci-contre.

1.1. À quelle famille chimique appartient le menthol ? **(0,25pt)**

1.2. Donner le nom et la formule semi-développée de l'acide carboxylique qui, par réaction avec le menthol, permet de synthétiser l'éthanoate de menthyle. **(0,5pt)**

1.3. À l'aide des formules semi-développées **(simplifiée pour le menthol)**, écrire l'équation de la réaction de synthèse de l'ester. **(0,25pt)**

1.4. On mélange à l'instant initial 0,10 mol d'acide carboxylique précédent et 0,10 mol de menthol quel est le rendement théorique de l'estérification. **(0,5pt)**

2. SYNTHESE DE L'ETHANOATE DE MENTHYLE. (0,5pt)

Protocole expérimental de l'expérience n°1:

Afin de synthétiser l'éthanoate de menthyle, on introduit dans un erlenmeyer maintenu dans la glace :

- *0,10 mol d'acide carboxylique précédent*
- *0,10 mol de menthol*
- *quelques gouttes d'acide sulfurique concentré*

On répartit de façon égale le mélange dans 10 tubes à essais que l'on surmonte d'un réfrigérant à air.

On plonge simultanément les 10 tubes dans un bain marie thermostaté à 70°C et on déclenche le chronomètre.

À intervalles de temps réguliers, on place un tube à essai dans un bain d'eau glacée et on dose l'acide restant par une solution d'hydroxyde de sodium ($Na^+_{(aq)}$ + $HO^-_{(aq)}$) en présence d'un indicateur coloré approprié.

Les résultats obtenus permettent de tracer la courbe d'évolution de la quantité de matière d'ester formée en fonction du temps ($n_{ester\ formé} = f(t)$) donnée en **ANNEXE graphique A :**

2.1. Pourquoi faut-il placer les tubes à essais dans la glace avant titrage ? Justifier votre réponse. ***(0 ,25point)***

2.2. Écrire, à l'aide des formules semi-développées, l'équation de la réaction associée au titrage de l'acide carboxylique par la solution d'hydroxyde de sodium. ***(0 ,25point)***

3. EXPLOITATION DES RÉSULTATS : (0,5pt ; 0,5pt ; 0,5pt ; 0,5pt ; 0,5pt , 0,5pt)

3.1. Dresser un tableau d'avancement associé à la réaction écrite en 1.3 et déterminer x_{max}.

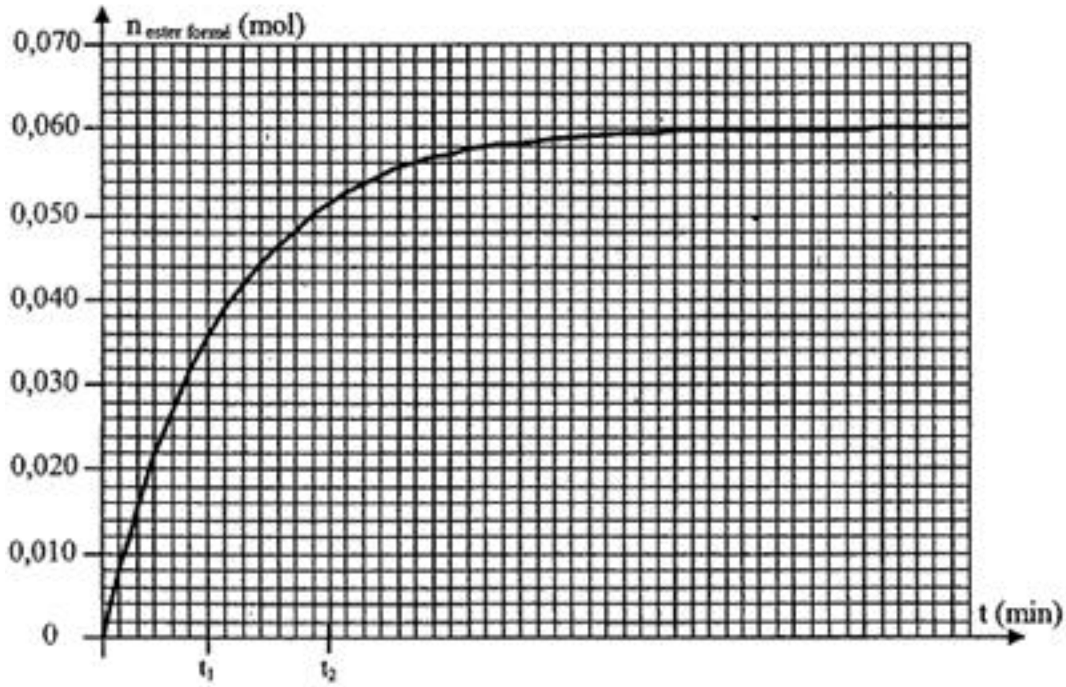
3.2. À l'aide de la courbe précédente, calculer le rendement de la réaction. Conclure.

3.3. Comment évaluer graphiquement la vitesse de la réaction ?

3.4. Comparer les vitesses v_1 (à $t = t_1$) et v_2 (à $t = t_2$) et justifier l'évolution de la valeur de la vitesse de la réaction au cours du temps.

