# P1-CINEMATIQUE DU POINT

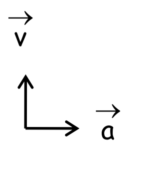
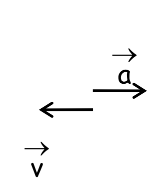
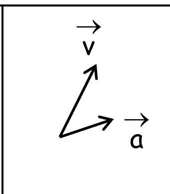
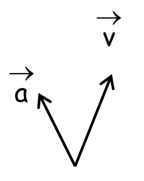
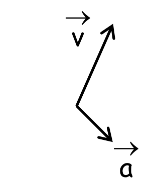
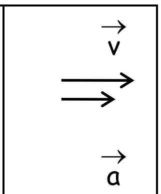
## Connaissance du cours

**1** Répondre par vrai (V) ou faux (F) en cochant la bonne case

On considère le mouvement d'un mobile décrivant une trajectoire curviligne ou non.

| | V | F |
|---|---|---|
| a) Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire au point considéré. | | |
| b) Dans un mouvement curviligne, le vecteur accélération peut être tangent à la trajectoire au point considéré. | | |
| c) Une accélération tangentielle nulle implique un mouvement uniforme. | | |
| d) Si $\vec{a}\,.\,\vec{v} < 0$, le mouvement est retardé. | | |
| e) Une accélération tangentielle constante implique toujours un mouvement rectiligne uniformément retardé ou accéléré. | | |
| f) Le vecteur accélération normal est toujours dirigé vers l'intérieur d'une trajectoire curviligne | | |
| g) Si, à l'instant t, la vitesse d'un mobile est nulle, alors son accélération est aussi nulle | | |

**2** Sur différentes portions de trajectoires, on a représenté le vecteur vitesse $\vec{v}$ et le vecteur accélération $\vec{a}$ d'un point mobile. A chacun des 6 cas de figures suivantes, remplir la case correspondante en indiquant la nature de la trajectoire (rectiligne, curviligne, circulaire) et la nature du mouvement (uniforme, uniformément accéléré, uniformément retardé, incohérent ).

| |  ① |  ② |  ③ |  ④ |  ⑤ |  ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nature de la trajectoire | | | | | | |
| Nature du mouvement | | | | | | |

**3** Répondre par vrai (V) ou faux (F) en cochant la bonne case

Dans un mouvement rectiligne uniforme

| | V | F |
|---|---|---|
| a) la norme du vecteur vitesse $\|\|\vec{v}\|\|$ est constante. | | |
| b) le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constant | | |
| c) la norme du vecteur accélération est constant et strictement positive. | | |

| | | |
|---|---|---|
| d) le vecteur accélération est normal à la trajectoire au point considéré. | | |

4 Répondre par vrai (V) ou faux (F) en cochant la bonne case

Dans un mouvement circulaire uniforme

| | V | F |
|---|---|---|
| a) la norme du vecteur vitesse $\|\|\vec{v}\|\|$ est constante. | | |
| b) le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constant. | | |
| c) le vecteur accélération $\vec{a}$ est constant. | | |
| d) l'accélération tangentielle $a_T$ est nul. | | |
| e) la norme du vecteur accélération $\|\|\vec{a}\|\|$ est constante. | | |
| f) le vecteur accélération $\vec{a}$ est normal à la trajectoire au point considéré. | | |
| g) le vecteur accélération est centripète. | | |
| h) la période T du mouvement est proportionnelle à la vitesse V. | | |

5 Un enfant laisse tomber un objet par la fenêtre d'un train en marche sur une voie rectiligne horizontale. Que peut-on choisir comme référentiel d'espace et comme repères (espace et temps) pour étudier aussi simplement que possible le mouvement du centre d'inertie de l'objet ?

6 Définir la base de FRENET. Donner dans cette base les composantes du vecteur accélération.

7 Que peut-on dire du vecteur vitesse d'un mobile dont la distance à un point O est constante ? justifier.

8 Que peut-on dire du vecteur accélération d'un mobile pour lequel $\|\|\vec{v}\|\|$ = constante ? justifier.

9 Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié tel que $a = 5\ m.s^{-2}$, $V_0 = 2\ m.s^{-1}$ et $x_0 = 5$ m où $V_0$ et $x_0$ sont respectivement la vitesse et l'abscisse du mobile à la date t = 0.
Déterminer, pour ce point mobile, les équations horaires v(t) et x(t).

10 Une roue de rayon R = 50 cm tourne à la vitesse constante de 3 tours par seconde autour de son axe qui reste fixe. Déterminer :

1) sa vitesse angulaire $\omega$.

2) la vitesse V et l'accélération a d'un point à la périphérie de la roue.

11 Pendant le freinage, une voiture, lancée à la vitesse $V = 90\ km.h^{-1}$, parcourt 100 m avant de s'arrêter. En supposant que le mouvement est uniformément varié, calculer l'accélération de la voiture.

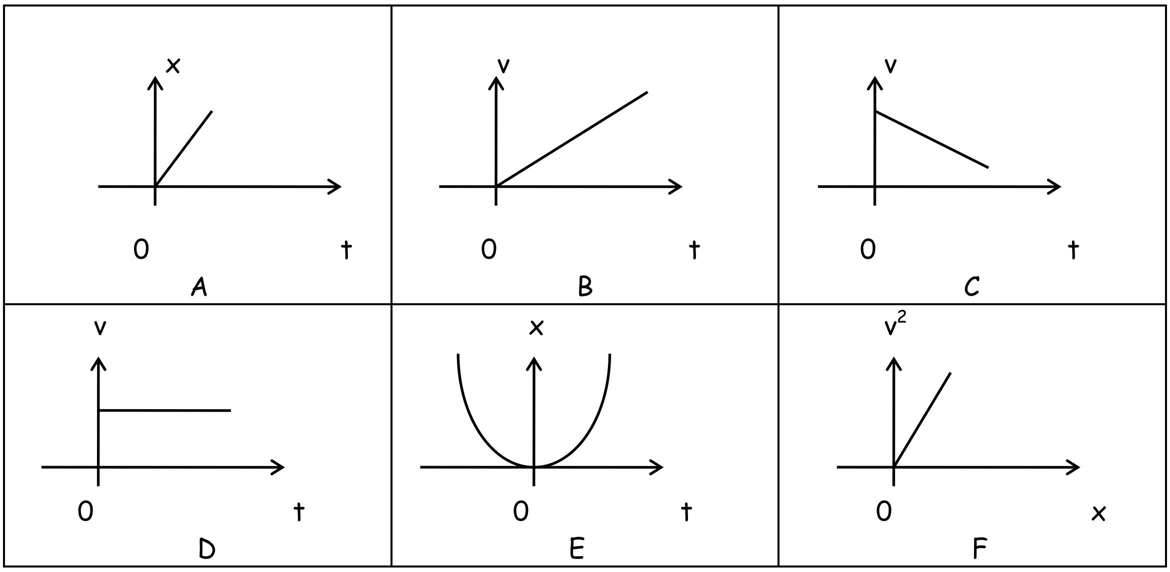
# Objectif BAC

$\boxed{12}$ Chercher dans les représentations graphiques suivantes :

1) Celles qui correspondent à un mouvement uniforme.

2) Celles qui correspondent à un mouvement uniformément accéléré.

3) Celles qui correspondent à un mouvement uniformément retardé.




$\boxed{13}$ Les équations paramétriques (en unités S.I.) d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont : $\begin{cases} y = -3t^2 + 15t \\ x = t^2 + 2 \end{cases}$

1) Calculer la vitesse moyenne $V_{moy}$ du mobile entre les instants $t_1 = 2$ s et $t_2 = 5$ s.

2) Calculer l'accélération moyenne $a_{moy}$ entre ces mêmes instants.

$\boxed{14}$ Le vecteur position d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est : $\overrightarrow{OM} \left| \begin{array}{l} x = 2t \\ y = 2t^2 - 5t \\ z = 3 \end{array} \right.$ (x et y en mètres et t en secondes)

1) Montrer que le mobile se déplace dans un plan et définir ce plan.

2) Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile ; quelle est la nature de la trajectoire ?

3) A quel instant le mobile passe-t-il au point d'abscisse x = 10 m ? calculer sa vitesse à cet instant.

4) A l'instant t = 0, le mobile se trouve à son point de départ. En combien de temps parcourt-il la distance d = 5 m ?

$\boxed{15}$ Les équations paramétriques (en unités S.I.) d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont : $\begin{cases} x = 3t \\ y = -t^2 + 2t \end{cases}$

1) Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile ; quelle est la nature de la trajectoire ?

2) Calculer la vitesse du mobile au sommet de sa trajectoire.

3) Calculer la vitesse du mobile au point d'ordonnée $y = 1$ m.

4) Calculer l'accélération du mobile. Pour quelle(s) valeur(s) de t le mouvement est-il accéléré ? retardé ?

$\boxed{16}$ Les équations paramétriques (en unités S.I.) d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont : $\begin{cases} x = 3t \\ y = t^2 - 1 \end{cases}$

1) Calculer la vitesse du mobile à l' instants $t = 2$ s.

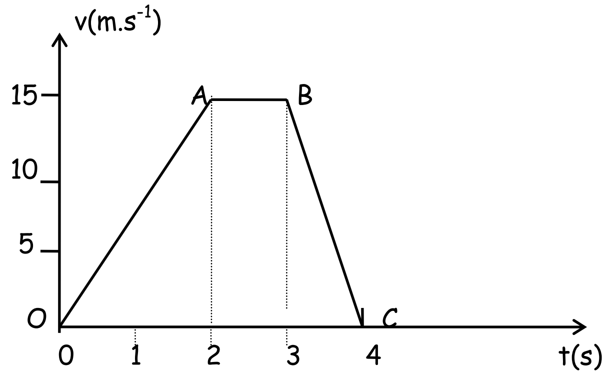
2) Calculer les composantes tangentielle $a_T$ et normale $a_N$ de l'accélération $\vec{a}$ du mobile dans la base de Frenet $(M, \vec{T}, \vec{N})$ à l' instants $t = 2$ s. En déduire la valeur du rayon de courbure $\rho$ de la trajectoire à $t = 2$ s.

$\boxed{17}$ Le diagramme temporel de la vitesse d'un point décrivant une trajectoire rectiligne est donné par le diagramme ci- contre.

1) Déterminer graphiquement la distance parcourue par le point mobile pendant les deux premières secondes. Pour cela montrer que la distance correspond à la valeur de l'aire limitée par OA, l'axe des abscisses et l'ordonnée du point A.

2) Calculer également la distance totale parcourue aux dates $t = 3$ s et $t = 4$ s.

3) Déterminer les accélérations (éventuelles) du point et tracer le diagramme $a = f(t)$.




$\boxed{18}$ Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'amplitude $X_m = 15$ cm et de période $T = 2$s. A l'instant $t = 0$, le mobile est à sa position d'élongation maximale.

1) Écrire l'équation horaire du mouvement.

2) Calculer l'élongation, la vitesse et l'accélération du mobile à l'instant $t = 0,5$ s.

3) A quels instants le mobile passe-t-il pour la première fois, pour la deuxième fois, pour la troisième fois au point d'abscisse $x = -7,5$ cm ?
Calculer la vitesse du mobile et son accélération à ces différents instants.

$\boxed{19}$ Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal sur l'axe x'x. Son élongation à la date t est donnée par $x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$. x est en mètres et t en secondes.
A la date $t = 0$ le mobile passe par l'élongation $x = 4$ cm à la vitesse $V_0 = 6\,\pi$ cm.s$^{-1}$ et se déplace dans le sens positif de l'axe x'x. L'accélération du mobile à cette date $t = 0$ est $a = -16\,\pi^2$ cm.s$^{-2}$.

1) Calculer la valeur de A, B et $\omega$.

2) Mettre l'équation horaire du mouvement sous la forme $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$. Donner son expression numérique.

3) Calculer l'accélération a du mobile à la date t = 1 s.

$\boxed{20}$ On donne l'équation horaire du mouvement d'un mobile par rapport au repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

$$\begin{cases} x = 3+2\cos(4\pi t) \\ y = 1- 2\sin(4\pi t) \end{cases}$$

1) Montrer que la vitesse du mobile est constante et la calculer.

2) Montrer que l'accélération du mobile est constante et la calculer.

3) Quelle est la nature de la trajectoire du mobile ? donner ses caractéristiques.

4) Quels sont les direction et sens du vecteur accélération ?

$\boxed{21}$ Un automobiliste roule à la vitesse constante $V_A = 90$ km.h$^{-1}$ sur une route où la vitesse est limitée à 60 km.h$^{-1}$. Un motard de la gendarmerie part à sa poursuite. Il démarre au moment précis où le motard passe devant lui. Le motard est animé d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré tel qu'il atteint la vitesse de 108 km.h$^{-1}$ en 10 secondes.

1) Calculer la durée de la poursuite.

2) Calculer la distance d parcourue par le motard lorsqu'il rattrape l'automobiliste. Que vaut alors la vitesse $V_M$ du motard ?

$\boxed{22}$ Une petite fusée est lancée, moteur coupé, avec une vitesse $V_0 = 40$ m.s$^{-1}$ suivant une direction faisant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale.

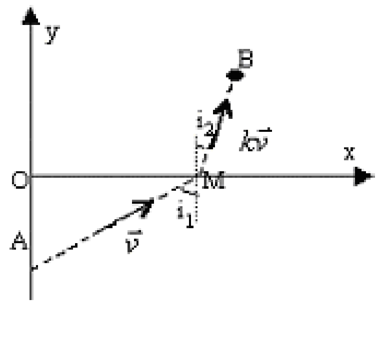
1) Déterminer le temps nécessaire à la fusée pour atteindre son altitude maximale (encore appelée flèche du tir). Calculer son altitude maximale H.
2) Lorsque la fusée atteint sa flèche, son moteur se déclenche et éjecte des gaz ; ce qui la propulse horizontalement.
La vitesse de translation de la fusée par rapport au repère terrestre vaut $V_1 = 100$ m.s$^{-1}$. La vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée vaut $V_2 = 30$ m.s$^{-1}$.

Calculer la vitesse V d'éjection des gaz par rapport au repère terrestre.

$\boxed{23}$

Un touriste (A) se promène au bord d'un lac ; il aperçoit une personne qui se noie (B). Pour venir à son aide il court sur la rive à la vitesse v constante et nage à la vitesse kv constante (k< 1).

Déterminer la relation liant les angles $i_1$ et $i_2$ afin que la durée du trajet soit minimale. L'abscisse de M est notée x.



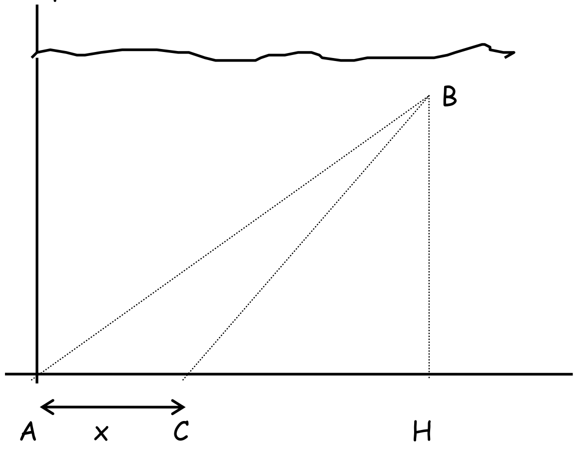
$\boxed{24}$ Un secouriste A arrêté sur la plage aperçoit un enfant B en train de se noyer dans un lac.

Le secouriste A veut porter secours à l'enfant le plus rapidement possible.
Pour y parvenir, deux possibilités s'offrent à lui :

. $1^{ère}$ possibilité : se jeter immédiatement à l'eau (trajet AB) ;

. $2^{ème}$ possibilité : se rapprocher de l'enfant en courant sur la berge avant de se lancer à l'eau. (trajet ACB).

La personne A nage à la vitesse $V_1$ = 3,6 km.h$^{-1}$ et peut se déplacer en courant sur le bord de l'eau à la vitesse $V_2$ = 18 km.h$^{-1}$ .



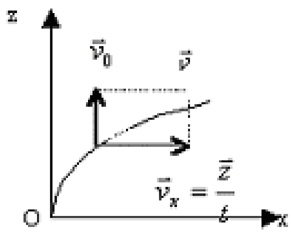

On donne : AH = 16 m et HB =12 m

Parmi ces deux possibilités laquelle permet de sauver le plus rapidement possible l'enfant ?

**Indication** : On déterminera la distance minimale x qu'il doit parcourir sur le bord de l'eau avant de se jeter à l'eau. Cette distance x doit correspondre au trajet le plus court (de durée minimale). Pour vérifier, comparer le durée du trajet pour chacune des possibilités.

$\boxed{25}$ Un ballon sonde a une vitesse verticale $v_0$ indépendante de l'altitude. Le vent lui communique un e vitesse hotizontale $v_1$ = kz proportionnelle à l'altitude atteinte.