3.5. Donner l'expression de la vitesse moyenne entre les dates t_1 et t_2

3.6. Déterminer l'avancement au temps de demi-réaction. En déduire en fonction de t_1 une valeur approchée de $t_{1/2}$



Graphique A

<u>EXERCICE 2:</u> **<u>SOLUTION COMMERCIALE D'ACIDE CHLORHYDRIQUE:</u>** **(*3points)***

on trouve dans le commerce des solutions concentrées d'acide chlorhydrique. L'étiquette d'un flacon commercial porte les indications suivantes :

- **Densité (par rapport à l'eau) : 1,18**
- **35% d'acide pur HCl (pourcentage en masse)**

a) Calculer la masse d'acide pur HCl contenu dans la solution commerciale (O,5pts)
b) Déterminer le nombre de moles d'acide pur HCl (O,75pts)
c) Déterminer la concentration en mol/L d'acide pur HCl. (O,75pts)
d) On veut préparer 500mL d'une solution à 1mol.L^{-1} d'acide chlorhydrique par dilution d'un volume V d'acide commerciale. Déterminer V. (1pts)

Donner : masse molaire de HCl= 36,5g/mol volume de la solution commerciale :1L
masse de la solution commerciale : 1,18kg

<u>PHYSIQUE</u> : (12 points).

<u>EXERCICE3 :</u> *(3 points)*

On comprime à l'aide d'un solide(S) de masse M, un ressort de raideur k de longueur à vide l_0=25cm, d'une longueur x_0=5cm et on libère sans vitesse initiale. Le solide (S) percute une bille (B) de masse m placée au point B (voir figure). Le choc est parfaitement élastique. Les frottements sont supposés négligeables sur toutes les parties sauf sur le trajet (BC). On donne M=30g ; m=10g ; g=10m.s^{-2} et k=300N/m.

<u>1ère partie :</u> mouvement sur (ABC)

Déterminer V_1 du solide (S) au point B juste avant le choc. *(0,25pt)*

En utilisant la conservation de quantité de mouvement et des énergies, montrer que la vitesse de la bille(B) après le choc vaut V_2=7,5 m/s. *(0,25pt)*

La bille aborde le tronçon (BC) de longueur L=50cm et atteint le point C avec la vitesse V_C= 6m/s. calculer la valeur de f de la force de frottement. *(0,25pt)*

<u>2ème partie</u> : mouvement sur l'arc (CD)

La partie (CD) est un arc de cercle de centre O et de rayon r=6m. La bille est repéré à chaque instant par son abscisse angulaire θ=($\widehat{COM}$)

Déterminer l'expression de la vitesse de la bille au point M en fonction g,r, V_C et θ *(0,25pt)*

a) Déterminer l'expression de la réaction R de la bille (B) au point M en fonction de m, g, r, V_C et θ *(0,5pt)*

b) calculer la valeur de l'angle θ_1 au point E où la bille quitte l'arc CD *(0,25pt)*

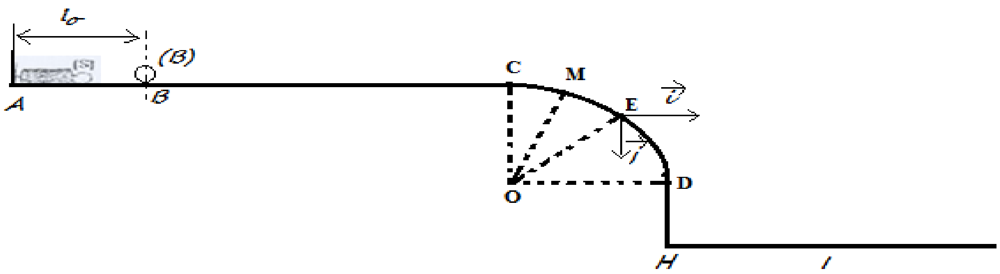
<u>3ème partie :</u> mouvement de chute libre

A l'instant t=0, la bille (B) quitte avec la vitesse $\vec{v}_0$ de norme v_0=7,2m/s faisant un angle θ_1=30° avec l'horizontale.

Etablir les équations du mouvement de la bille au-delà du point E dans (E, $\vec{i}$, $\vec{j}$). ***(0,5pt)***

Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille. ***(0,25pt)***

Donner les caractéristiques du vecteur-vitesse $\vec{v}_1$ de la bille au point I situé au sol à une distance h=5m du point E (valeur et direction par rapport à l'horizontal) ***(0,5pt)***



EXERCICE 4 : S A T E L L I T E S D E L A T E R R E ***(4points)***

1°)On suppose que la Terre a une distribution de masse à symétrie sphérique de centre **O**.

a) Donner l'expression de l'intensité g_h du champ gravitationnel $\vec{g}_h$, créé par la Terre à une altitude **h**, en fonction de : G, constante de gravitation universelle, R_T, rayon terrestre, **h** et M_T, masse de la Terre. ***(0,25pt)***

b) En déduire l'expression littérale de M_T en fonction de g_0, G et R_T. ***(0,25pt)***

c) Calculer numériquement M_T. ***(0,25pt)***

2°) On admet qu'un satellite de la Terre, assimilé à un point matériel **S** de masse m_S, est soumis uniquement à la force gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par la Terre. Il est supposé décrire, à l'altitude **h**, dans le référentiel géocentrique, une trajectoire circulaire de centre **O**.

a) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. ***(0,25pt)***

b) Exprimer la norme V_S de la vitesse du satellite et sa période T_S en fonction de : M_T, G, R_T et **h**.

c) Faire l'application numérique pour : $h = R_T$. ***(0,25x2pt)***

d) On pose : $r = R_T + h$. Montrer que le rapport : $\frac{r^3}{T_S^2}$ est égal à une constante que l'on exprimera en fonction de M_T et de G et que l'on calculera numériquement. ***(0,5pt)***

3°) Le tableau ci-dessous comporte des données relatives à deux types de satellites artificiels de la Terre, supposés en mouvements circulaires uniformes dans le référentiel géocentrique.