1) Déterminer les lois horaires du mouvement et déterminer l'équation de la trajectoire.
2) Déterminer l'accélération. Comment évolue le rayon de courbure ?




vecteur vitesse tangent à la trajectoire

$$\vec{v}\left(\dot{x} = \frac{z}{\tau} \text{ et } \dot{z} = v_0\right) \text{ d'où } z = v_0 t + cte = v_0 t \quad \text{(vitesse départ nulle)}$$

$$\text{d'où } \dot{x} = \frac{v_0 t}{\tau} \quad \text{et} \quad x = \frac{v_0 t^2}{2\tau} + cte = \frac{v_0 t^2}{2\tau} \text{ à } t = 0 \ x = 0$$

$$\text{trajectoire } x = \frac{z^2}{2 v_0 \tau} \text{ arc de parabole}$$

Composantes de l'accélération : dériver par rapport au temps les composantes du vecteur vitesse

$$\vec{v}\left\{\dot{x}=\frac{z}{\tau}=\frac{v_0 t}{\tau};\ \dot{z}=v_0\right\} \textbf{d'où } \vec{a}\left\{\ddot{x}=\frac{v_0}{\tau};\ \ddot{z}=0\right\}$$

$$\vec{a}=\frac{v_0}{\tau}\vec{i}$$

Composantes de l'accélération dans le repère de Frenet :

$$\vec{v}\left\{\dot{x}=\frac{z}{\tau}=\frac{v_0 t}{\tau};\ \dot{z}=v_0\right\} \textbf{d'où } \vec{a}\left\{\ddot{x}=\frac{v_0}{\tau};\ \ddot{z}=0\right\}$$

$$\vec{a}=\frac{v_0}{\tau}\vec{i}$$

# P3-APPLICATIONS DES BASES DE LA DYNAMIQUE

$\boxed{1}$ Questions de cours

1) Énoncer le principe de l'inertie.

2) Énoncer le théorème du centre d'inertie.

3) Énoncer le théorème de l'accélération angulaire.

4) Indiquer comment on doit procéder pour appliquer systématiquement le théorème du centre d'inertie ou de l'accélération angulaire.

5) ) Énoncer le théorème de l'énergie cinétique. Une variation d'énergie cinétique peut elle être négative ? Justifier et illustrer par un exemple.

$\boxed{2}$ Le théorème du centre d'inertie appliqué à un solide s'écrit : $\vec{F} = m\vec{a_G}$

1) Que représente $\vec{F}$ ?

2) Comment choisir le référentiel d'étude du mouvement ?

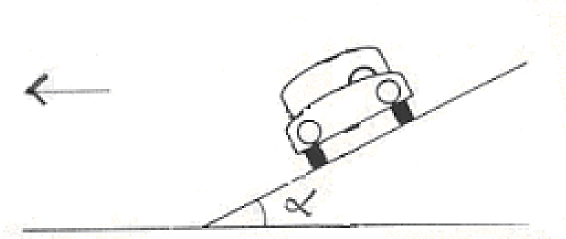
3) Peut-on projeter cette relation dans une base quelconque ?

4) Donner l'expression de $\vec{a_G}$ dans le cas : - d'un mouvement uniforme
- d'un mouvement circulaire uniforme.

Si $\vec{F} = \vec{0}$, le solide est-il nécessairement au repos ?

$\boxed{3}$ On étudie le mouvement d'un véhicule de masse m = 1 tonne dans un virage relevé d'un angle
$\alpha$ = 10° par rapport à l'horizontale et de rayon r = 25 m.

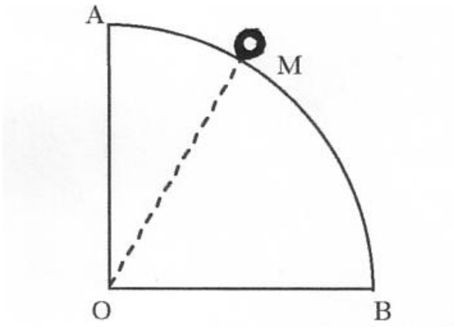
En admettant que l'adhérence des pneus est parfaite, calculer la vitesse V que le véhicule doit avoir pour tourner sans problème.




4 Un solide S de petites dimensions, de masse m et assimilable à un point matériel, est placé au sommet A d'une piste circulaire AB. AB est dans le plan vertical et représente un quart de circonférence de centre O et de rayon r = 5 m. On déplace légèrement le solide S pour qu'il quitte la position A avec une vitesse quasiment nulle et glisse sans frottement le long de la piste.

Le solide perd le contact avec la piste en un point C tel ( $\overrightarrow{OA}$ , $\overrightarrow{OC}$) = $\alpha$.

On repère le mobile M par l'angle $\theta$ tel que ( $\overrightarrow{OA}$ , $\overrightarrow{OM}$) = $\theta$.



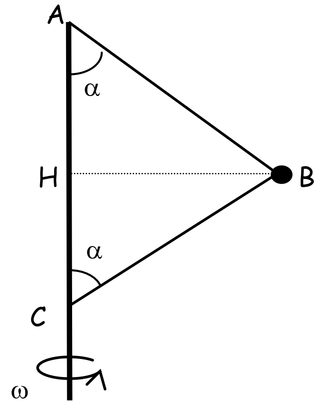

1) Exprimer sa vitesse $V_C$, au point C, en fonction de $\alpha$, r et g.

2) Calculer la valeur de l'angle $\alpha$.

3) Déterminer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_c}$ du solide en C.

5 **On donne** : r = CH = 40 cm ; l = AB = BC = 1 m

Une petite bille B assimilable à un point matériel de masse m = 100 g, est reliée par deux fils de masses négligeables à deux points A et C d'un axe vertical D en rotation à la vitesse w constante.




1) Pour une vitesse $\omega$ constante les fils AB et CB restent constamment tendus.

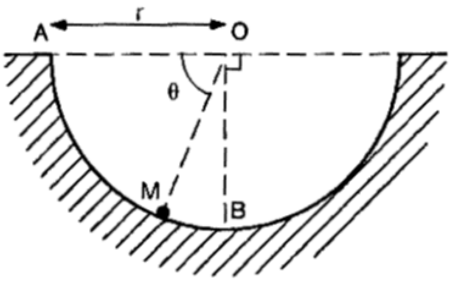
1.a - Calculer l'angle $\alpha$.

1.b- Calculer les intensités des tensions $\overrightarrow{T_A}$ et $\overrightarrow{T_C}$ des fils en fonction de $\omega$.

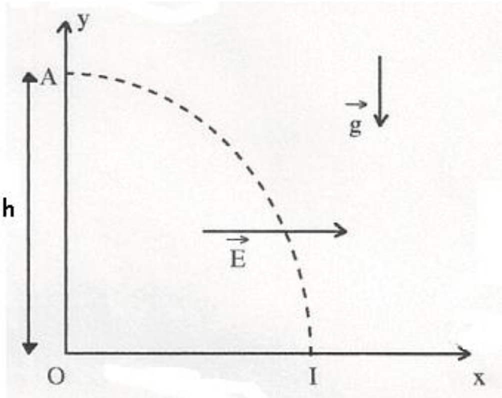
2) Montrer que le fil BC n'est tendu qu'à partir d'une vitesse angulaire $\omega_0$ que l'on calculera.

6 Une boule, assimilable à un point matériel de masse m = 2 kg glisse sans frottement le long d'une piste circulaire ABC de centre O et de rayon r = 1,2 m. On repère la position de la boule par l'angle $\theta$.

1) Exprimer $V_M$, norme de la vitesse de la boule en fonction de $\theta$, r et g.
2) Exprimer en fonction de $\theta$, r, m et g, l'intensité de la réaction $\vec{R}$ que la piste exerce sur la boule.
En quel point cette intensité est-elle maximale ?

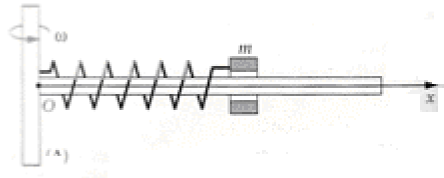



7 Dans tout l'exercice, on supposera l'existence d'un champ de pesanteur uniforme g = 10 m.s$^{-2}$. Les expériences ont lieu dans le vide où tous les frottements sont négligeables.
Une petite sphère S de masse m = 5 g porte une charge électrique q = $4.10^{-7}$ C. S part de A à vitesse nulle et se déplace dans une zone où, en plus du champ $\vec{g}$, règne un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ ( E = $10^4$ V.m$^{-1}$)




On donne h = 0,5 m.
1) Comparer les valeurs de la force électrostatique $F_e$ et du poids P. Conclure.
2) Etablir les équations horaires du mouvement. En déduire la nature de la trajectoire.
3) Calculer la position du point I à la date $t_I$.
4) Déterminer le vecteur vitesse $\vec{v_I}$.

8 Un solide S de masse m = 50 g peut glisser sans frottement le long d'une tige rectiligne horizontale, fixée à un axe vertical (Δ). Ce solide est fixé à une extrémité d'un ressort de même axe que la tige comme le montre la figure ci-contre. La longueur du ressort détendu est $l_0$ = 20 cm. Sa constante de raideur vaut k = 50 N.m$^{-1}$. Quand l'ensemble tourne autour de (Δ) avec la vitesse angulaire $\omega$ la longueur du ressort devient $l$..

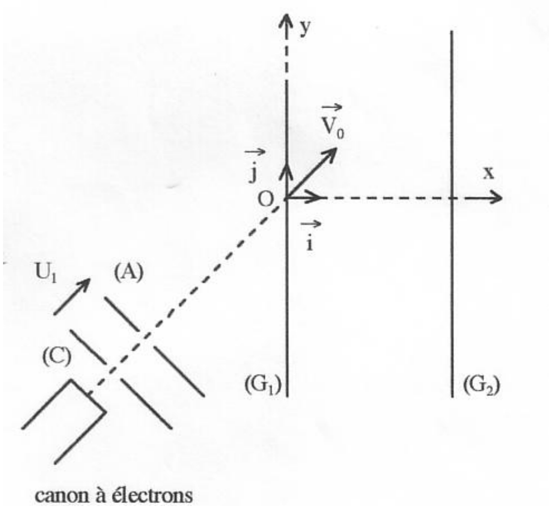



1) Établir la relation entre $\omega$ et $l$..
2) Pour quelle valeur de $\omega$ la longueur du ressort prend la valeur $l$. = 25 cm ?

9 **Données** : charge de l'électron : q = -e = $-1,6.10^{-19}$ C ; masse de l'électron : m = $9,1.10^{-31}$ kg.
1) Des électrons, émis avec une vitesse initiale pratiquement nulle du filament d'un canon à électrons, sont accélérés par une tension $U_1$ = 400 V.

Calculer la valeur $V_0$ de la vitesse des électrons à l'anode A.

2) Animés de la vitesse $V_0$, les électrons pénètrent en O dans un espace où règne un champ électrique uniforme créé par une d.d.p. $U_2 = V_{G_1} - V_{G_2} = 200$ V entre deux grilles $G_1$ et $G_2$ planes et parallèles. (voir figure).
Le vecteur vitesse est dans le plan du repère (O,x,y) et fait un angle $\alpha$ = 20,7° avec l'axe horizontal passant par O.

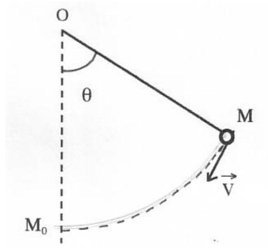



2.a- Exprimer, en fonction de e, m, $U_1$ et $U_2$ la vitesse $V_S$ des électrons à leur sortie au niveau de la grille $G_2$. Calculer sa valeur.

2.b- En remarquant que la composante du vecteur vitesse des électrons suivant l'axe des ordonnées est constante, trouver une relation entre $V_0$, $V_S$, $\alpha$ et l'angle $\beta$ formé par $\vec{V}_S$ et l'horizontale. En déduire la valeur d l'angle $\beta$.

**10** Une sphère (S) assimilable à un point matériel de masse m = 50 g est reliée à un point fixe O par un fil inextensible, de masse négligeable et de longueur $l$ = 50 cm.

Le fil est écarté de sa position d'équilibre $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$ rad, puis elle est lancée vers le bas avec un vecteur vitesse $\vec{V}_0$ perpendiculaire au fil. A une date t quelconque, la position de la bille est repérée par l'angle $\theta$ que forme le fil avec la position d'équilibre.




1) Exprimer la vitesse V de la bille à la date t en fonction de $V_0$, $l$, g, $\theta_0$ et $\theta$.
2) Exprimer la tension T du fil à la date t en fonction de m, $V_0$, $l$, g, $\theta_0$ et $\theta$.
3) Quelle doit être la valeur minimale de $V_0$ pour que la bille fasse un tour complet, le fil restant tendu ?

**11** Sur un banc à coussin d'air, on étudie le mouvement rectiligne d'un mobile. Le banc est incliné de $\alpha$ = 10° par rapport à l'horizontale. Les forces de frottement sont négligeables.
La masse du mobile est m = 25 g. Avec un dispositif approprié, on mesure la vitesse instantanée v du mobile, en fonction de la distance x parcourue. On obtient les résultats suivants :

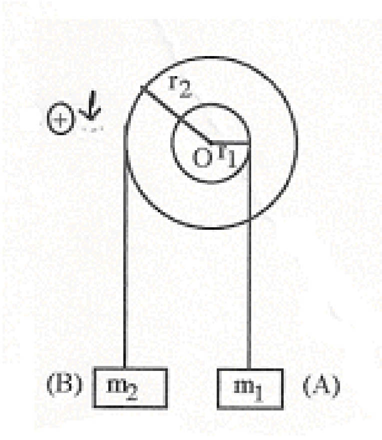
| x(m) | 0 | 0,10 | 0,20 | 0,30 | 0,40 | 0,50 | 0,60 | 0,70 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v( $m.s^{-1}$ ) | 0 | 0,58 | 0,82 | 1,00 | 1,17 | 1,30 | 1,41 | 1,55 |
| $v^2(m^2.s^{-2})$ | 0 | 0,33 | 0,67 | 1,00 | 1,37 | 1,69 | 2,00 | 2,40 |

1) Tracer une représentation graphique de $v^2 = f(x)$.
<u>Échelles</u> : absc. : 1 cm pour 0,10 m ; ord. : 5 cm pour 1,00 $m^2.s^{-2}$.

2) En déduire la nature du mouvement et déterminer graphiquement l'accélération a du mouvement.

3) En appliquant le théorème du centre d'inertie, faire une étude théorique du mouvement et déterminer par le calcul la valeur de l'accélération. (Extrait BAC CE Oct.86).

$\boxed{12}$ Dans le système représenté ci-contre le moment d'inertie de la poulie à deux gorges vaut $J_{\Delta}$ = 0,17 kg.m$^{-2}$ , les frottements sont négligeables et les fils sont inextensibles et de masses négligeables.




La charge A a une masse $m_1$ = 3 kg et la charge B une masse $m_2$ = 2 kg. Les rayons $r_1$ et $r_2$ sont tels que **$r_2$ = 2 $r_1$ = 40 cm.**

A la date t = 0, on abandonne le système sans vitesse initiale.

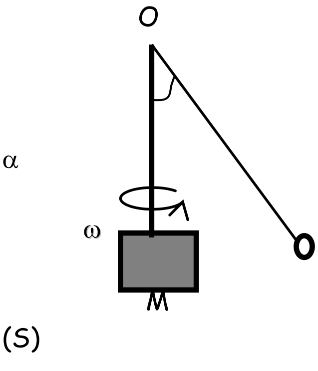
1) Montrer que le système se déplace dans le sens indiqué sur la figure.

2) Calculer l'accélération angulaire $\ddot{\alpha}$ de la poulie et en déduire les accélérations linéaires $a_1$ de A et $a_2$ de B.

3) Calculer les tensions $T_1$ et $T_2$ de chaque brin de fil sur A et B.

$\boxed{13}$ Pour étudier expérimentalement un pendule conique, un petit moteur électrique M dont on fixe arbitrairement la vitesse de rotation N, en tours.min$^{-1}$. Sur cet axe, en O, est attaché un fil de longueur l = 1 m. A l'autre bout de ce fil se trouve une sphère métallique de masse m pouvant être assimilé à un point matériel. Les mesures effectuées sont consignées dans le tableau ci-dessous

| N (tour.min$^{-1}$) | 50 | 45 | 40 | 35 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{N^2}$ | $4{,}0.10^{-4}$ | $5{,}0.10^{-4}$ | $6{,}2.10^{-4}$ | $8{,}2.\,.10^{-4}$ | $9{,}8.10^{-4}$ |
| cos$\alpha$ | 0,358 | 0,442 | 0,559 | 0,730 | 0,874 |



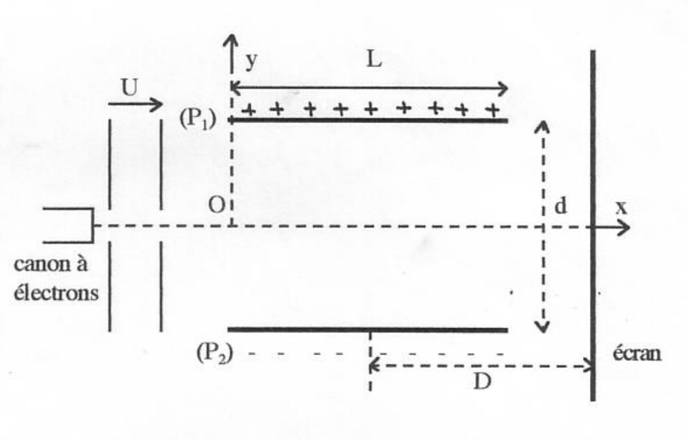

1) Tracer le graphe cos$\alpha$ = f($\frac{1}{N^2}$ ) en choisissant une échelle convenable. Conclure.

2) Justifier théoriquement ce résultat.
3) A partir du graphe tracé, déduire la valeur de l'intensité de l'accélération de la pesanteur. (Extrait Bac D oct. 85)

$\boxed{14}$ **On donne :** e = $1{,}6.10^{-19}$ C ; m = $9{,}1.10^{-31}$ kg

1) On considère un faisceau d'électrons émis à partir du filament d'un canon à électrons d'un oscilloscope. Ces électrons sont émis avec une vitesse initiale nulle et sont accélérés par une tension U réglable établie entre le filament et l'anode A du canon d'électrons.
On règle la tension U pour que les électrons atteignent la vitesse V = 16 000 km.s$^{-1}$ .