Nom du satellite	***Météosat***	***Spot***
Dates de lancement	1977 et 1981	1986 et 1990
Altitude (en km)	35 800	832
Période de révolution(min)	1 436	102
Champ d'observation au sol	Moitié de la surface terrestre	Carré de 3 600 km²

a) L'un de ces satellites est dit <u>*géostationnaire*</u>. Indiquer lequel et justifier la réponse. ***(0,25pt)***

b) Quel est le plan de la trajectoire de ce satellite et son sens de rotation. Justifier les réponses. ***(0,25pt)***

c) Quelles utilisations a-t-on de ce type de satellites ? ***(0,25pt)***

4°) Exprimer l'énergie mécanique du satellite géostationnaire (on prendra comme état de référence l'infini). Faire l'application numérique on prendra m=1t. ***(0,5pt)***

4-1 Avec quelle vitesse devrait-on lancer un tel satellite depuis l'altitude géostationnaire pour qu'il échappe à l'attraction terrestre ? ***(0,5pt)***

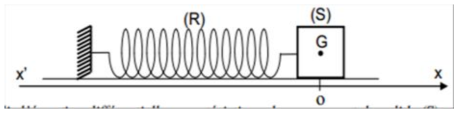
4-2 Définir et calculer la vitesse de libération d'un satellite depuis le sol terrestre. ***(0,5pt)***

<u>Données</u> : G : constante de gravitation universelle = $6,67.10^{-11}$ u S.I.
R_T : rayon moyen de la Terre = 6 380 km ; $g_0 = 9,81$ m.s^{-2}.
T_T : période de rotation sidérale de la Terre = 86 164 s.

EXERCICE 5 : ***(5 points)***

NB : les valeurs de la vitesse sur l'axe doivent être multipliées par π.

On considère un pendule élastique formé par un solide (S) de masse m et un ressort (R) à spires non jointives et de raideur K. Le pendule peut se déplacer sur un plan horizontal parfaitement lisse.

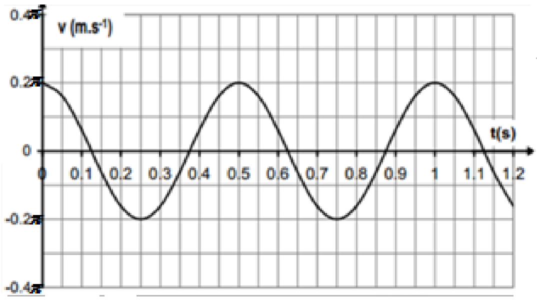


1) Etablir l'équation différentielle caractéristique du mouvement du solide (S). ***(0,25pt)***

2) Sachant que cette équation différentielle admet une solution de la forme $x(t)= X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$.

a . Etablir la relation entre (Vm et Xm) et (φ_v et φ_x) on donne : $\cos(\omega_0 t) = \sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$.

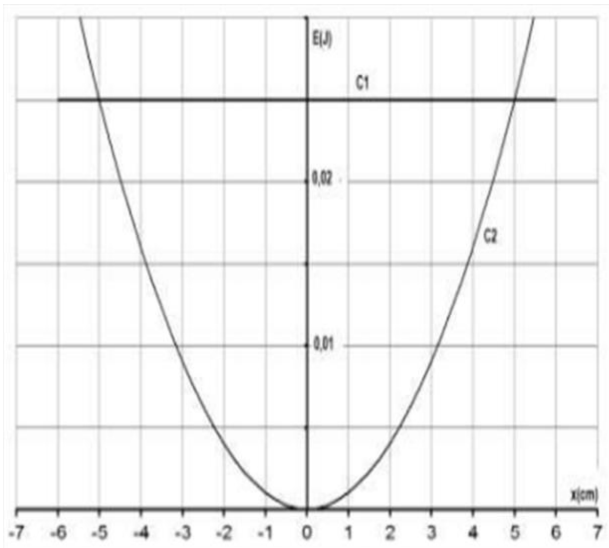
b . Ci-dessous on donne le chronogramme de la variation de la vitesse en fonction du temps, v= f(t) :



Déterminer : T_0, V_m, φ_v et X_0.et ω_0. Déduire Xm et φ_x, puis écrire x(t). ***(a 0,75pt ; b 0,25x7pt)***

3) Montrer que l'énergie mécanique du pendule élastique se conserve au cours du temps. ***(0,25pt)***

4) Le graphe suivant représente les courbes Ep= f(x) et E= g(x) ou Ep et E représentent respectivement l'énergie potentielle et l'énergie mécanique du pendule élastique.



a . Identifier chacune des deux courbes en justifiant la réponse. ***(0,5pt)***

b . En exploitant le graphe, déterminer la raideur K du ressort et la masse m du solide. ***(0,5pt)***

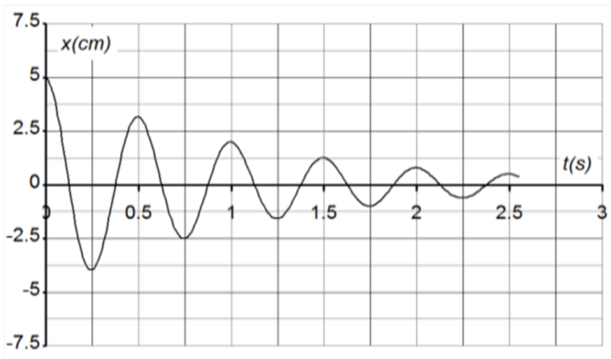
c . Déterminer l'énergie cinétique du solide lorsqu'il passe par le point d'abscisse x=4cm. ***(0,25pt)***

5) Le solide (S) est maintenant soumis à des forces de frottement de type visqueux $\vec{f}$= - h.$\vec{V}$

a . L'équation différentielle du mouvement du solide (S) est : $\frac{d^2x}{dt^2}$ + 4 ,96 $\frac{dx}{dt}$ + 157,91.x =0.