1) Calculer la valeur correspondante de U.




2) Le faisceau d'électrons obtenu pénètre entre les plaques horizontales $P_1$ et $P_2$ d'un condensateur à la vitesse V = 16 000 $km.s^{-1}$. La largeur de la plaque est L = 8 cm. La tension entre les armatures est $U_1$. La distance entre les armatures est d.

2.a- Établir l'équation du mouvement d'un électron entre les armatures du condensateur.

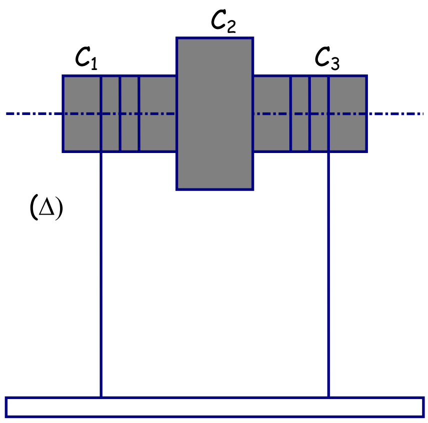
2.b- Quelle est la condition d'émergence du faisceau d'électrons ? (relation entre V, U, m, L et d pour que le faisceau d'électrons ne rencontre pas l'une des armatures du condensateur).

2.c- Un écran est disposé à une distance D du milieu du condensateur. Montrer que la déviation verticale du faisceau d'électrons sur l'écran est proportionnelle à la tension $U_1$.

2.d- La sensibilité verticale $s = \frac{U_1}{y}$ vaut 10 $V.cm^{-1}$. Quelle doit être la distance D sachant que d = 2 cm ?

(Extrait BAC D 93 ex S2)

15 N.B. : On rappelle que le moment d'inertie d'un cylindre homogène de masse M et de rayon R par rapport à son axe de révolution est $J_\Delta = \frac{1}{2} MR^2$.




Un solide (S) homogène est formé de trois cylindres ($C_1$), ($C_2$) et ($C_3$) accolés et ayant le même axe de révolution. Les cylindres ($C_1$) et ($C_3$) sont identiques ; ils ont la même masse m et le même rayon r.

Le cylindre ($C_2$) a une masse M = 4 m et un rayon R = 2

Le solide (S) est mobile sans frottement autour d'un axe (Δ) horizontal confondu avec son axe de révolution. La barre (B) homogène, de masse M' = 3m, est suspendue par deux fils verticaux, inextensibles et de masse négligeable, enroulés sur les cylindres ($C_1$) et ($C_3$) auxquels ils sont fixés par leurs extrémités. La barre (B) est abandonnée sans vitesse initiale.

1) Calculer, en fonction de m et de r, le moment d'inertie du solide (S) par rapport à l'axe ($\Delta$).

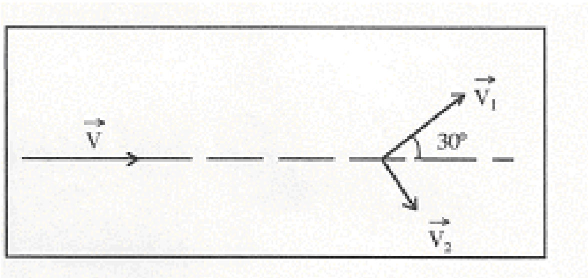
2) Exprimer en fonction de m et v (vitesse du centre d'inertie G de la barre), l'énergie cinétique du système (S) et (B).

3) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique que l'on énoncera, donner l'expression de v en fonction de g et de h, hauteur de chute de la barre. En déduire, en fonction de g, l'accélération a de la barre.

(Extrait BAC CE 1995 ex BAC S1S3 )

16 **N.B.**: On considère les chocs étudiés comme parfaitement élastiques.

1) Une particule $\alpha$ animée d'une vitesse de norme V = 10 000 km.s$^{-1}$ rencontre une autre particule $\alpha$ initialement au repos.




Après le choc, la particule $\alpha$ incidente est déviée d'un angle de 30° par rapport à sa direction initiale et sa vitesse est $||\vec{V_1}||$. L'autre particule $\alpha$ possède alors la vitesse$||\vec{V_2}||$.

Déterminer l'angle $\theta$ que font les directions de $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$ et calculer leurs normes $||\vec{V_1}||$ et $||\vec{V_2}||$.

2) Pour déterminer la masse d'une particule que l'on suppose être une particule $\alpha$ , on étudie le choc suivant :

La particule considérée de masse M animée de la vitesse $\vec{V}$ de norme V= 10 000 km.s$^{-1}$ vient heurter un proton immobile de masse m. Après le choc, les vitesses $\vec{V_1}'$ de la particule $\alpha$ et $\vec{V_2}'$ du proton sont colinéaires. De plus, on trouve $V_2'$ = 16 000 km.s$^{-1}$

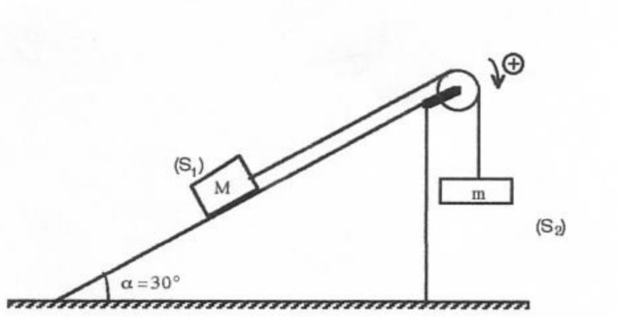
2.a- Montrer que la masse de la particule $\alpha$ peut se mettre sous la forme : M = k.m où k est un entier positif que l'on déterminera.

2.b- Sachant que m = 1,67.10$^{-27}$ kg, calculer M.

17 **N.B.**: On rappelle que le moment d'inertie d'un cylindre homogène de masse $m_0$ et de rayon R par rapport à son axe de rotation ($\Delta$) est $J_\Delta = \frac{1}{2} \cdot m_0R^2$.

Considérons le système suivant constitué d'un treuil de masse $m_0$, d'un solide ($S_1$) de masse M, d'un solide ($S_2$) de masse m et d'un câble inextensible et de masse négligeable entouré autour du treuil et portant à ses extrémités les solides ($S_1$) et ($S_2$).

On abandonne à l'instant initial le système sans vitesse initiale. Le solide ($S_1$) se déplace alors sans frottement le long de la ligne de plus grande pente du plan incliné qui fait un angle $\alpha$ = 30° avec l'horizontale.




**On donne** : M = 3 kg ; m = 2 kg ; $m_0$ = 1,25 kg ; g = 10 $m.s^{-2}$.

1) Montrer que le système se déplace dans le sens indiqué sur le schéma.

2) Exprimer l'énergie cinétique du système constitué par les solides ($S_1$), ($S_2$), le treuil et le câble en fonction de la vitesse linéaire V des solides ($S_1$) et ($S_2$).

3) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique que l'on énoncera, donner l'expression de la vitesse V en fonction de g, des différentes masses, de l'angle $\alpha$ et de h, hauteur de chute de ($S_2$).

En déduire, en fonction de g et des différentes masses, l'accélération a du système. Calculer sa valeur.

$\boxed{18}$ Le dispositif étudié est constitué d'un fil de masse négligeable et de longueur $l$ = 90 cm dont une des extrémités, C, est fixe. A l'autre extrémité est attachée une petite boule ($B_1$) de masse $m_1$ = 40 g assimilable à un point matériel.

Une autre petite boule ($B_2$) supposée ponctuelle, de masse $m_2$ = 20 g est posée sur le rebord d'une table de hauteur H = 80 cm. La boule ($B_1$) est amenée au point A, le fil occupant la position CA telle que l'angle $\alpha$ = 60°, puis elle est abandonnée à elle-même sans vitesse initiale.

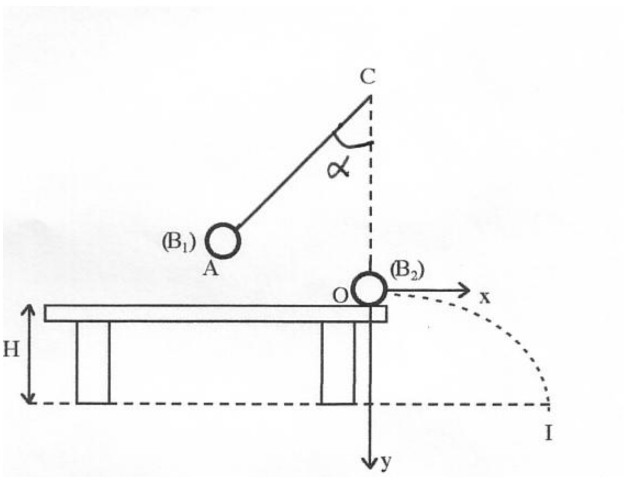
***On négligera l'influence de l'air.***

1) Avec quelle vitesse $V_1$ la boule ($B_1$) vient-elle heurter la boule ($B_2$) placée au point O ?

2) Calculer la tension T du fil quand la boule ($B_1$) passe par le point O.

3) En admettant que le choc est parfaitement élastique, calculer la vitesse $V_2$ la boule ($B_2$) juste après le choc.

4) Donner, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ l'équation du mouvement de la boule ($B_2$) après le choc puis établir l'équation cartésienne de sa trajectoire dans ce même



repère et dire quelle est sa nature ?

5) Calculer les coordonnées du point I d'impact de la boule ($B_2$) sur le sol puis calculer la durée de son mouvement entre les points O et I.

$\boxed{19}$ **Donnée** : $g = 10\ m.s^{-2}$

Un projectile considéré comme ponctuel est lancé, dans le champ de pesanteur, à partir d'un point A situé à la distance h = 1 m du sol, avec une vitesse faisant un angle $\alpha$ avec l'horizontale et de valeur $V_0 = 16\ m.s^{-1}$.

Un mur de hauteur H = 5 m est disposé à la distance L = 8 m du lanceur.

1) Établir l'équation du mouvement du projectile dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

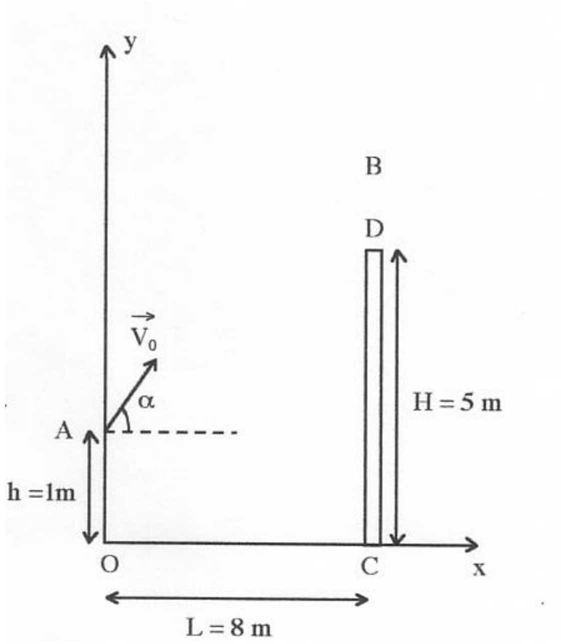
2) Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du projectile. Quelle est sa nature ?

3) Entre quelles valeurs doit être compris l'angle a pour que le projectile passe au dessus du mur ?

4) On fixe la valeur de $\alpha$ à 45°.

4.a- Soit B le point de passage du projectile au dessus du mur. Calculer la distance d séparant le sommet du mur au point B.

4.b- Soit $V_B$ la vitesse du projectile au point B.
Notons $\beta$ l'angle formé par la vitesse $\vec{V_B}$ et l'horizontale $\beta = (Ox, \vec{V_B})$. Calculer $\beta$.




4.d- 4.c- Calculer l'altitude maximale $Y_{max}$ atteinte par le projectile. Déterminer la portée X du tir.

$\boxed{20}$ **Données** : $g = 10\ m.s^{-2}$ ; $m = 200\ g$

Un mobile de masse m glisse sans frottement le long de la plus grande pente d'une table inclinée d'un angle $\alpha$ par rapport au plan horizontal. Le mobile a été lâché sans vitesse initiale. L'enregistrement du mouvement du centre d'inertie du mobile a été déclenché à une date quelconque que l'on prendra comme origine des temps.

Le tableau ci-dessous donne les abscisses du centre d'inertie du mobile sur sa trajectoire en fonction du temps.

| t(s) | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x(cm) | 0 | 7,5 | 18,0 | 31,5 | 48 | 67,5 | 90,0 |
| V(m/s) | | | | | | | |

1) Les intervalles de temps séparant deux mesures consécutives sont suffisamment courts pour qu'on puisse confondre les valeurs des vitesses instantanées et des vitesses

moyennes.
Calculer les valeurs des vitesses aux dates : t = 0,1 s, t = 0,2 s, ..., t = 0,5 s et compléter le tableau de mesure.

2) Tracer la courbe V = f(t) donnant les variations de la vitesse en fonction du temps. En déduire l'accélération du mobile, sa vitesse à la date t = 0 s ainsi que sa date de départ.

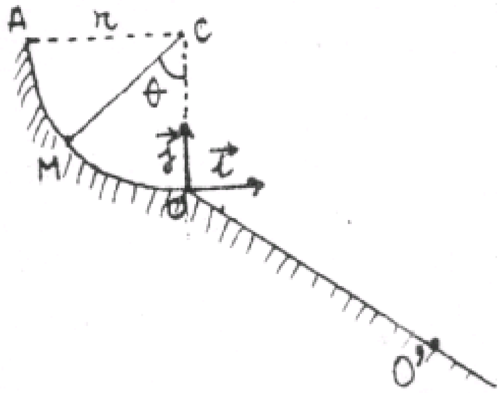
3) On suppose tout d'abord les frottements négligeables.
Établir l'expression de l'accélération a du mobile. En déduire la valeur de l'angle $\alpha$.

4) En réalité, la mesure directe de l'angle $\alpha$ donne 23°. On suppose que la seule force qui s'exerce sur le mobile est la composante tangentielle de la réaction de la table et qu'elle est constante. Donner alors les caractéristiques (norme et direction) de la réaction $\vec{R}$ exercée par la table sur le mobile.

$\boxed{21}$ **Données** : $g = 10\ m.s^{-2}$ ; m = 10 grammes

On dispose d'un rail AO dont la forme est celle d'un quart de cercle de rayon r = 1,0 mètres, conformément à la figure ci-contre.
Un point matériel de masse m, abandonné sans vitesse initiale, glisse sur le rail sans frottement.

En O est fixé un plan incliné vers le bas de 45°. Le point matériel quittant le rail en O décrit une trajectoire qui rencontre le plan incliné en un point O'.




1) On repère la position du point matériel par l'angle $\theta$. Exprimer $\|\vec{V}_M\|$, norme de la vitesse du point matériel en M en fonction de $\theta$, r et g.

2) Exprimer en fonction de $\theta$, g et m l'intensité de la force $\vec{R}$ que le rail exerce sur le point matériel. En quel point cette intensité est-elle maximale ? La calculer.

3) Après avoir déterminé les caractéristiques de la vitesse $\vec{V}_0$ au point O, déterminer l'équation de la trajectoire du point matériel entre O et O', point de contact avec le plan incliné dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

4) Exprimer la distance OO' en fonction de $V_0$ et g et la <u>calculer</u>.

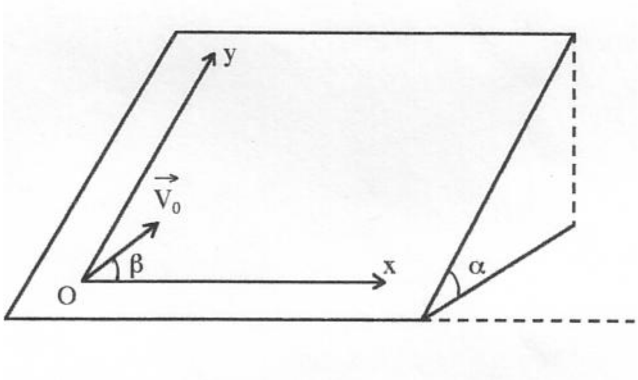
5) En réalité, la force de frottement agissant tangentiellement entre A et O n'est pas négligeable. Ainsi, l'expérience donne OO'= 4,7 mètres.
Evaluer, alors, l'intensité de la force f responsable de l'écart entre la valeur expérimentale et la valeur théorique de OO'. (Extrait BAC D 91)

22 **Données** : $g = 10\ m.s^{-1}$ ; $\alpha = 10°$ ; $\beta = 50°$

Sur une table à coussin d'air inclinée d'un angle a par rapport au plan horizontal, on étudie le mouvement d'un palet.

A la date t = 0, on lance, avec une vitesse à partir du point O, le palet vers le haut dans le plan de la table.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G de la table dans le plan rapporté au repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.




L'axe (Oy) qui porte le vecteur unitaire $\vec{j}$ est donc parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné.1) Etablir l'équation du mouvement du centre d'inertie G du palet.

2) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire décrite par le centre d'inertie G du palet dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Quelle est sa nature ?

3) Donner en fonction de $\alpha$, $\beta$, g et $V_0$ l'expression de l'ordonnée maximale $y_{max}$ atteinte par le centre d'inertie G du palet dans le plan (O, x, y). La mesure de l'ordonnée maximale donne $y_{max}$= 80 cm. Calculer la valeur de la vitesse initiale $V_0$ du palet.