Trouver la valeur du coefficient du frottement h. ***(0,25pt)***

b . La courbe relative à l'élongation du centre d'inertie en fonction du temps, x(t) est donnée par le graphe suivant :



- Nommer le régime d'oscillation. ***(0,25pt)***

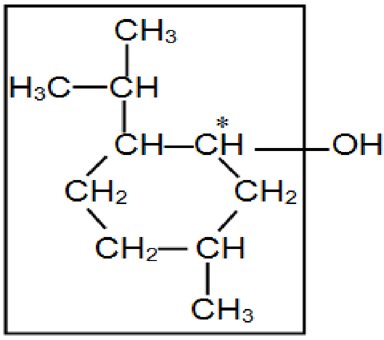
- Calculer la variation de l'énergie mécanique du pendule entre t_1=0s et t_2=1,5s. ***(0,25pt)***

Fin du sujet

CORRECTION DE LA COMPOSITION DU 1ER SEMESTRE T^{e} S2

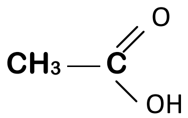
EXERCICE1 : LA MENTHE POIVRÉE

1. PRÉLIMINAIRES : (1,5pts)



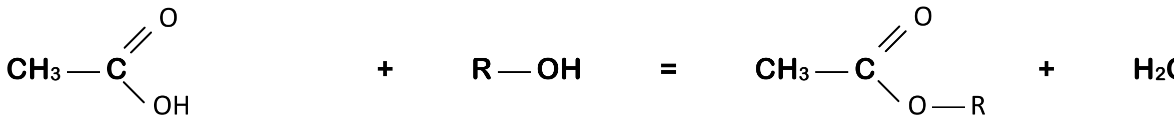
1.1. Le **menthol** possède le groupe caractéristique hydroxyle –OH, il appartient donc à la famille des **alcools**. **(0,25pt)**
Remarque: l'alcool est de classe secondaire: le carbone C* étant relié à deux autres atome de carbone.

1.2. L'acide carboxylique utilisé pour la synthèse de l'**éthan**oate de menthyle est **l'acide éthanoïque** (acide acétique) de formule semi-développée:



(0,25pt)

1.3. L'équation de la réaction de synthèse est:



(0,5pt)

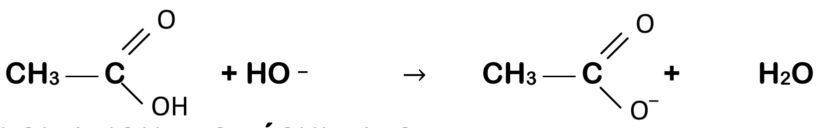
acide éthanoïque (*l*)+ menthol (*l*) éthanonate de menthyle(*l*) + eau (*l*)

1.4. On mélange à l'instant initial 0,10 mol d'acide carboxylique précédent et 0,10 mol de menthol.
Le rendement théorique de l'estérification est 60% **(0,5pt)**

2. SYNTHESE DE L'ETHANOATE DE MENTHYLE.

2.3. Un tube à essais est placé dans de la glace avant le titrage, afin de réaliser **une trempe** de la réaction dans le tube. La température est un facteur cinétique, une température très faible ralentit très fortement la vitesse volumique de réaction. Ainsi entre l'instant de la trempe et l'instant du titrage, la composition du système chimique n'évolue pas. Le dosage sera révélateur de la composition du système chimique à l'instant de la trempe. **(0,25pt)**

2.4. L'équation de la réaction associée au titrage de l'acide carboxylique par la solution d'hydroxyde de sodium est:



(0,25pt)

3. EXPLOITATION DES RÉSULTATS :

3.1. Tableau d'avancement: **(0,5pt)**

Équation		CH_3-COOH +	ROH →	CH_3-COOR +	H_2O
État	Avancement	Quantités de matière			
Initial	0	0,10	0,10	0	0
Intermédiaire	x	0,10 – x	0,10 – x	x	x
Final	x_f	0,10 – x_f	0,10 – x_f	x_f	x_f

Remarque: l'eau n'est pas le solvant ici, c'est un produit de la réaction comme l'ester. Initialement, il n' y a pas d'eau dans le système chimique.

En supposant que la transformation est totale, alors les réactifs seront totalement consommés donc
$x_f = x_{max}$ et le mélange étant stœchiométrique il vient:

$0,10 - x_{max} = 0$ soit $x_{max} = 0,10$ mol **(0,5pt)**

3.2. Le rendement de la réaction est: $\rho = \frac{n_{\text{ester formé}}}{n_{\text{maximale d'ester}}} = \frac{x_f}{x_{max}}$

Sur le graphique A on peut lire: $n_{\text{ester formé}}$ = 0,060 mol donc finalement: $\rho = \frac{0,060}{0,10} = 0,60$ **= 60 %**

(0,25pt)

Comme ρ < 100 % la réaction n'est pas totale mais limitée. **(0,25pt)**

3.3. Par définition la vitesse volumique de la réaction à l'instant t est: $v(t) = \frac{1}{V}.\left(\frac{dx}{dt}\right)_t$

où V est le volume du mélange réactionnel (V est constant) et x l'avancement.