23 **Données** : $g = 10\ m.s^{-2}$ ; m = 50 g ; M = 2900 g ; R = 20 cm

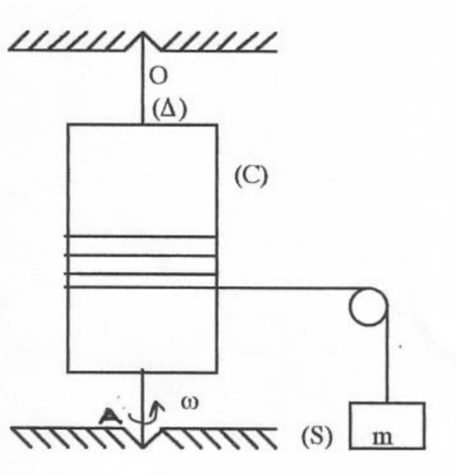
• Moment d'inertie d'un cylindre par rapport à l'axe (Δ) : $J_\Delta = \frac{1}{2} M.R^2$

Un cylindre homogène (C) de masse M et de rayon R peut tourner librement autour de son axe vertical (D). Un fil inextensible de masse négligeable, peut tourner sans glisser autour du cylindre (C) de masse négligeable. Le fil passe ensuite par la gorge d'une poulie ($\mathcal{P}$) de masse négligeable comme le montre la figure ci-contre. Un solide (S) de masse m est accroché à l'autre extrémité du fil.

***On néglige tous les frottements.***

On abandonne le système sans vitesse initiale et on détermine avec un chronomètre le temps mis par le cylindre pour effectuer <u>n tours complets</u> à partir du repos. On obtient les résultats suivants :

| n(tours) | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| t(s) | 2,7 | 3,9 | 4,8 | 5,6 |
| $t^2$ ($s^2$) | 7,3 | 15,2 | 23,0 | 30,7 |




1) Tracer le graphe $n = f(t^2)$.

Echelles : 1 cm pour 2,5 $s^2$ et 2 cm pour 1 tour.

2) Quelle est la nature du mouvement du cylindre ? Justifier la réponse.

3) Déterminer la valeur expérimentale de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}_{exp}$ du cylindre (C).

4) Montrer que l'expression de l'accélération angulaire théorique du cylindre (C) peut se mettre sous la forme :

$$\boxed{\ddot{\theta}_{th} = \frac{mgR}{J_{\Delta} + mR^2}}$$ . Calculer sa valeur.

5) Comparer la valeur expérimentale de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}_{exp}$ du cylindre et sa valeur théorique $\ddot{\theta}_{th}$. Commenter brièvement ces résultats.

$\boxed{24}$ ***Tous les frottements sont négligeables*** **:** ***on prendra*** **g = 10 m.s$^{-2}$**

Un skieur glisse sur une piste horizontale DA, à vitesse constante. En A, il aborde une piste circulaire de rayon r = AB. (B est sur la verticale passant par A). Voir figure.

On admet que le skieur est assimilable à un point matériel M dont la trajectoire suit la forme de la piste.

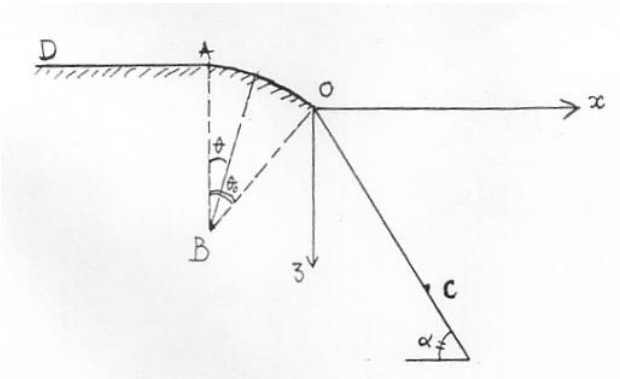
1) Etablir l'expression littérale de la vitesse $V_M$ en fonction de l'angle $\theta = \widehat{ABM}$ et de la vitesse $V_A$.

2) Le skieur quitte la piste en un point O tel que $\theta_0 = \widehat{ABO}$ . Calculer la valeur de l'angle $\theta_0$.

3) Au même point O commence une troisième partie rectiligne faisant un angle $\alpha$ = 45° avec la verticale.

3.a - Donner l'équation de la trajectoire de M dans le repère (O, x, z).

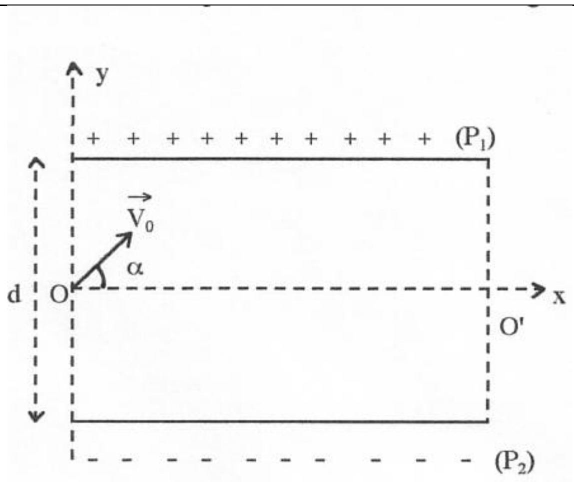
3.b - Le skieur arrive sur la piste de réception au point C ; Calculer la distance OC.




**Données** : $V_A$ = 10 m.s$^{-1}$ ; AB = r = 20 m .
(Extrait BAC $S_1 S_3$ 98)

$\boxed{25}$ **Données** : Charge élémentaire : e = 1,6.10$^{-19}$ C ; Masse de la particule a : m = 6,64.10$^{-27}$ kg.

Un faisceau de particules $\alpha$ (ions $He^{2+}$) pénètre entre les plaques horizontales $P_1$ et $P_2$ d'un condensateur à la vitesse de valeur $V_0$ = 448 km.s$^{-1}$ dont la direction fait un angle $\alpha$ = 45° avec l'horizontale. La largeur de la plaque est L = 10 cm ; La distance entre les armatures est d = 8 cm ; La tension entre les armatures est U.

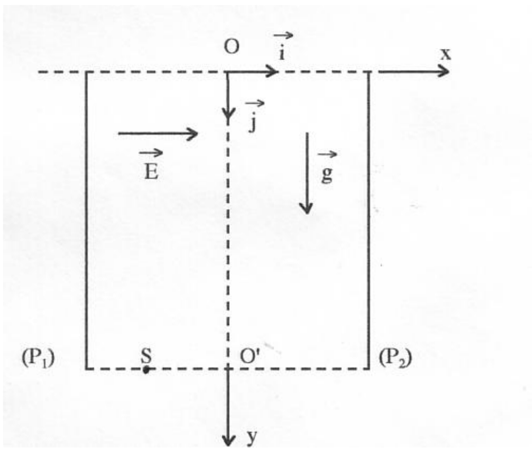



1) Etablir l'équation du mouvement d'une particule $\alpha$ entre les armatures du condensateur.

2) Etablir l'équation de la trajectoire d'une particule $\alpha$ entre les armatures du condensateur.
Donner son expression numérique.
3) Quelle est la condition d'émergence d'un faisceau de particules $\alpha$ ? (Valeur de U pour que le faisceau ne rencontre pas l'une des armatures du condensateur).
4) Déterminer la valeur de U pour que le faisceau sorte des armatures au point O'.
Déterminer alors les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{V}_0'$ des particules $\alpha$ à leur sortie au point O'.

$\boxed{26}$ **Donnée** : $g$ = 10 m.s$^{-2}$

Une petite sphère électrisée de masse m = 2 g, considérée comme ponctuelle pénètre avec une vitesse nulle au point O, milieu de l'entrée des armatures ($P_1$) et ($P_2$) d'un condensateur. La petite sphère porte une charge de valeur absolue $|q|$ = 400 nC. Les armatures ont une longueur L = 20 cm et sont distantes de d = 10 cm. La tension entre les armatures du condensateur est U = 1000 V. Il règne concomitamment à l'intérieur des armatures le champ de pesanteur $\vec{g}$ et un champ électrique $\vec{E}$ dont le sens est précisé sur la figure ci-contre.




1) Quel doit être le signe de la charge portée par la sphère pour que celle-ci sorte des armatures au point S ?

2) Montrer que le mouvement de la sphère entre les armatures est uniformément accéléré. Calculer la valeur de son accélération.
3) Établir en fonction de $|q|$, m, d, U, g et x l'équation de la trajectoire de la sphère entre les armatures dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Donner son expression numérique. Quelle est sa nature ?

4) Déterminer dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les coordonnées du point S de sortie de la sphère des armatures.

$\boxed{27}$ Une fusée à décollage vertical a une masse au sol $m_0$. Elle décolle à la date t = 0.

1) Les gaz sortant d'une tuyère servent à la propulsion de la fusée.
La vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée est $V_e$, le débit massique des gaz est k.
Soit m la masse de la fusée à l'instant t et V sa vitesse par rapport à un observateur terrestre (supposé galiléen).

En appliquant le théorème du centre d'inertie, donner l'expression du vecteur accélération a de la fusée à l'instant t en fonction de m, k, $V_e$ et g (accélération de la pesanteur supposée constante). On négligera la résistance de l'air.

2) Le débit massique k des gaz est constant, on étudie le mouvement vertical ascendant de la fusée.

2.a - Soit $m_0$ la masse initiale de la fusée. Donner l'expression de l'accélération a de la fusée en fonction du temps.

2.b - Sachant qu'au départ a = 0 pour $m_0$ = 10 tonnes, $V_e$ = 2450 $m.s^{-1}$, calculer k.

3) La masse de combustible représente les 4/5 de la masse totale initiale $m_0$.

3.a - Au bout de combien de temps le carburant est-il épuisé ?
3.b - Calculer la vitesse atteinte à cet instant.
3.c - A quelle altitude z se trouve alors la fusée ?

4) A la fin de la combustion, le mouvement de la fusée devient balistique.
Avec les mêmes hypothèses simplificatrices que pour les questions précédentes, calculer la vitesse V' de la fusée lorsque celle-ci atteint l'altitude de 300 km. (On fera l'application numérique en prenant pour g, supposé constant ce domaine d'étude la valeur 9,0 $m.s^{-2}$ )

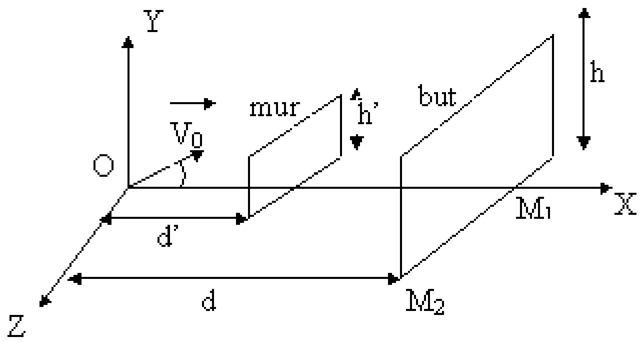
(D'après concours E.M.S. 97 et CGS 2000)

$\boxed{28}$ **Hommage aux Lions du Football**

On néglige l'action de l'air sur le mouvement du ballon et on prendra g = 9,81 $m.s^{-2}$

Lors d'un match de football, pour marquer un but, il faut que le ballon passe dans un cadre rectangulaire. Ce cadre est constitué de deux montants verticaux réunis au sommet par une barre transversale qui est à une hauteur h = 2,44 m du sol.

XOY est le plan vertical et XOZ le plan horizontal. Pour simplifier, on remplacera le ballon par un point matériel dont la masse m = 430 g. Le ballon est posé au point O sur le sol horizontal face au cadre à une distance d = 25 m. (figure1)



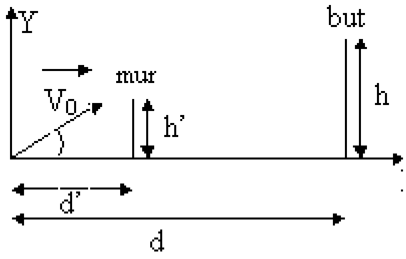




**figure 1** **figure 2**

**1$^{er}$ Cas** : tir sans obstacle.

1) Un joueur, non gêné par un adversaire, tire le ballon avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ contenue dans le plan vertical XOY. Sa direction fait un angle $\alpha$ = 30° avec le plan horizontal.

1.a- Montrer que la trajectoire du ballon est dans le plan vertical.

1.b- Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement du ballon dans le système d'axes indiqué.

1.c- Entre quelles valeurs doit se situer la norme de $\vec{V}_0$ pour que le but soit réussi ?

**2$^{ème}$ Cas** : tir avec obstacle.

2) Le joueur effectue à nouveau son tir mais on place un mur en face du ballon à une distance d = 9,15 m. La direction du mur est parallèle à l'axe OZ et sa hauteur h ' = 1,75 m.. Le joueur tire sur le ballon et lui communique une vitesse $\vec{V}_0$, de valeur $V_0$ =16,83 $m.s^{-1}$ et faisant un angle $\alpha$ = 30° avec le sol horizontal.

2.1- Montrer que :

2.1 a- le ballon n'est pas arrêter par le mur.

2.1 b- le point d'impact du ballon sur le sol est $M_1$(25m ; 0 ; 0)

2.2 Quelle est la durée du trajet du mouvement du ballon entre O et le but.

2.3 Le gardien de but est au point $M_2$(25m ; 0 ; 3,66m), il voit le ballon lorsque ce dernier passe au dessus du mur.

A partir de cet instant, à quelle vitesse V, supposée constante, doit-il se déplacer suivant une direction parallèle à OZ pour empêcher le ballon de rentrer dans le but ? (Extrait Bac S2 2002)

**29** **Données** : $g = 9{,}80\ m.s^{-2}$ ; $m = 100\ g$ ; $M = 150\ g$ ; $r = 2{,}00\ cm$ ; $\alpha = 60°$.

Soit une tige métallique homogène OA, de section constante ; cette tige traverse diamétralement un cylindre (C) d'axe horizontal de rayon r, mobile **sans frottement** autour d'un axe (Δ) horizontal (confondu avec l'axe de révolution de (C)). La tige est muni de deux masselottes identiques considérées comme ponctuelles de masse M chacune. Ces masselottes sont placées à une même distance d par rapport à l'axe (Δ) de rotation (figure 1).
Un fil inextensible de masse négligeable est enroulé sur le cylindre (C). Ce fil passe par ailleurs sur la gorge d'une poulie (P) ( dont on néglige la masse et les frottements sur son axe) et supporte un solide (S) de masse m, qui peut se déplacer sur un plan incliné d'un angle α par rapport à la direction horizontale. L'ensemble des frottements du plan incliné sur le solide (S) équivaut à une force unique $\vec{f}$ de même direction que le plan incliné, de sens contraire au mouvement de (S) et d'intensité f supposée constante. (figure 2)

On désigne par $J_{\Delta}$ le moment d'inertie du système S ( cylindre + tige + masselottes) et $J_0$ le moment d'inertie du système S' (cylindre + tige).

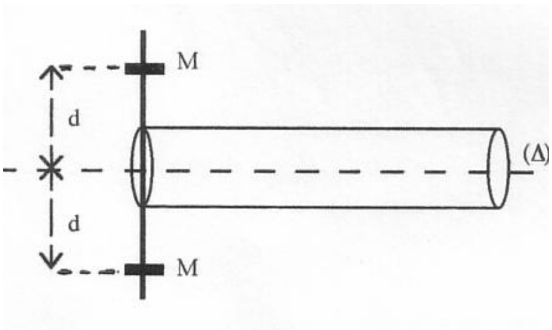


figure 1

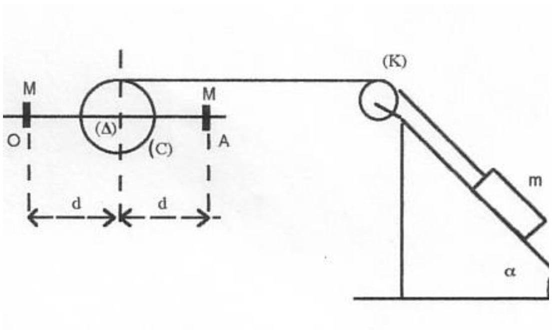


figure 2

1) On abandonne le système sans vitesse initiale à une date prise comme origine des temps t = 0, on demande d'établir, par application des lois de la dynamique l'expression de l'accélération angulaire $\ddot{q}$ en fonction de m, r, J▯, f, ▯ et g puis en fonction de m, r, $J_0$, d, M, f, α et g.

2) Etablir la loi horaire du mouvement de rotation en supposant qu'à l'instant t = 0 l'abscisse angulaire θ de la tige est nulle. La tige effectue 4 tours en 6,5 secondes, calculer son accélération angulaire.

3) Afin d'étudier l'influence du moment d'inertie sur le mouvement de la tige, on mesure le temps qu'elle met pour faire deux tours pour diverses valeurs de d.

| d (cm) | 6 | 10 | 14 | 18 |
|---|---|---|---|---|
| t (s) | 3,16 | 3,76 | 4,51 | 5,36 |

3.a- Construire le graphe de la fonction $t^2 = f(d^2)$.

Echelles : 1 cm pour $2.10^{-3}\ m^2$ et 1 cm pour $2\ s^2$.

3.b- Montrer que la relation littérale liant $t^2$ et $d^2$ peut se mettre sous la forme : $t^2 = a d^2 + b$ avec a et b des constantes que l'on exprimera en fonction de m, r, $J_0$, M, f, a et g.

3.c- A partir du graphique, calculer f et $J_0$. (extrait CGS 98)

$\boxed{30}$ Les forces s'exerçant sur un avion en vol peuvent se résumer à trois forces appliquées au centre d'inertie du l'avion :

- le poids $\vec{P}$ ;
- la force de de traction $\vec{F}$ du moteur dirigé suivant l'axe longitudinal de l'avion ;
- la résistance de l'air $\vec{R}$ qui se décompose en deux forces :

* **la portance** $\vec{R_N}$ , perpendiculaire plan des ailes et responsable de la sustention de l'avion et
* **la traînée** $\vec{R_T}$ , dans l'axe et qui freine le mouvement de l'avion.

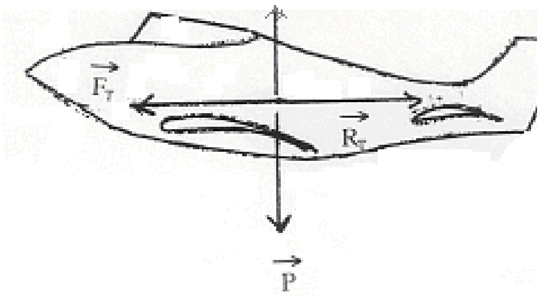



fig. 1

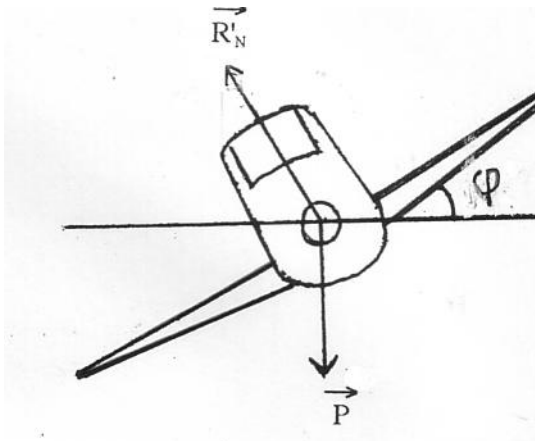



fig. 2

1) $\boxed{\text{DECOLLAGE}}$

Un avion de tourisme (quadriplace), équipage et carburant compris, a une masse M = 1000 kg. L'avion, partant du repos, atteint la vitesse $V_1$ = 108 $km.h^{-1}$ sur une piste horizontale en parcourant la distance d = 300 m.

1.a- Calculer son accélération a que l'on suppose constante.

1.b- Calculer la durée de cette phase de roulement, avant le décollage.

1.c- La puissance développée par le moteur vaut P = 225 kW. Calculer l'intensité de la force motrice $\vec{F}$ lorsque l'avion atteint la vitesse $V_1$ = 108 $km.h^{-1}$.

1.d- Calculer l'intensité f des forces s'opposant à l'avancement de l'avion (traînée et résistance à l'avancement) au moment où l'avion atteint la vitesse $V_1$.

2) $\boxed{\text{VOL EN CROISIERE}}$

Une fois que l'avion atteint une altitude suffisante, il se déplace en vol rectiligr horizontale, à la vitesse $V_2$ = 90 $m.s^{-1}$. La puissance effectivement utilisée par le mote vaut alors $P_u$ = 180 kW.

2.a- Calculer l'intensité de la nouvelle force $\vec{F'}$ de traction du moteur.

2.b- Calculer, pour cette phase du vol, l'intensité de la portance $\vec{R'}_N$ et de traînée $\vec{R}_T$. En déduire la valeur de la résistance $\vec{R'}$ de l'air sur l'avion.

2.c- Calculer l'angle $\alpha$ que fait la résistance de l'air $\vec{R'}$ avec la verticale.

3) VIRAGE EN CROISIERE

L'avion effectue un virage horizontal de rayon r en conservant sa vitesse de croisière $V_2 = 90\ m.s^{-1}$.

3.a- Pour cette phase du vol expliquer pourquoi l'avion doit obligatoirement s'incliner.

3.b- De quel angle $\varphi$ l'avion doit-il s'incliner par rapport à l'horizontale pour effectuer un tour complet (on dit un "360" dans le jargon des pilotes) en deux minutes ?

4) LARGAGE

L'avion, de l'altitude h = 1500 m, se déplaçant en vol rectiligne, horizontal, à la vites constante $V_2 = 90\ m.s^{-1}$, largue, à la verticale d'un point P du sol plan et horizontal, paquet que l'on assimilera à un point matériel. L'instant du largage est pris comme origi des dates. ***On négligera la résistance de l'air sur le paquet.***

4.a- Etablir l'équation du mouvement du paquet dans un repère judicieusement choisi.

4.b- Déterminer l'équation de la trajectoire du paquet. Quelle est sa nature ?

4.c- Où se trouvera l'avion quand le paquet touchera le sol ?

(d'après Bac D 87)

# P4-GRAVITATION UNIVERSELLE


**TRAVAUX DIRIGES TERMINALE S**

**Données** : La Terre est supposée à symétrie sphérique.

- Rayon de la Terre : $R_T = 6370$ km ;
- $G_0 = 9,8\ m.s^{-2}$ ;
- Masse de la Terre : $M_T = 5,97.10^{24}$ kg ;
- Constante universelle de gravitation : $K = 6,67.10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

# Connaissance du cours

1 Qu'est-ce que le repère géocentrique ? Les vecteurs de base ce repère tournent-ils avec la Terre autour de l'axe des pôles ?

2 Enoncer la loi de Newton pour la gravitation.

3 Donner, en fonction de K, $M_T$ et r l'expression du champ de gravitation $\mathcal{G}$ créé par une masse ponctuelle m en un point A situé à la distance r de la position O de cette masse. Calculer l'altitude h à laquelle le champ gravitationnel a diminué de 1%.

4 Donner l'expression du champ de gravitation terrestre $\mathcal{G}_0$ à la surface de la Terre et celle du champ de gravitation terrestre $\mathcal{G}$ en un point A situé à l'altitude z de la Terre. Trouver la relation entre $\mathcal{G}$ et $\mathcal{G}_0$...

5 Montrer qu'au voisinage de la Terre, à l'altitude h (h << R) que le champ de gravitation terrestre $\mathcal{G}$ peut se mettre sous la forme : $\mathcal{G} = \mathcal{G}_0 \left(1- \frac{2h}{R}\right)$

6 Montrer que la vitesse V d'un satellite en orbite circulaire autour de la Terre à l'altitude z est constante. Donner l'expression de la vitesse V en fonction de la constante gravitationnelle $\mathcal{G}$, du rayon R de la Terre et de l'altitude z du satellite.

Application : Deux satellites ($S_1$) et ($S_2$) en orbite circulaire autour de la Terre ont respectivement pour altitude $z_1$ et $z_2$.Lequel des deux satellites a la plus grande vitesse ?

7 Un satellite de masse m décrit une orbite circulaire autour d'une planète de masse M. La période du satellite est T, le rayon de son orbite est r. Donner, en fonction de T, r et de la constante gravitationnelle $\mathcal{G}$, l'expression de la masse M de la planète.

Application : Le satellite et la planète étant respectivement la Lune et la Terre, calculer la masse de la Terre.
On donne : r = $3,85.10^5$ km et T = 27,25 jours.

8 Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ? A quelle altitude $z_G$ place-t-on un tel satellite ?

9 Un satellite tourne autour de la Terre, sur une orbite circulaire de rayon r, dans le plan équatorial terrestre. La Terre est supposée à symétrie sphérique. Le satellite se déplaçant d'Ouest en Est, quel intervalle de temps $\theta$ sépare deux passages consécutifs à la verticale d'un point donné de l'équateur ? ($\theta$ représente, pour un observateur terrestre situé en un point de l'équateur, la période de révolution du satellite).

10 Avec quelle vitesse $V_L$ faut-il lancer un objet de la surface de la Terre pour qu'il s'en éloigne indéfiniment ? ($V_L$ est appelée vitesse de libération ou deuxième vitesse cosmique).

# Objectif BAC

**11** **Expérience de CAVENDISH : Mesure de la constante gravitationnelle G.**

Le dispositif de CAVENDISH destiné à mesurer la constante gravitationnelle G est schématisé comme suit. Il est formé d'une tige AB de longueur AB = $2l$ et de masse négligeable portant chacune des petites sphères de platine de masse $m_A = m_B = m$ à ses extrémités. La tige est fixée en son milieu à un fil de torsion de constante de torsion C. L'ensemble peut tourner autour de l'axe ($\Delta$) formé par le fil (voir fig.1).

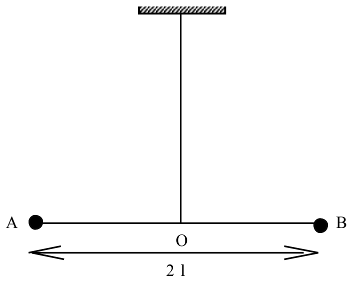



fig. 1

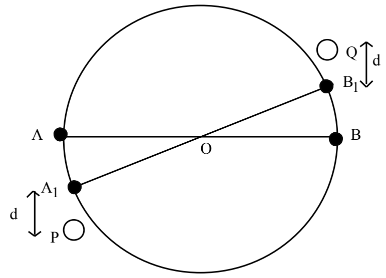



fig.2

La tige étant en équilibre dans la position AB, on place au voisinage de ses extrémités, aux points P et Q deux sphères de plomb de même masse M. Sous l'action de la force de gravitation, le fil se tord d'un angle $\alpha$. Lorsque le système est à l'équilibre, on a : $A_1P = B_1Q = d$ (voir fig.2).

1) En négligeant l'action de chacune des sphères de plomb sur la sphère de platine, trouver la relation liant la constante gravitationnelle K à l'angle $\alpha$ et des autres caractéristiques mécaniques de l'ensemble du dispositif.

2) On donne : m = 50,0 g ; M = 30,0 kg ; $2l$ = 20 cm ; d = 5 cm ; C = $4,65.10^{-7}$ N.m.rad$^{-1}$;
$\alpha$ = 59,2'. En déduire la valeur de la constante gravitationnelle K.

**12** Le tableau suivant rassemble les valeurs numériques des périodes de révolution T et des altitudes z des orbites de quelques satellites artificiels de la Terre.

| Base de lancement | Kourou | Baïkonour | Chine | Etats-unis |
|---|---|---|---|---|
| Satellite | Intelsat-V | Cosmos-197 | Feng-Yun | USA-35 |
| T | 23 h 56 min | 11 h 14 min | 102,8 min | 12 h |
| z ($10^4$ km) | 3,58 | 1,91 | 0,09 | 2,02 |

1) Vérifier, à partir des valeurs numériques du tableau, que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est constant.

2) A partir de la troisième loi de Kepler que l'on établira et de la valeur du rapport $\frac{T^2}{r^3}$, calculer la masse $M_T$ de la Terre.

**13** Le satellite SYNCOM III, premier satellite vraiment géostationnaire fut mis sur orbite en 1964. Son mouvement circulaire est étudié dans le référentiel géocentrique considéré comme galiléen.

1) Donner l'expression du champ de gravitation G en fonction de l'altitude h en faisant apparaître le champ de gravitation $G_0$ à la surface de la Terre.
2) Montrer que le mouvement de rotation du satellite est uniforme.

3) A quelle altitude a été placé SYNCOM III ?

4) Quelle fraction $\eta$ de la surface terrestre peut être couverte par les émissions du satellite ?

Indication : L'aire S d'une calotte sphérique de rayon R, vue sous l'angle $\theta$ depuis le centre de la sphère, est donnée par : $S = 2\pi R^2 (1 - \cos\theta)$.

$\boxed{14}$ Le télescope Hubble a été mis en orbite circulaire autour du centre O de la Terre. Il évolue à l'altitude $z_H$ = 600 km. Ce télescope, objet pratiquement ponctuel par rapport à la Terre, est noté H et a une masse m = 12 tonnes.
Les images qu'il fournira seront converties en signaux électriques et acheminées vers la Terre via un satellite G en orbite circulaire à une altitude $z_G$ = 35 800 km.

1) Appliquer la loi de gravitation de Newton ou loi de l'attraction universelle de Newton au télescope à l'altitude z et donner l'expression littérale de l'intensité $F_H$ de la force de gravitation qu'il subit en fonction de $G_0$, m, z et du rayon R de la Terre.

2) Calculer l'intensité de cette force pour $z = z_H$ = 600 km ; ainsi que l'intensité $G_H$ du champ gravitationnel à cette altitude.

3) Le mouvement du télescope est étudié dans le référentiel géocentrique dont l'origine est O.

3.a- Montrer que le mouvement circulaire du satellite est uniforme.

3.b- Donner l'expression littérale de la vitesse v du satellite sur son orbite en fonction de R, $G_0$ et z puis calculer sa valeur en $m.s^{-1}$ et en $km.s^{-1}$.

$\boxed{15}$ Un satellite en orbite circulaire autour de la Terre est soumis à une force de frottement de sens opposé à son vecteur vitesse.

On admet que l'énergie potentielle gravitationnelle du système {satellite + Terre} est donnée par :
$E_P = - K \frac{M_T.m}{r}$ où K est la constante gravitationnelle, $M_T$ la masse de la Terre, r le rayon de l'orbite du satellite.
Montrer que, si l'on considère l'orbite comme quasiment circulaire, paradoxalement l'action de la force de frottement a pour effet d'augmenter la norme du vecteur vitesse.

$\boxed{16}$ EXPLORATION DU SYSTEME SOLAIRE

Nous proposons dans cet exercice, de montrer comment une mission spatiale peut contribuer à améliorer la connaissance du système solaire. En mars 1979, la sonde Voyager I s'approchant de Jupiter à une altitude $z_1$ mesure le champ gravitationnel $G_1$ créé par cette planète. Quelques mois plus tard, Voyager II mesure à l'altitude $z_2$ un champ gravitationnel $G_2$. En déduire :
1) La valeur de la masse M de Jupiter.
2) Le rayon R de cette planète supposée sphérique.
3) L'intensité $G_0$ du champ gravitationnel à sa surface.
4) La valeur numérique de la masse volumique $\rho$ de Jupiter.

**A.N.** : $z_1$ = 278 000 km ; $G_1$ = 1,04 $N.kg^{-1}$ ; $z_2$ = 650 000 km ; $G_2$ = 0,243 $N.kg^{-1}$.
Les deux sondes américaines Voyager 1 et 2 lancées en 1977 étaient destinées à observer le système solaire. Après avoir survolé les planètes externes (Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune) elles ont quitté notre système solaire. Elles étaient porteuses de messages pour une éventuelle rencontre avec d'autres civilisations.

17 Dans le référentiel géocentrique un satellite évolue sur une orbite circulaire de rayon $r_1$ = 20 000 km dans le plan équatorial de la Terre. Il se déplace d'Ouest en Est. La période du mouvement de rotation de la Terre dans ce référentiel est $T_0$ = 86 164 s.

1) Montrer que le mouvement de rotation du satellite est uniforme.

2) Etablir l'expression de la vitesse du satellite dans le référentiel géocentrique puis calculer sa valeur.

3) En déduire l'expression de la période $T_1$ du mouvement du satellite puis calculer sa valeur.

4) Déterminer la valeur r de l'orbite du satellite pour qu'il soit géostationnaire.

5) Quelle est pour un observateur terrestre, la période de révolution $T_a$ du satellite évoluant sur l'orbite circulaire de rayon $r_1$ = 20 000 km.

6) Un autre satellite, de période $T_2$ évoluant dans le plan équatorial de la Terre sur une orbite circulaire de rayon $r_2$ = 18 000 km dans le même sens que le premier.
A l'aide d'un schéma clair indiquer les positions des deux satellites quand leur distance est minimale.
Ce rapprochement entre les deux satellites se répète périodiquement. Calculer la période $\theta$ de ces rapprochements. **(Extrait Bac D 96)**

18 On considère une planète P de masse M. Le mouvement de l'un de ses satellites S, assimilé à un point matériel de masse m, est étudié dans un référentiel considéré comme galiléen, muni d'un repère dont le centre coïncide avec le centre O de la planète P et les trois axes dirigés vers trois étoiles fixes.
On admet que la planète a une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite de son satellite est un cercle de centre O et de rayon r.

1) Donner les caractéristiques de la force de gravitation $\vec{F}$ exercée par la planète P sur le satellite S. Faire un schéma.

2) Donner l'expression du champ de gravitation $\vec{G}$ créé par la planète P au point où se trouve le satellite S.

Représenter ce vecteur de gravitation $\vec{G}$ sur le schéma précédent.

3) Déterminer la nature du mouvement dans le référentiel d'étude précisé

4) Exprimer le module de la vitesse V et la période de révolution T du satellite S en fonction de la constante de gravitation G, du rayon r de la trajectoire du satellite S et de la masse M de la planète P.

Montrer que le rapport $\frac{r^3}{T^2}$ est une constante.

5) Sachant que l'orbite du satellite S a un rayon r = 185 500 km et que sa période de révolution vaut T = 22,6 heures, déterminer la masse M de la planète P.

6) Un autre satellite S' de la planète P a une période de révolution T' = 108,4 heures. Déterminer le rayon r' de son orbite. **(Extrait Bac S2 98)**

19 **Données** : La Terre et la Lune sont considérées comme des corps sphériques homogènes.

Masse de la Lune : $M_L$= 7,34. $10^{22}$ kg ; $R_L$ = 1 740 km
Distance des surfaces de la Terre et de la Lune D = 384. $10^3$ km
Durée du jour solaire : $T_1$ = 86 400 s ; Durée du jour sidéral $T_2$ = 86 164 s.