D'après l'équation $n_{\text{ester formée}}$ (t) = x(t), donc $v(t) = \frac{1}{V}.\left(\frac{d\, n_{\text{ester formé}}}{dt}\right)_t$.

Le terme $\left(\frac{d\, n_{\text{ester formé}}}{dt}\right)_t$ **est égal au coefficient directeur de la tangente au graphe $n_{\text{ester formée}}$ (t) à la date t.**

Ainsi pour évaluer (= calculer) la vitesse volumique de réaction, on calcule la valeur du coefficient directeur de la tangente, puis on le multiplie par 1/V. **(0,5pt)**

3.4. On a $t_2 > t_1$, et $\left(\frac{d\, n_{\text{ester formé}}}{dt}\right)_{t1} > \left(\frac{d\, n_{\text{ester formé}}}{dt}\right)_{t2}$ **donc $v_1 > v_2$.**

La valeur de la vitesse volumique de la réaction diminue au cours du temps à cause du facteur cinétique "concentration des réactifs" qui diminue au cours du temps. **(0,5pt)**

3.5. L'expression de la vitesse moyenne entre les dates t_1 et t_2

$v_{moy}=\frac{n_{Est.formé}(t2)-n_{est.formé}(t1)}{n_2-n_1}$ **(0,5pt)**

3.6. L'avancement du temps de demi-réaction

A $t=t_{1/2}$ $n_{1/2}=\frac{n_{0E}}{2}=\frac{0,06}{2}=0,03mol$ **(0,25pt)**

Déduction de une valeur approchée de $t_{1/2}$ en fonction de t_1. On a 6 divisions correspond à t_1 et 5 divisions correspond à $t_{1/2}$ donc on a $t_{1/2} = \frac{5}{6}t_1$ **(0,25pt)**

EXERCICE 2: SOLUTION COMMERCIALE D'ACIDE CHLORHYDRIQUE: (*3points)*

a) Calculons la masse d'acide pur HCl contenu dans la solution commerciale

m(HCl)=0,35$m(commerciale)$= 0,35x 1,18 AN: m(HCl)=0,413kg=413g **(0,5pt)**

b) Le nombre de moles d'acide pur HCl

$n=\frac{m(HCl)}{M(HCl)}$ **AN : $n=\frac{413}{36,5}=11,31$** **$n=11,31$ mol** **(0,75pt)**

c) Calculons le pH de la solution d'acide pur HCl

$C=\frac{n}{v}$ **AN : $C=\frac{11,31}{1}=11,31$mol/L** **(0,75pt)**

d) Déterminons V

D'après la relation de dilution $CV=C_fV_f$ donc $V=\frac{C_fV_f}{C}$ AN : $V=\frac{1x500}{11,31.}$=44,2mL

V=0,0442 L **(1pt)**

Exercice3:(3pt)

1ère partie : mouvement sur (ABC)

Déterminer V_1 du solide (S) au point B juste avant le choc.

Système : le solide (S)

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{R}$ et la tension $\vec{T}$

Appliquons le théorème de l'énergie entre l'instant où la bille est comprimée et juste avant le choc

$E_{cf} - E_{ci} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{T})$; $\frac{1}{2}Mv_1^2 = \frac{1}{2}kx_0^2$; $v_1 = \sqrt{\frac{k}{M}}\, x_0$; $v_1 = \sqrt{\frac{300}{30.10^{-3}}}\, x\, 5.10^{-2}$ $\underline{v_1 = 5m/s}$ **(0,25pt)**

Montrons que la vitesse de la bille(B) après le choc vaut V_2=7,5 m/s.

Avant le choc : $\vec{p}_1 = M\vec{v}_1$ $E_{c1} = \frac{1}{2}Mv_1^2$

Après le choc: $\overrightarrow{p'}_1 = M\overrightarrow{v'}_1 + m\vec{v}_2$ $E'_{c1} = \frac{1}{2}Mv'^2_1 + \frac{1}{2}mv_2^2$

D'après la conservation de quantité de mouvement :

$M\vec{v}_1 = M\overrightarrow{v'}_1 + m\vec{v}_2$ et $\frac{1}{2}Mv_1^2 = \frac{1}{2}Mv'^2_1 + \frac{1}{2}mv_2^2$

$M(v_1 - v_1') = mv_2$ (1) $M(v_1 - v_1')(v_1 + v_1') = mv_2^2$ (2)

En remplaçant (1) dans (2) : $mv_2(v_1 + v_1') = mv_2^2$ donc $v_1 + v_1' = v_2$; $\boldsymbol{v_1' = v_2 - v_1}$ (3) ; si on remplace la relation (3) dans (1) on a $M(v_1 - (\boldsymbol{v_2 - v_1})) = mv_2$ ⇒ $2M\boldsymbol{v_1} = M\boldsymbol{v_2} + mv_2$ ⇒ $\boldsymbol{v_2 = \frac{2M}{M+m}v_1}$

AN : $v_2 = \frac{2x30}{30+10}x5$ $\underline{v_2 = 7,5m/s}$ **(0,25pt)**

Calculons f

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre B et C :