1) Calculer le champ de gravitation créé par la Lune à sa surface.

2) Calculer la force de gravitation qu'exerce la Lune sur la Terre.

3) En quel point du segment joignant les centres de la Lune et de la Terre la force de gravitation est-elle nulle ?

4) Démontrer que l'énergie potentielle de gravitation d'un corps de masse m situé à la distance r du centre d'une planète de masse M, vaut : $E_p = -K\dfrac{m.M}{r}$. Prendre $E_p = 0$ à l'infini.

5) Exprimer la vitesse de libération $V_1$ ou première vitesse cosmique, d'un objet par rapport à une planète de masse M et rayon R en fonction de K, M et R. Faire l'application numérique pour la Terre et pour la Lune.

6) Déterminer l'altitude à laquelle doit évoluer un satellite terrestre géostationnaire.

7) Un satellite passe tous les 26 jours au-dessus de la verticale d'un lieu terrestre après 370 révolutions, son altitude est alors de 830 km. Ces données sont-elles compatibles avec le fait que le satellite a une trajectoire circulaire autour de la Terre ? Justifier la réponse. On admet que la période est mesurée à 1 % près. **(Extrait Bac S1 S3 2001)**

**20** Le mouvement d'un satellite de la Terre est étudié dans le référentiel géocentrique. La Terre est supposée à symétrie sphérique de centre O de rayon R et de masse $M_T$. Le satellite assimilé à un point matériel de masse m décrit une orbite circulaire de rayon r autour de O dans le plan équatorial de la Terre.

1) Exprimer l'énergie cinétique $E_c$ du satellite en fonction de $M_T$, m, r et la constante de gravitation universelle K.

2) L'expression de l'énergie potentielle de la pesanteur du système {satellite + Terre} est $E_P = -K\dfrac{M_T.m}{r}$ en posant $E_P = 0$ pour l'infini. Comment varie $E_p$ en fonction de r ? Exprimer $E_P$ en fonction de m, $g_0$, R et r.

3) Exprimer l'énergie mécanique E du système {satellite + Terre} quand le satellite parti du sol terrestre se trouve sur l'orbite de rayon r animé de la vitesse V. En déduire l'expression de la vitesse en fonction des données. Quelle vitesse minimale $V_0$ faut-il communiquer au satellite pour qu'il devienne une sonde interplanétaire (qu'il se libère de l'attraction terrestre et aille à l'infini) ?

4) Dans la haute atmosphère, le satellite subit l'action des forces de frottement pendant son déplacement. Le satellite passe alors de l'orbite de rayon $r_1$ où sa vitesse est $V_1$ à l'orbite de rayon $r_2$ où sa vitesse est $V_2$.

<u>4.a</u>- En notant $E_1$ et $E_2$ les énergies respectives du satellite sur les orbites de rayons $r_1$ et $r_2$, dire, en justifiant la réponse quel est le signe de la variation d'énergie mécanique du système {satellite + Terre}.

<u>4.b</u>- Comparer $r_1$ et $r_2$ puis $V_1$ et $V_2$. Commenter brièvement ces résultats.

**21** La Terre est assimilée à une sphère homogène de centre O de masse M et de rayon R. Le champ de gravitation créé par la Terre en tout point A de l'espace situé à une distance r du point O est : $\vec{G} = K\dfrac{M}{r^2}\vec{u}$

K est la constante universelle de gravitation et $\vec{u} = \dfrac{\vec{OA}}{||\vec{OA}||}$.

1) Un satellite (S) de masse m décrit d'un mouvement uniforme une orbite circulaire de rayon r autour de la Terre. Le mouvement est rapporté au repère géocentrique et on suppose que (S) est soumis à la seule action du champ de gravitation terrestre.

1.a- Exprimer la vitesse v de (S) en fonction de l'intensité $G_0$ du champ de gravitation au sol de R et r.

1.b- En déduire l'expression de la période T du mouvement. Calculer T pour r = 8000 km.

2) Le travail élémentaire de la force de gravitation est donné par dW = $\vec{F}.d\vec{r}$.

2.a- Montrer que le travail de la force de gravitation lors du déplacement du satellite du sol jusqu'à l'orbite de rayon r est donnée par : $W = mG_0R^2\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$.

2.b- En déduire l'expression de l'énergie potentielle du système {satellite + Terre} en fonction de $G_0$, m, r et R. On choisira le niveau du sol comme niveau de référence pour l'énergie potentielle.

2.c- Exprimer l'énergie cinétique du satellite en fonction de $G_0$, m, r et R.

3) Il se produit une très faible variation dr du rayon r, telle que la trajectoire puisse toujours être considérée comme circulaire.

3.a- Exprimer la variation dv de la vitesse qui en résulte et montrer que $dv = -\frac{\pi}{T}dr$.

3.b- la variation dr est en réalité due au travail $dW(\vec{f})$ des forces de frottement exercées par les couches raréfiées de l'atmosphère pendant le déplacement. Du signe de $dW(\vec{f})$, déduire l'effet de ces forces sur l'altitude et la vitesse du satellite. **(Extrait Bac CE 96).**

22 On admet que la Terre a une répartition de masse à symétrie sphérique. Elle est considérée comme une sphère de centre O, de rayon R = 6370 km et de masse $M = 5,97.10^{24}$ kg.
Le constante de gravitation universelle est $G = 6,67.\ 10^{-11}\ N.kg^{-2}.m^2$
Un satellite, assimilé à un point matériel, décrit une orbite circulaire de rayon r dans le plan équatorial, autour de la Terre.

1) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. **(0,75 point)**

2) Etablir l'expression de sa vitesse v en fonction de r, M et G.
En déduire l'expression de la période T du mouvement du satellite en fonction de r, M et G. **(01 point)**

3) Les données suivantes constituent un extrait de la fiche technique de la mission de la navette spatiale américaine DISCOVERY pour l'étude environnementale sur l'atmosphère moyenne de la Terre :

- Masse de la navette en orbite : $m = 69,68.10^3$ kg.
- Altitude moyenne h = 296 km.
- Nombre d'orbites n = 189. (nombre de tours effectué par DISCOVERY de sa date de lancement jusqu'à la date d'atterrissage).

3.1- Déterminer à partir des données techniques, les valeurs numériques de la vitesse et de la période du mouvement de la navette spatiale DISCOVERY.

3.2- La navette a atterri le 18 Août 1997 à Kennedy Space Center.
Déterminer la date de lancement de la navette ; on négligera les durées de la mise sur orbite et de l'atterrissage.

4) DISCOVERY a atterri le 18 août 1997, à la date t = 7 h 07 min. Dans la phase d'approche à l'atterrissage, moteurs à l'arrêt, la navette est soumise à son poids et aux forces de frottement de l'air.
On trouvera ci-dessous la valeur de sa vitesse à différentes dates.

| Date | Altitude (km) | Vitesse ($m.s^{-1}$) |
|---|---|---|
| $t_1$ = 6 h 59 min | 54,86 | 1475 |
| $T_2$ = 7 h 04 min | 11,58 | 223,5 |

On prendra $g = 9,7\ m.\ s^{-2}$ pendant toute la phase d'approche.

4.4.1- Calculer le travail du poids du DISCOVERY entre les dates $t_1$ et $t_2$.
4.4.2- En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer le travail des forces de frottement de l'air sur DISCOVERY entre les instants $t_1$ et $t_2$ de la phase d'approche à l'atterrissage.
**(Extrait Bac S1S3 2003).**

$\boxed{23}$ Lire attentivement le texte ci-dessous, extrait du livre de Jules Verne **" Autour de la Lune"** Edition Hetzel 1870, réédité en livre de poche 1993 p122-127.

**Données :** Les astres Terre et Lune sont supposés avoir une répartition de masse à symétrie sphérique.

- masse de la Lune : $M_L = 7.35.10^{22}$ kg
- Distance entre les centres d'inertie de la Terre et de la Lune : $r_{TL} = 3.83.10^8$ m.

Les trois héros ont pris place à l'intérieur d'un projectile, Colombiad, qu'un canon a propulsé en direction de la Lune.

*On sait que l'attraction, autrement dit la pesanteur, est proportionnelle aux masses et en raison inverse du carré des distances. De là cette conséquence : si la Terre eût été seule dans l'espace, si les autres corps célestes, se fussent subitement annihilés, le projectile d'après la loi de Newton, aurait d'autant moins pesé qu'il se serait éloigné de la Terre, mais sans jamais perdre entièrement son poids, car l'attraction terrestre se fût toujours fait sentir à n'importe quelle distance.*

*Mais dans le cas actuel, un moment devait arriver où le projectile ne serait plus aucunement soumis aux lois de la pesanteur, en faisant abstraction des autres corps célestes dont on pouvait considérer l'effet comme nul.*

*En effet, la trajectoire du projectile se traçait entre la Terre et la Lune. A mesure qu'il s'éloignait de la Terre, l'attraction terrestre diminuait en raison inverse du carré des distances, mais aussi l'attraction lunaire augmentait dans la même proportion. Il devait donc arriver un point où, ces deux attractions se neutralisant, le boulet ne pèserait plus. Si les masses de la Lune et de la Terre eussent été égales, ce point se fût rencontré à une égale distance des deux astres. Mais, en tenant compte de la différence des masses, il était facile de calculer que ce point serait situé aux quarante sept cinquante deuxièmes du voyage, soit en chiffres, à soixante dix huit mille cent quatorze lieues de la Terre.*

1) Dans la première phrase du texte, à quelle loi Jules Verne fait-il allusion ?

Exprimer cette loi sous forme vectorielle et faire un schéma.

2) Etude du champ de gravitation terrestre.

2.a- *"Si la Terre eut été seule dans l'espace"*, exprimer l'intensité G du vecteur champ de gravitation à l'altitude z.

2.b- En déduire que G peut s'exprimer par la relation : $G = G_0 \frac{R_T^2}{(R_T + z)^2}$

$G_0$ étant l'intensité du vecteur champ de gravitation à l'altitude z = 0.

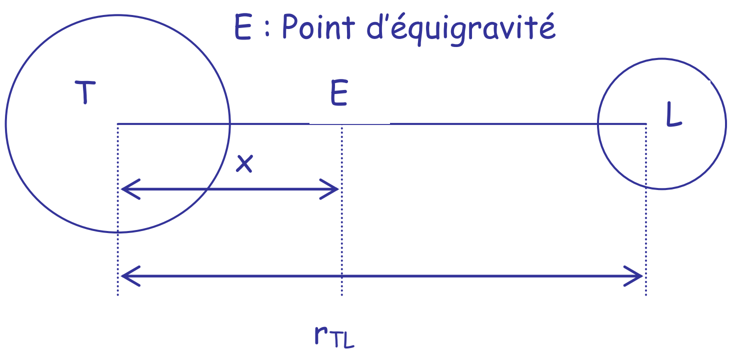
3) A quelle altitude $z_1$, l'intensité du vecteur champ de gravitation est-elle égale au un dix-millième de sa valeur au niveau du sol ?

3.a- Citer l'argument du texte qui illustre ce calcul.

3.b- Envisageons maintenant le cas où le projectile est situé entre la Terre et la Lune, que pensez-vous de l'affirmation de Jules Verne : "*un moment devait arriver où le projectile ne serait plus aucunement soumis aux lois de la pesanteur" ?* La réponse devra être justifiée.

4) Dans la suite du texte Jules Verne parle d'un point où *les deux attractions* terrestre et lunaire se neutralisent (ce point est appelé point d'équigravité du système Terre-Lune ).

4.a- Sur le schéma ci-dessous représenter au point d'équigravité E le vecteur champ gravitation terrestre et le vecteur champ de gravitation lunaire.




4.b- Etablir que la distance x est donnée par la relation : $x = \frac{r_{TL}}{1 + \sqrt{\frac{M_L}{M_T}}}$

4.c- Vérifier que le rapport $\frac{x}{r_{TL}}$ est égal à $\frac{47}{52}$ comme le dit Jules Verne.

## 24 MISE EN ORBITE D'UN SATELLITE

1) CHAMP DE PESANTEUR $\vec{g}$ ET CHAMP DE GRAVITATION $\vec{G}$ DE LA TERRE

Du fait de la rotation de la Terre sur elle-même autour de l'axe des pôles, un référentiel terrestre n'est pas tout à fait galiléen. Le poids n'est pas exactement égal à la force de gravitation exercée par la Terre ; le champ de pesanteur $\vec{g}$ n'est donc pas égal au champ de gravitation $\vec{G}$ de la Terre. Dans le référentiel géocentrique la Terre tourne sur elle-même autour de l'axe des pôles. La période du jour sidéral T = 86164 s. Un satellite considéré comme ponctuel, de masse m est au repos par rapport à la Terre en un point de latitude $\lambda$.

1.a- Calculer dans le référentiel géocentrique la vitesse angulaire $\omega$ du mouvement du satellite.
1.b- Exprimer le rayon $\rho$ de la trajectoire décrite par le satellite dans le référentiel géocentrique en fonction de du rayon R de la Terre et de la latitude $\lambda$.

1.c- Soit $\varepsilon$ l'angle que font les directions des champs $\vec{g}$ et $\vec{G}$. En appliquant le théorème du centre d'inertie au satellite au sol, montrer que : $\vec{g_0} = G_0\,\vec{u} + R\omega^2\cos\lambda\,\vec{i}$.

En déduire que $\boxed{\tan\varepsilon = \dfrac{R\omega^2}{2\,G_0}\sin(2\lambda)}$.

En quels points de la Terre cet angle est-il maximal ? Calculer sa valeur maximale $\varepsilon_{max}$.

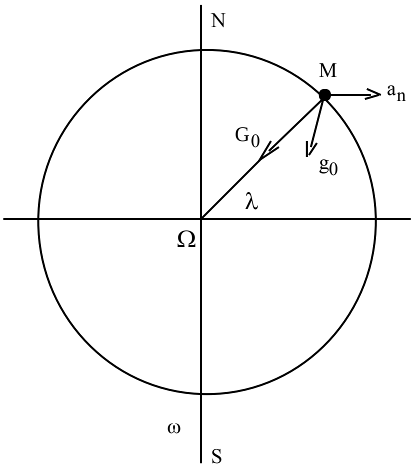


Fig. 1

2) PASSAGE DU SOL TERRESTRE A "L'ORBITE DE PARKING" $C_1$

A partir d'une base de lancement de latitude $\lambda$, le satellite est lancé par une fusée porteuse sur une orbite circulaire basse $C_1$ de rayon $r_1$ à l'altitude $h_1$. L'orbite $C_1$ est appelée "orbite de parking".
On rappelle que l'énergie potentielle de pesanteur d'un satellite est donnée par l'expression : $E_P = -K\dfrac{M_T.m}{r}$ où K est la constante universelle de gravitation, $M_T$ la masse de la Terre, m la masse du satellite et r sa distance du centre de la Terre.

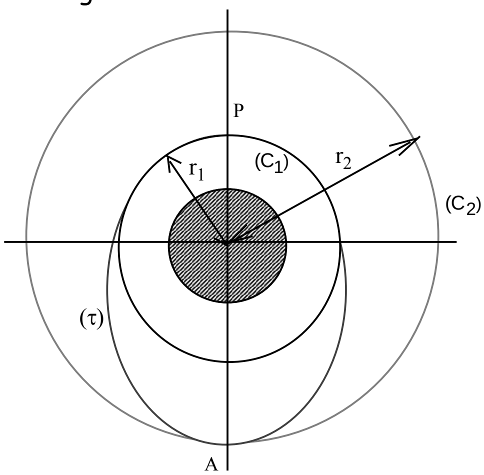


fig.2

2.a- Exprimer l'énergie mécanique $E_0$ du satellite au sol en fonction de K, $M_T$, m, R, h et T.

2.b- Exprimer, en fonction de K, $M_T$, m, R, h et T la vitesse V du satellite sur l'orbite $C_1$.

2.c- En déduire l'expression de son énergie cinétique $E_{C_1}$ puis exprimer son énergie potentielle $E_{p_1}$ et son l'énergie mécanique $E_1$. Comparer $E_{C_1}$ et $E_{p_1}$ à $E_1$

2.d- Exprimer en fonction de $\lambda$ et des autres paramètres l'énergie $E(\lambda)$ qu'il a fallu communiquer au Satellite pour le mettre sur l'orbite $C_1$. Quel est l'avantage d'utiliser les bases de lancement proches de l'équateur ? Dans quel sens est-il judicieux de diriger le tir ?

3) PASSAGE DE "L'ORBITE DE PARKING" $C_1$ A L'ORBITE DE TRANSFERT $(\tau)$

La mise en orbite d'un satellite géostationnaire peut s'accomplir en deux étapes successives ; d'abord un positionnement du satellite sur une orbite circulaire basse à l'altitude $z_1$ ( $r_1 = R_{terre} + z_1$) puis passage de cette orbite d'attente sur l'orbite géostationnaire à l'altitude $z_2$ ( $r_2 = R_{terre} + z_2$). Ce transit s'opère sur une orbite de transfert dite de Hohmann qui est elliptique. Le périgée P est sur l'orbite circulaire basse et l'apogée A est sur l'orbite géostationnaire. Cela nécessite l'intervention d'un petit réacteur qui émet en P, pendant un temps très court, un jet de gaz communiquant au satellite l'impulsion nécessaire.

3.a- Rappeler les caractéristiques de la trajectoire du satellite géostationnaire. Quelles en sont les conséquences sur les deux autres trajectoires ?

Calculer le rayon $r_2$ de l'orbite $C_2$ ainsi que la vitesse V du satellite sur cette orbite.