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{f}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = -\text{ fx BC avec BC=L}$$

$f=\frac{m}{2L}(v_2^2 - v_C^2)$ AN: $f=\frac{10.10^{-3}}{2x\,0,50}(7,5^2 - 6^2)$ **f=0,2025N** **(0,25pt)**

2ème partie : mouvement sur l'arc (CD)

Déterminons l'expression de la vitesse de la bille au point M en fonction g,r, V_C et θ

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre C et M

$\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$ ⇒ $\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 = mgr(1-\cos\theta)$ ⇒ $v_M^2 = v_C^2 + 2gr(1-\cos\theta)$

donc $V_M = \sqrt{v_C^2 + 2gr(1-\cos\theta)}$ **(0,25pt)**

a) Déterminer l'expression de la réaction R de la bille (B) au point M en fonction de m, g, r, V_C et θ

Appliquons le théorème du centre d'inertie $\vec{P}$ **+** $\vec{R}$ **=m**$\vec{a}$

projection dans la base de Freinet : R= mgcosθ – $\frac{m(v_C^2+2gr(1-\cos\theta))}{r}$**= 3 mgcosθ – 2mg -** $\frac{mv_C^2}{r}$ **<u>(0,5pt)</u>**

b) calculer la valeur de l'angle θ_1 au point E où la bille quitte l'arc CD

Quand la bille quitte R=0 ; 3 mgcosθ – 2mg - $\frac{mv_C^2}{r}$**=0** $\Rightarrow$ **3 mgcosθ = 2mg -** $\frac{mv_C^2}{r}$ **;** $\Rightarrow$ $\cos\theta_1 = \frac{2}{3} + \frac{v_C^2}{3gr}$

AN : $\cos\theta_1 = \frac{2}{3} + \frac{6^2}{3x10x6}$ **= 0,866** $\theta_1 = 30°$ **<u>(0,25pt)</u>**

<u>3ème partie :</u> mouvement de chute libre
Etablissons les équations horaires du mouvement de la bille au-delà du point E dans (E, $\vec{i}$, $\vec{j}$**)**

Système : Bille

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$

Appliquons le Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} = m\vec{a}$; $\vec{a} = \vec{g}$

E$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$ $\vec{v}_C\begin{cases} v_{Ox} = v_O\cos\boldsymbol{\theta_1} \\ v_{Oy} = v_O\sin\boldsymbol{\theta_1} \end{cases}$ **donc les équations horaires sont :**

$$\begin{cases} x = v_O(\cos\boldsymbol{\theta_1})t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + v_O(\sin\boldsymbol{\theta_1})t \end{cases}$$ **<u>(0,5pt)</u>**

L'équation cartésienne de la trajectoire

t=$\frac{x}{v_O\cos\alpha}$; $y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_O\cos\boldsymbol{\theta_1}}\right)^2 + v_0(\sin\boldsymbol{\theta_1})\frac{x}{v_0\cos\boldsymbol{\theta_1}}$

$y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_O\cos\boldsymbol{\theta_1}}\right)^2 + (\tan\boldsymbol{\theta_1})x$ **<u>(0,25pt)</u>**

Les caractéristiques du vecteur-vitesse $\vec{v}_1$ **de la bille au point I**

En I h=5m don y_I=h $\frac{1}{2}gt_I^{\ 2} + v_O(\sin\boldsymbol{\theta_1})t_I = h$ $\Rightarrow \frac{1}{2}gt_I^{\ 2} + v_O(\sin\boldsymbol{\theta_1})t_I - h = 0$ **⇒5t_I^2+ 3,75 -5=0 si on cherche Δ =114 d'où t_I=O,69s donc** $\vec{i}$ $\begin{cases} = \ = , ° \\ = +() = \mathbf{100{,}69} + \mathbf{7{,}230°} \end{cases}$

tout calcul fait on a $\vec{i}$ $\begin{cases} = \mathbf{6{,}2} \\ = \mathbf{10{,}5} \end{cases}$ **la norme ||** $\vec{}$ **|| =**$\sqrt{6{,}2^2 + 10{,}5^2}$**=12,19m/s**

tan $=$ **=**$\frac{6{,}2}{10{,}5}$**= 0,59 donc**
$= 59{,}4°$

- **point d'application : I au sol**
- **direction : fait un angle** 59,4° **par rapport à l'horizontale (0,5pt)**
- **sens : vers le bas**

<u>Exercice 4 : (4pts)</u>

1-a) Donnons l'expression de l'intensité g_h du champ gravitationnel $\vec{g}_h$, créé par la Terre à une altitude h, en fonction de : G, constante de gravitation universelle, R_T, rayon terrestre, h et M_T, masse de la Terre.

$g_h = \frac{G.M_T}{(R_T+h)^2}$ **<u>(0,25pt)</u>**

1-b) En déduire l'expression littérale de M_T en fonction de g_0, G et R_T.

A la surface terrestre h=0 ceci implique que $g_0 R_T^2$=GM_T donc

$$M_T = \frac{g_0 R_T^2}{G}$$

1-c) Application numérique : $M_T = \frac{9{,}81x(6380000)^2}{6{,}67.10^{-11}}$ $\boldsymbol{M_T = 5{,}98.10^{24} kg}$ **(0,25pt)**

2) a) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme

Système : Satellite
Référentiel : géocentrique supposé galiléen
Bilan des forces : $\vec{F}$ la force gravitationnelle
Appliquons le théorème du centre d'inertie : $\vec{F} = m_S\vec{a}$; $m_S\vec{g} = m_S\vec{a}$; $\vec{g} = \vec{a}$ or $\vec{g}$ est centripède donc a=a_n et a_T=0 ceci implique que $\frac{dv}{dt} = 0$; v=constante d'où le mouvement est uniforme

b) Exprimer la norme V_S de la vitesse du satellite et sa période T_S en fonction de : M_T, G, R_T et h.