3.b- Exprimer, en fonction de G, $M_T$, $r_1$ et $r_2$, l'énergie $E_2$ du satellite sur l'orbite géostationnaire $C_2$.

3.c- Donner l'expression de la variation d'énergie communiquée par le réacteur en A. Calculer sa valeur.

4) PASSAGE DE L'ORBITE DE TRANSFERT ($\tau$) A L'ORBITE GEOSTATIONNAIRE $C_2$

Arrivé au point A, le réacteur émet, pendant un temps très court, un jet de gaz communiquant au satellite l'impulsion nécessaire pour circuler sur l'orbite géostationnaire $C_2$.

On admettra sans démonstration que les expressions de l'énergie mécanique et de la période établies pour un satellite en orbite circulaire sont valables pour un satellite en orbite elliptique à condition de remplacer le rayon de la trajectoire par le demi grand axe de ellipse.

4.a- Donner les expressions de :

- l'énergie $E_\tau$ du satellite sur l'orbite de transfert ($\tau$),
- la durée $\Delta t$ du transfert
- la variation d'énergie communiquée par le réacteur entre P et A.

Faire les applications numériques.

4.b- En P (comme en A) il y a un brusque changement de vitesse noté $\Delta V$ sans changement de position. Donner l'expression de la norme de cette variation de vitesse en fonction de G, M, $r_1$ et $r_2$ .

# p5-Généralités sur le champ magnétique- champs magnétiques des courants

**Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I. ;**
**Composante horizontale du champ magnétique terrestre $B_h = 2.\ 10^{-5}$ T.**

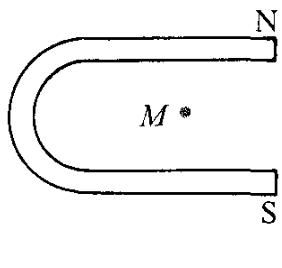
**1 Questions de cours**

a) Quelle est l'unité internationale de champ magnétique ? Avec quel appareil mesure-t-on l'intensité d'un champ magnétique ?

b) Quels sont les différents types de sources de champ magnétique ?

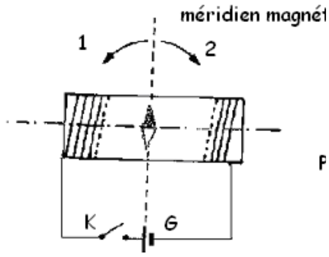
**2 Champ et spectre magnétique d'un aimant en U**

Représenter le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ point M.
Représenter le spectre du champ magnétique créé par l'aimant.



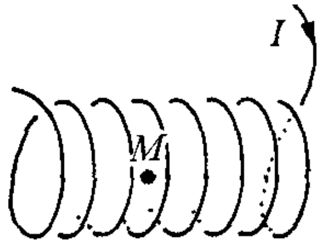
## 3 Champ magnétique créé par un solénoïde

Dans quel sens tourne l'aiguille aimantée lorsqu'on ferme l'interrupteur K ?




## 4 Champ magnétique créé par un solénoïde

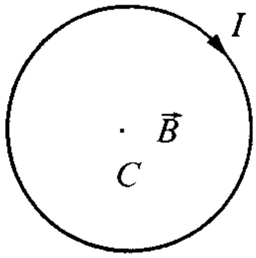
Donner les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$ qui règne au centre M du solénoïde de longueur L = 50 cm comportant
N = 1000 spires et parcouru par un courant d'intensité I = 2,0 A.
Représenter le vecteur champ magnétique au point M ?
(On néglige le champ magnétique terrestre.)




## 5 Champ magnétique créé par une bobine plate

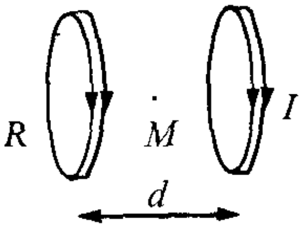
I = 3,0 A et R = 20 cm.
1) La bobine est dans le plan méridien magnétique. Indiquer les faces nord et sud de la bobine.

2) Déterminer l'intensité du champ magnétique $B_C$ créé au centre C de la bobine.




## 6 Intensité du champ dans les bobines de Helmholtz

Un courant d'intensité I = 2 A parcourt les N = 100 spires des bobines de rayon moyen R = 10 cm.
1) Représenter le vecteur champ magnétique au centre des deux bobines de Helmholtz.
(On néglige le champ magnétique terrestre.)




Pour quelle valeur de d correspond l'utilisation optimale des bobines de Helmholtz ?

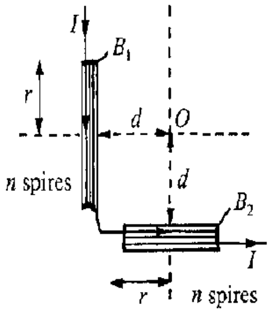
2) Calculer l'intensité B du champ magnétique au point M.

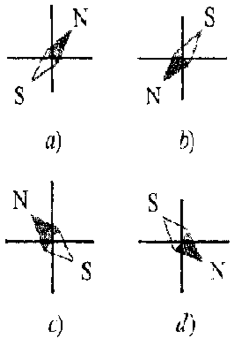
3) Quelle est la valeur de $\vec{B}$ au point M si les bobines sont parcourues par des courants de sens contraires ?

## 7 Composition de champs magnétiques

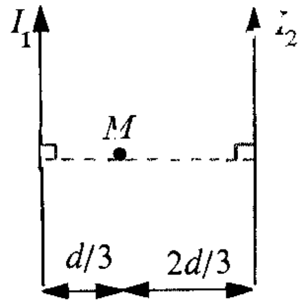
On néglige le champ magnétique terrestre.
On place une petite aiguille aimantée au point O ?

Quelle orientation prend-elle ?
(Choisir ci-contre la bonne réponse)



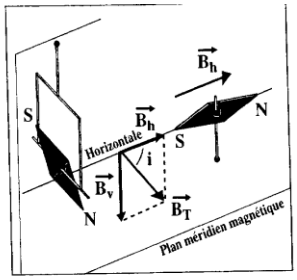
## 8 Champs magnétiques créés par des courants rectilignes




Calculer l'intensité du champ magnétique $\vec{B}$ créé au point M par les courants $I_1$ et $I_2$ qui traversent respectivement les fils rectilignes considérés comme infiniment longs.

On donne : $I_1 = I_2 = I = 6{,}0$ A et d = 12 cm.

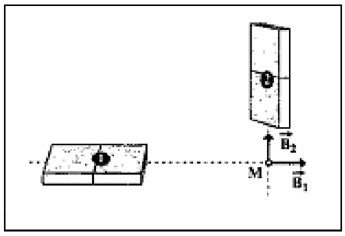
## 9 Mesure de la composante verticale du champ magnétique terrestre




Déterminer en un point O de la surface de la Terre, la valeur $B_v$ de la composante verticale du champ géomagnétique. L'inclinaison i vaut 60° et l'intensité de la composante horizontale $B_h = 2.10^{-5}$ T.

## 10 Composition de champs magnétiques

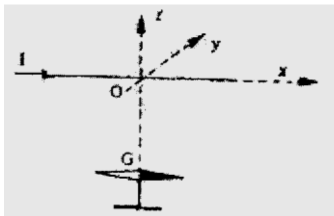
En un point M de l'espace se superposent deux champs magnétiques $\vec{B_1}$ et $\vec{B_2}$ créés par deux aimants dont les directions sont orthogonales (figure ci-contre). Leurs valeurs sont respectivement: $B_1 = 3.10^{-3}$T et $B_2 = 4.10^{-3}$ T.




1) Déterminer les noms des pôles des deux aimants.

2) Construire graphiquement le champ résultant $\vec{B}$.

## 11 Mesure de la composante horizontale du champ géomagnétique : Expérience d'Orstëd



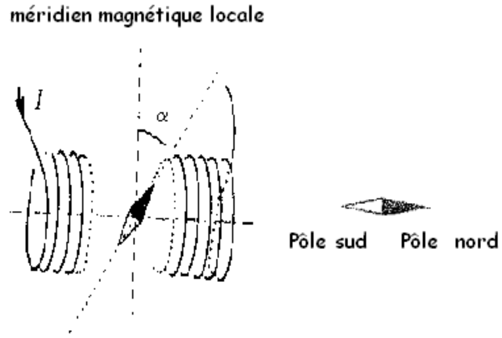

Pour réaliser l'expérience d'Orstëd, on place un fil conducteur horizontal, rectiligne, très long dans le le plan du méridien magnétique. Une aiguille aimantée est placée parallèlement au fil à la distance de d = OG = 5,0 cm du fil

1) Donner la valeur du champ magnétique $B_c$ créé au point G lorsque le fil est parcouru par un courant continu d'intensité I = 6, 0 A.

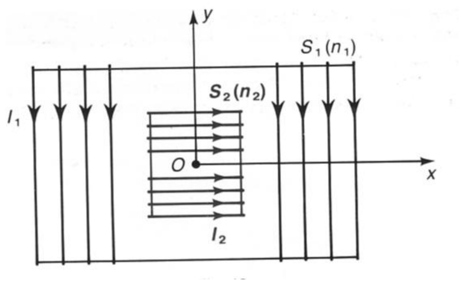
2) L'aiguille aimantée dévie d'un angle $\alpha$ = 51,3°. En déduire la valeur de la composante horizontale $B_h$.

## 12 Mesure de la composante horizontale du champ magnétique terrestre

A l'intérieur d'un solénoïde comportant n = 100 spires par mètre et parcouru par un courant d'intensité I = 120 mA.
De quel angle tourne l'aiguille aimantée quand on établit le courant dans le solénoïde ?




**13 Composition de champs**




A l'intérieur d'un long solénoïde $S_1$ comportant $n_1$ = 1000 spires par mètres et parcouru par un courant d'intensité $I_1$= 2 A, on a placé un solénoïde $S_2$ dont l'axe est perpendiculaire à celui de la figure.

Le solénoïde $S_2$ est formé de 200 spires régulièrement enroulées sur une longueur de 5 cm, et l'intensité du courant qui y circule vaut $I_2$ = 1 A.

Les sens des courants sont indiqués sur la figure ci-contre.

1) Déterminer le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ au point O.

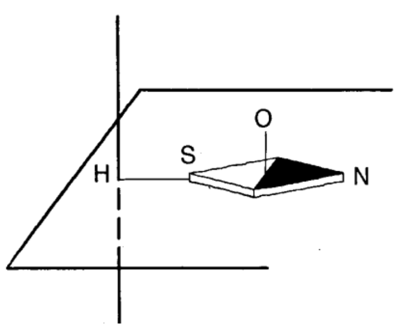
2) Que devient ce champ magnétique si on inverse le sens de chacun des deux courants ?

**14 Champ magnétique créé par un courant rectiligne**

Une petite aiguille aimantée horizontale, NS, pouvant tourner librement autour d'un axe vertical passant par son centre O, est disposée à une certaine distance d'un long fil vertical conducteur.

Lorsqu'il ne passe aucun courant dans le fil, la demi-droite SN rencontre le fil en H (fig. suivante).

1) Dans quel sens est déviée l'aiguille lorsqu'un courant ascendant parcourt le fil. Expliquer.




2) Sachant que la composante horizontale du champ magnétique vaut $B_o$= $2.10^{-5}$ T et que l'aiguille NS a tourné d'un angle $\alpha$ = 1°, calculer l'intensité du champ magnétique $\vec{B_1}$, (créé par le courant) au centre O de l'aiguille.

3) L'intensité du courant I = 0,3 A. Quelle intensité I' faudrait-il faire passer dans le fil pour que la déviation de l'aiguille soit de 45° dans le même sens que précédemment ?

On désigne cette position de l'aiguille par $P_1$.

## 15 Solénoïde long

On considère une bobine longue sans noyau de fer, dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Nombre de spires N = 200 ;
- Rayon moyen des spires R = 2,50 cm ;
- Longueur L = 40 cm.

1) En assimilant la bobine à un solénoïde infiniment long, calculer l'intensité du champ magnétique $B_\infty$ à l'intérieur lorsqu'elle est traversée par un courant d'intensité I = 7,0 A. Comparer à la valeur de la composante horizontale $B_{Th}$ du champ magnétique terrestre.

2) On peut montrer que le champ magnétique au centre a pour expression exacte : $B_0 = \dfrac{\mu_0 NI}{\sqrt{L^2 + 4R^2}}$

A partir de quelle valeur du rapport $\dfrac{L}{R}$ peut-on assimiler, avec une incertitude relative inférieure à 2%, le champ créé au centre de la bobine à celui donné en utilisant l'approximation du solénoïde infiniment long ? Est-on dans ces conditions pour la bobine citée ?

## 16 Bobines de Helmholtz

On étudie le champ magnétique créé par les bobines de HELMOHLTZ. Ce sont deux bobines plates circulaires, identiques, de même axe, de centres $O_1$ et $O_2$, de rayon R, distantes l'une de l'autre de d = R, comportant chacune N spires. On désigne par O le milieu de $O_1O_2$ (Voir fig. 1 et 2).

On donne R = 6,5 cm ; N = 100 spires.

figure 1

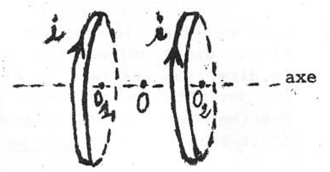
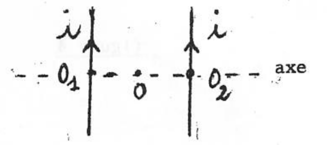



figure 2




1) Les deux bobines sont traversées par des courants de même sens et de même intensité i.

2) Recopier la figure 2 et représenter le vecteur champ magnétique résultant $\vec{B}$, créé par les bobines au point O. Justifier cette représentation.

3) On fait varier l'intensité du courant i et on mesure, à chaque fois, la valeur du champ magnétique B au point O. On obtient le tableau de mesures suivant :

| i(A) | 0 | 0,2 | 0,5 | 0,8 | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 2,8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B (mT) | 0 | 0,28 | 0,69 | 1,10 | 1,40 | 2,10 | 2,70 | 3,50 | 3,90 |

Tracer la courbe B = f(i) avec les échelles suivantes : $\begin{cases} \text{1 cm pour 0,25 A} \\ \text{1 cm pour 0,4 mT} \end{cases}$

Déduire de l'allure de la courbe, la relation entre B et i.

4) Dans le vide, la valeur du champ magnétique résultant créé par les bobines, en O, est donnée par :

$$B = 0{,}72.\mu_0.\frac{N}{R}\,i$$

Dans cette relation, $\mu_0$ représente la perméabilité magnétique du vide.

En utilisant la relation établie en 3) déterminer la valeur de $\mu_0$.

5) Au point O, on place une aiguille aimantée, mobile autour d'un pivot vertical. En l'absence de courant dans les bobines, l'aiguille s'oriente comme l'indique la figure 3.

L'axe de l'aiguille est alors parallèle aux plans des bobines. La valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre vaut $B_H = 2.10^{-5}$ T. On fait passer dans les bobines un courant d'intensité I = 50 mA, l'aiguille aimantée dévie alors d'un angle $\alpha$

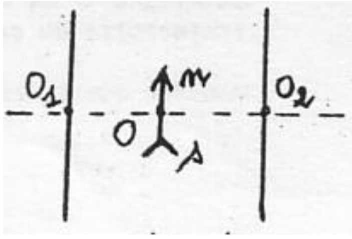



Figure3

5.a- Faire un schéma indiquant clairement le sens du courant dans les bobines, les vecteurs champs magnétiques au point O et l'angle de rotation $\alpha$ de l'aiguille aimantée.

5.b- Déterminer la valeur de l'angle de rotation $\alpha$ de l'aiguille aimantée.

6) Sans modifier le courant traversant les' bobines (I = 50 mA) on place un aimant droit suivant une direction perpendiculaire à $O_1O_2$ et confondue avec la direction initiale de l'aiguille (voir figure 4). L'aiguille accuse alors une déviation $\alpha'$ = 45° par rapport à sa position en l'absence de courant.
Préciser les caractéristiques du vecteur champ magnétique créé par l'aimant droit au point O.

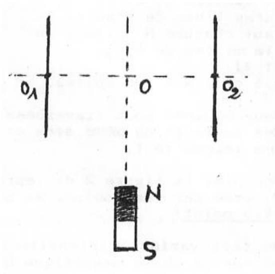
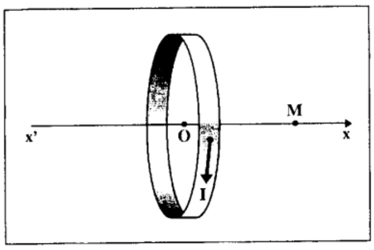



figure 4

**16** L'intensité B du champ magnétique en un point M d'abscisse x de l'axe d'une bobine plate est donnée par la formule : $B_x = \mu_0 \frac{NI}{2} \frac{R^2}{\sqrt{(R^2 + x^2)^3}}$ où R est le rayon des N spires parcourue par un courant I.



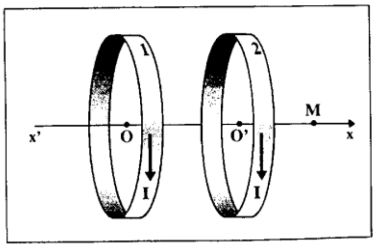

1) Déterminer le vecteur champ magnétique $\vec{B_0}$ créé par cette bobine au point O.

2) Donner l'expression de $B_x$ en fonction de $\frac{x}{R}$. Tracer la courbe représentant les variations de ce rapport en fonction de $\frac{x}{R}$.