G=a_n ceci implique que $\frac{GM_T}{(R_T+h)^2} = \frac{{v_S}^2}{R_T+h}$; $\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{GM_T}{\boldsymbol{R_T+h}}}$ et T_S =$2\pi\sqrt{\frac{(\boldsymbol{R_T+h})^3}{GM_T}}$

c)Faisons l'application numérique pour : h = R_T

$\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{GM_T}{\boldsymbol{2R_T}}}$ T_S =$2\pi\sqrt{\frac{(\boldsymbol{2R_T})^3}{GM_T}}$

$$v = \sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11}x\,\boldsymbol{5{,}98.10^{24}}}{2x\ 6380000}} = 5{,}59.10^3 \qquad \boldsymbol{v = 5{,}59.10^3 m/s}$$ **(0,25pt)**

$T = 2\pi\sqrt{\frac{(6380000)^3}{9{,}8}}$=**14 ,3398.$10^3$s** **(0,25pt)**

d) On pose : r = R_T + h. Montrer que le rapport : $\frac{r^3}{T_S^2}$ est égal à une constante que l'on exprimera en fonction de M_T et de G. D'après la question précédente on a

T_S =$2\pi\sqrt{\frac{(\boldsymbol{R_T+h})^3}{GM_T}}$ = $2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$ en élevant au carré $T^2 = \frac{4\pi^2}{G}x\frac{r^3}{M_T}$

Ceci implique que $\frac{r^3}{T_S^2}=\frac{GM_T}{4\pi^2}$ = cte

Calcul numérique : $\frac{r^3}{T_S^2}=\frac{6{,}67.10^{-11}x\boldsymbol{5{,}98.10^{24}}}{4\pi^2}$=1,01.$10^{13}$m³/s² **(0,5pt)**

3- a) L'un de ces satellites est dit ***géostationnaire***. Indiquer lequel et justifier la réponse

C'est le satellite Météosat car sa période T_M=1436min=86164s≅T_T. **(0,25pt)**

b) Le plan de la trajectoire de ce satellite est le plan équatorial

Son sens de rotation est d'Est en Ouest **(0,25pt)**

Justification : Il parait fixe par rapport à la Terre.

c) Utilisations de ce type de satellites : il permet de prévoir la pluviométrie et les climats donc c'est un satellite météorologique **(0,25pt)**

4) Exprimer l'énergie mécanique du satellite géostationnaire (on prendra comme état de référence l'infini).

E_m=E_c +E_p= $\frac{1}{2}m_S{v_S}^2$ **-** $\frac{Gm_SM_T}{R_T+h}$**=**$\frac{1}{2}\frac{Gm_SM_T}{R_T+h}$**-** $\frac{Gm_SM_T}{R_T+h}$ **=** $-\frac{1}{2}\frac{Gm_SM_T}{R_T+h}$ **<u>(0,25pt)</u>**

Faisons l'application numérique on prendra m_S**=1t.** **E_m=**$-\frac{1}{2}\frac{6,67.10^{-11}x\mathbf{5,98.10^{24}}x\mathbf{10^3}}{6380000+35800000} = -4,728\boldsymbol{x10^9}\boldsymbol{j}$ **<u>(0,25pt)</u>**

4-1 La vitesse où devrait-on lancer un tel satellite depuis l'altitude géostationnaire pour qu'il échappe à l'attraction terrestre ?

E_{mT} =E_{mi} +E_c = 0 ; $-\frac{1}{2}\frac{Gm_SM_T}{R_T+h}$ **+** $\frac{1}{2}m_S{v_S}^2$**=0 donc** $\frac{1}{2}m_S{v_S}^2$**=**$\frac{1}{2}\frac{Gm_SM_T}{R_T+h}$ **d'où** $v_S = \sqrt{\frac{GM}{R_T+h}}$

<u>AN :</u> $v_S = \sqrt{\frac{6,67.10^{-11}x\mathbf{5,98.10^{24}}}{6380000+35800000}}$**=3,075km/s** **<u>(0,5pt)</u>**

4-2. Définissons la vitesse de libération d'un satellite depuis le sol terrestre

C'est la vitesse minimale à communiquer à un objet à partir de la surface de la Terre pour qu'il échappe de l'attraction Terrestre et s'éloigne indéfiniment de la Terre **<u>(0,25pt)</u>**

Calculons la vitesse de libération d'un satellite depuis le sol terrestre.

En utilisant la conservation de l'énergie mécanique entre Terre et l'infini on trouve

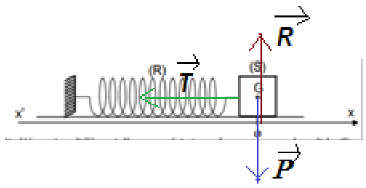
V_l=$\sqrt{2g_0\boldsymbol{R_T}}$ **AN : V_l=**$\sqrt{2x9,81\boldsymbol{x6380000}}$ **V_l=11,2km/s** **<u>(0,25pt)</u>**

<u>Exercice 4 : (4pts)</u>

1) **Etablissons l'équation différentielle caractéristique du mouvement du solide (S).**

Système : le solide

Référentiel : terrestre supposé galiléen



Bilan des forces : le poids $\vec{P}$**, la tension** $\vec{T}$ **et la réaction** $\vec{R}$

Appliquons le théorème du centre d'inertie : $\vec{P}$ **+** $\vec{T}$**+** $\vec{R}$**=**$m\vec{a}$ **; projetons la relation sur xx' : -T=ma donc on a -kx=m**$\ddot{x}$ **d'où** $\ddot{x}$ **+** $\sqrt{\frac{k}{m}}$ **x =0** **<u>(0,25pt)</u>**

2.a. Etablir la relation entre (Vm et Xm) et (φ_v et φ_x)

On a x(t)= Xm sin(ω_0 t + φ_x) ; v(t)= $X_m\omega_0$ cos(ω_0 t + φ_x)=$V_m$cos(ω_0 t + φ_x) Donc $X_m\omega_0$ =V_m **<u>(0,25pt)</u>**

Or cos(ω_0 t) = sin(ω_0 t + $\frac{\pi}{2}$**).**

Donc V=$V_m$cos(ω_0 t + φ_x)= V_m sin(ω_0 t + φ_x+ $\frac{\pi}{2}$**) =$V_m$sin(ω_0 t + φ_v) donc φ_v =φ_x+** $\frac{\pi}{2}$ **<u>(0,5pt)</u>**

2.b. Déterminer : T_0, V_m, φ_v et X_0.et ω_0.

T_0 =0,5s **<u>(0,25pt)</u>; V_m =0,2πm/s** **<u>(0,25pt)</u>** **ω_0 =**$\frac{2\pi}{T_0}$**=**$\frac{2\pi}{0,5}$**=4 π=12,56** **ω_0 =12,56 rad/s** **<u>(0,25pt)</u>**

A t=0s V= V_m sin φ_v **sin φ_v =1** **φ_v =**$\frac{\pi}{2}$ **<u>(0,25pt)</u>** **par déduction X_m =**$\frac{V_m}{\omega} = \frac{0,2\pi}{4\pi}$**=0,05m** **<u>(0,25pt)</u>**

φ_v = φ_x+ $\frac{\pi}{2}$ **φ_x= φ_v -** $\frac{\pi}{2}$ **donc φ_x=0** **<u>(0,25pt)</u>**

Ecrivons x(t) : x(t)= 0,05sin(4 πt) **(0,25pt)**

2) **Montrer que l'énergie mécanique du pendule élastique se conserve au cours du temps**

E_m=Ec + Ep= $\frac{1}{2}$ mv^2 + $\frac{1}{2}$ kx^2

E_m = $\frac{1}{2}$ m$(X_m\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_X))^2$ + $\frac{1}{2}$ k$(X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_X))^2$ or $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

E_m = $\frac{1}{2}$ k$(X_m)^2$(($\cos(\omega_0 t + \varphi_X))^2 + (\sin(\omega_0 t + \varphi_X))^2$)= $\frac{1}{2}$ k$(X_m)^2$=cte donc l'énergie mécanique se conserve **(0,25pt)**

a . Identifier chacune des deux courbes en justifiant la réponse

C1 : c'est la courbe de l'énergie mécanique car la courbe est une droite constante (0,25pt)

C2 : c'est la courbe de l'énergie potentielle car la trajectoire de $\frac{1}{2}$ kx^2 doit être parabolique (0,25pt)

b. En exploitant le graphe, déterminer la raideur K du ressort et la masse m du solide

E_m =$\frac{1}{2}$ k$(X_m)^2$ donc k=$\frac{2E_m}{X_m^2}$ AN : k=$\frac{2x0,025}{0,05^2}$=20N/m m= $\frac{k}{\omega_0^2}$ AN: m= $\frac{20}{(4\pi)^2}$=0,126kg (0,5pt)

c . Déterminer l'énergie cinétique du solide lorsqu'il passe par le point d'abscisse x=4cm.

Quand x=4cm E_p=0,016j

E_c=E_m-E_p= 0,025-0,016 E_c=0,009j **(0,25pt)**

5.a) Trouver la valeur du coefficient du frottement h

D'après le théorème du centre d'inertie : $\vec{P}$ + $\vec{T}$+ $\vec{R}$+$\vec{f}$=$m\vec{a}$; projection sur xx' : -kx - h$\dot{x}$= m$\ddot{x}$

$\ddot{x}$ + $\frac{h}{m}\dot{x}$+ $\frac{k}{m}$x =0 ;par identification $\frac{h}{m}$=4,96 donc h=4,96.m ; h=4,96x0,126=0,62 h=0,62 N.s/m(0,25pt)

b) Nommons le régime d'oscillation. *Le régime est pseudo-périodique* **(0,25pt)**

- Calculons la variation de l'énergie mécanique du pendule entre t_1=0s et t_2=1,5s.

On sait que E_m=$\frac{1}{2}$ mv^2 + $\frac{1}{2}$ kx^2

A t_1=0s x_1=5.10^{-2}m et v_1=0m/s E_{m1}= $\frac{1}{2}$ .20x$0,05^2$=0,025j

A t_2=1,5s x_2= 1,25.10^{-2}m v_2=0m/s E_{m2}= $\frac{1}{2}$. 20x$(1,25.10^{-2})^2$=1,5.10^{-3} j

ΔE_m=Em(t_2=1,5s) – Em(t_1=0s)= 1,563.10^{-3} j -0,025j = - 0,023437j **(0,25pt)**