3) A quelle distance du point O peut-on considérer que le champ créé par cette bobine est négligeable devant $B_0$ à 10% près ?

**17** **Dispositif de Helmholtz**

Cet exercice doit être traité après le précédent. L'intensité $B_1$ du champ magnétique créé par la bobine 1 en un point d'abscisse x est :




$$B_x = \frac{\mu_0 NI}{2\sqrt{(R^2 + x^2)}}$$

1) Quelle est en ce point l'expression de l'intensité $B_2$ du champ magnétique créé par la bobine 2 ? Exprimer $B_1$ et $B_2$ en fonction de $B_0$ intensité du champ magnétique créé par la bobine 1 au point O. On posera OO' = R.

2) Donner l'expression du vecteur champ magnétique résultant au point O.

3) Exprimer l'intensité B du champ résultant en un point M en fonction de $B_o$, x, R.

4) Tracer sur le même repère $B_2$, $B_2$, B en fonction de $\frac{x}{R}$ et montrer que le champ magnétique sur la portion d'axe située entre les deux bobines est pratiquement uniforme

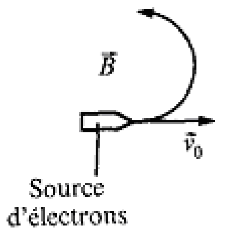
# P6- MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME.

$\boxed{1}$ **Questions de cours**

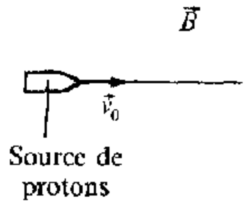
On considère une particule de charge q, animée d'une vitesse $\vec{V_0}$, dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.

1) Comment s'appelle la force magnétique subie ?
2) Quelle est la valeur de la puissance fournie par la force magnétique ?
3) Quelle est la valeur de la force magnétique subie si $\vec{V_0} \perp \vec{B}$ ?
Déterminer alors l'accélération a de la particule ?
4) Donner la forme de la trajectoire si $\vec{V_0} \perp \vec{B}$.
5) La période de rotation T dépend-t-elle de la masse des particules, de leur vitesse ?
6) Donner l'expression du rayon de courbure R de la trajectoire décrite lorsque $\vec{V_0} \perp \vec{B}$.
7) Le trièdre $(\vec{V_0}, \vec{B}, \vec{F})$ est-il direct lorsque $q < 0$ ? - lorsque $q > 0$ ?
8) Un champ magnétique peut-il accélérer une particule chargée ?
9) Dans quels appareils est utilisée la déflexion magnétique ?
10) Rappeler le principe du cyclotron.

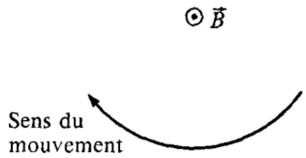
$\boxed{2}$ Représenter le vecteur champ magnétique permettant au faisceau d'électrons d'adopter la trajectoire plane et circulaire schématisée ci-contre.



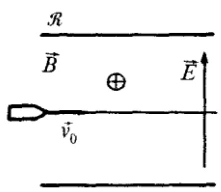

$\boxed{3}$ Représenter le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ permettant au faisceau de protons de conserver la trajectoire rectiligne ci-contre, à la sortie de la source.



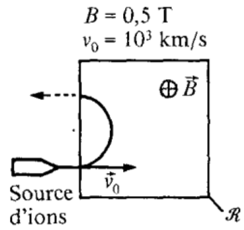

$\boxed{4}$ Quel est le signe de la charge électrique portée par la particule dont la trajectoire plane et circulaire est représentée ci-contre ?




$\boxed{5}$ Un faisceau horizontal de protons pénètre dans une région où règnent un champ électrique uniforme $\vec{E}$ et un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. On constate que certaines particules traversent le dispositif sans déviation. Quelle est la seule orientation possible pour le champ $\vec{B}$ ?



**6** Un ion noyau $^{20}_{10}Ne^{+}$ possédant une vitesse initiale $\vec{V}_0$ pénètre dans la région R où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. La particule effectue un demi-tour circulaire avant de ressortir. Déterminer la durée du mouvement dans la région R.

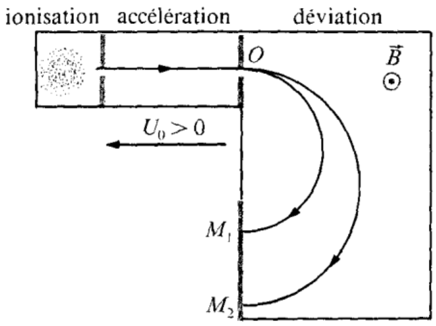



**7** Une particule, de charge q et de masse m, plongée dans un champ magnétique $\vec{B}$, possède un mouvement circulaire et uniforme de période T appelée période cyclotron. Donner l'expression de T en fonction de m, q et B.

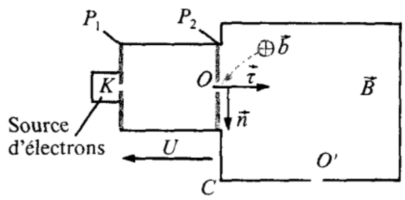
<u>Application</u> : La fréquence cyclotron d'une particule de charge q et de masse m, en mouvement circulaire uniforme dans un champ magnétique de valeur B = 0,1 T est N = 1,534 MHz.
Identifier la particule.

| Particule | Charge (C) | Masse (kg) |
|---|---|---|
| électron $\bar{e}$ | $1{,}6.10^{-19}$ | $9{,}1.10^{-31}$ |
| proton p | $1{,}6.10^{-19}$ | $1{,}66.10^{-27}$ |
| méson $K^{+}$ | $1{,}6.10^{-19}$ | $8{,}79.10^{-28}$ |

**8** Des ions $^{A_1}_{Z}X^{+}$ et $^{A_2}_{Z}X^{+}$ ions d'atomes isotopes, créés dans une chambre d'ionisation avec une vitesse négligeable, sont accélérés par une ddp $U_0$. Ils sont ensuite envoyés dans une chambre de déviation où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. L'impact des deux types d'ions sur une plaque photographique se fait respectivement aux points $M_1$ et $M_2$.
Montrer que la relation entre les distances $OM_1$ et 0M peut se mettre sous la forme : $\frac{OM_1}{OM_2} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}}$




**9** Un faisceau d'électrons, émis en K avec une vitesse négligeable, est accéléré entre les deux plaques $P_1$ et $P_1$ par une ddp $|U|$ = 500 V. Ce faisceau pénètre en O dans une chambre vide où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.




Donner toutes les caractéristiques de $\vec{B}$ pour que le faisceau ressorte en O'.

OC = O'C = L = 5cm ; $e = 1{,}6.\,10^{-19}$ C ; $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg.

**10** **Poids et force magnétique- fréquence de rotation**

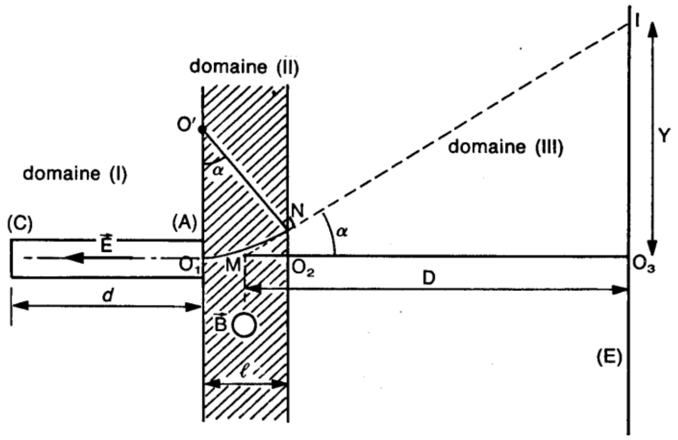
Des particules $\alpha$ (noyaux d'hélium $^{4}_{2}He^{2+}$) de masse $m = 6{,}64.\,10^{-27}$ kg et de charge q = +2e pénètrent avec une vitesse $\vec{V}_0$ de valeur $V_0 = 2.\,10^{6}\ m.s^{-1}$ dans une région de l'espace où règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme orthogonal à $\vec{V}_0$. Elles décrivent alors une trajectoire circulaire de rayon R = 42 cm.
1) Comparer le poids et la force magnétique subis par la particule $\alpha$.
2) Calculer la valeur du champ $\vec{B}$.
3) Calculer la période T et la fréquence N de rotation.

## 11 Déflexion magnétique

Données : D = 40 cm ; $\ell$ = 1 cm ; d = 10 cm ;
m = $9{,}1.10^{-31}$ kg ; E = $5.10^{4}$ V.m$^{-1}$.

Dans tout l'exercice, on négligera le poids de l'électron devant les autres forces qui agissent sur lui.

1) Des électrons de masse m et de charge q sont émis sans vitesse initiale par la cathode (C). Ils subissent sur la longueur d, l'action du champ électrique uniforme $\vec{E}$.




1.a- Quelle est la nature du mouvement de l'électron entre la cathode (C) et l'anode (A) ?

1.b- Que vaut la vitesse $||\vec{V_0}||$ d'un électron au point $O_1$ ?

2) Arrivés en $O_1$, les électrons subissent sur la distance $\ell$ l'action d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure (le domaine où règne ce champ $\vec{B}$ est hachuré). Quel doit être le sens du vecteur $\vec{B}$ pour que les électrons décrivent l'arc de cercle $O_1N$. Justifier la réponse.
Établir l'expression du rayon R = $O'O_1$ = $O'N$ de cet arc de cercle.

A.N. Calculer R pour B = $2.10^{-3}$ T.

3)

3.a- Quelle est la nature du mouvement de l'électron dans le domaine III où n'existe aucun champ ?
3.b- Le domaine III est limité par un écran (E) sur lequel arrivent les électrons. Exprimer en fonction de m, e, B, D, $\ell$ et $V_0$ la déflexion magnétique $O_3I$ = Y subie par un électron à la traversée du système II + III.
La droite IN coupe l'axe $O_1O_2$ au point M.
L'écran E est à la distance D de ce point M.

On fera les hypothèses simplificatrices suivantes :
- dans le domaine II de l'espace, on peut confondre la longueur de l'arc avec la longueur $O_1O_2 = \ell$ où règne le champ $\vec{B}$.
- On supposera que la déviation angulaire est faible.

3.c- Sachant que Y= 3,35 cm, retrouver la valeur $||\vec{V_0}||$ de la vitesse de l'électron au point $O_1$.

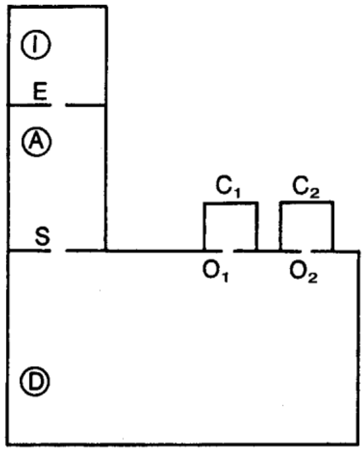
## 12 Spectrographe de masse

$|U_0|$ = $4{,}00.10^{3}$ V ; B = $1{,}00.10^{-1}$ T ; e = $1{,}60.10^{-19}$ C.

1) Des ions de masse m et de charge q < 0 sont produits dans la chambre d'ionisation (I) avec une vitesse pratiquement nulle. Ils entrent en E dans l'enceinte A, sous vide, où ils sont accélérés et ressortent en S.

Les orifices E et S sont pratiquement ponctuels, et on note $U_0 = V_E - V_S$ la différence de potentiel accélératrice. La vitesse des ions reste suffisamment faible pour que les lois de la mécanique classique soient applicables.

Etablir l'expression littérale de la norme du vecteur vitesse d'un ion à sa sortie en S, en fonction de m, q et $U_0$.




2) A leur sortie en S, les ions pénètrent dans une deuxième enceinte sous vide D, dans laquelle règne un champ magnétique uniforme vertical.

2.a- Quel doit être le sens du vecteur champ magnétique pour que les ions puissent atteindre les points $O_1$ ou $O_2$ ? Justifier la réponse.

2.b- En S, le vecteur vitesse des ions est perpendiculaire à la droite passant par les points $O_2$, $O_1$ et S.
Montrer que la trajectoire d'un ion dans l'enceinte D est plane.
Montrer que la vitesse de l'ion est constante, que la trajectoire est un cercle de rayon R.

Déterminer l'expression du rayon R.

3) Le jet d'ions sortant de la chambre d'ionisation est un mélange d'ions $^{81}Br^-$, de masse $m_1 = 1{,}3104.10^{-25}$ kg, et d'ions $^{79}Br^-$, de masse $m_2 = 1{,}3436.10^{-25}$ kg.

3.a- Dans quel collecteur sont reçus les ions de masse $m_1$ ? Justifier la réponse.

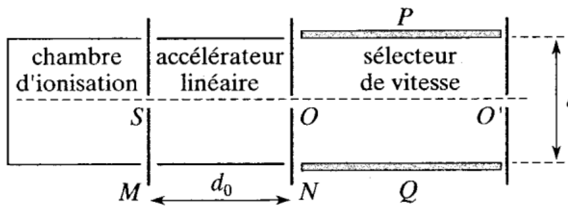
3.b- Calculer la distance entre les entrées $O_1$ et $O_2$ des deux collecteurs $C_1$ et $C_2$ chargés de récupérer les deux types d'ions.

3.c- En une minute, les quantités d'électricité reçues respectivement par les collecteurs $C_1$ et $C_2$ sont $q_1 = -6{,}60.10^{-8}$ C et $q_2 = -1{,}95.10^{-8}$ C. Déterminer la composition du mélange d'ions.
Justifier votre réponse.

## 13 filtre de vitesse

**Données** : $^3_2He^{2+}$ : $m_1 = 5{,}0.10^{-27}$ kg ; $^4_2He^{2+}$ : $m_1 = 6{,}7.10^{-27}$ kg ; $^6_2He^{2+}$ : $m_3$

1) Une chambre d'ionisation produit des noyaux d'hélium $^3_2He^{2+}$, $^4_2He^{2+}$, $^6_2He^{2+}$ de masses respectives $m_1$, $m_2$, $m_3$. Leur poids est négligeable devant les forces électromagnétiques qu'ils subissent. Ils pénètrent en S sans vitesse initiale dans un accélérateur linéaire où ils sont soumis à l'action d'un champ électrique uniforme $\vec{E_0}$ créé par une différence de potentiel $U_0 = V_M - V_N$.




On désignera par $\vec{V_1}$ , $\vec{V_2}$ , $\vec{V_3}$ les vecteurs vitesse en O des ions $^3_2He^{2+}$, $^4_2He^{2+}$, $^6_2He^{2+}$.
On notera e la charge électrique élémentaire.

1.a- Déterminer le signe de $U_0$ et représenter le champ électrique $\vec{E_0}$ dans l'accélérateur.

1.b- Exprimer l'accélération d'un ion $^4_2He^{2+}$ en fonction de $U_0$, $d_0$, e et $m_2$ ; préciser la nature de son mouvement.

2) Montrer qu'en O, à la sortie de l'accélérateur, $m_1v_1^2 = m_2v_2^2 = m_3v_3^2$.

3) Les ions pénètrent ensuite dans un sélecteur de vitesse limité par les plaques P et Q. Ils sont alors soumis

à l'action simultanée de deux champs : un champ électrique uniforme $\vec{E}$, créé par une différence de potentiel positive $U = V_Q - V_P$, et un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire à $\vec{V_1}$, $\vec{V_2}$, $\vec{V_3}$.

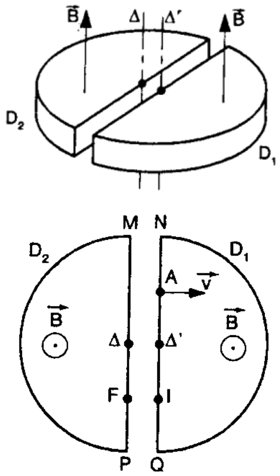
3.a- Représenter le champ magnétique $\vec{B}$ pour que la force électrique et la force magnétique aient même direction, mais des sens contraires.

3.b- On règle la valeur de U de façon que le mouvement des ions ${}^{4}_{2}He^{2+}$ soit rectiligne uniforme de trajectoire OO'. Exprimer U en fonction de B, $v_2$ et d.

4) Comment seront déviés les ions ${}^{3}_{2}He^{2+}$, ${}^{4}_{2}He^{2+}$, ${}^{6}_{2}He^{2+}$ ?
On se contentera de donner l'allure des trajectoires sans préciser leur nature et sans faire de calcul.

## 14 Le cyclotron

Soit un cyclotron à fréquence fixe N. C'est un accélérateur de particules constitué de deux demi-cylindres conducteurs creux $D_1$ et $D_2$ appelés «dees», séparés par un intervalle étroit. A l'intérieur des deux dees $D_1$ et $D_2$, règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ (voir figure).
Une tension U est maintenue entre les deux dees. Cette tension change de signe périodiquement.
Des protons sont lancés à partir d'un point O dans la région $D_1$ avec un vecteur vitesse $\vec{V_0}$.




1) Exprimer le rayon R, de la trajectoire des protons dans le dee $D_1$, ainsi que la durée du trajet effectué.

2) Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V_0}$ des protons lorsqu'ils sortent de la région $D_1$ en traversant la paroi PQ. Quel doit être alors le signe de la tension U pour accélérer les protons ? Avec quelle vitesse $V_2$ pénètrent-ils dans le dee $D_2$ ?

3) Exprimer le rayon $R_2$ de la trajectoire des protons dans le « dee » $D_2$, ainsi que la durée du trajet effectué.

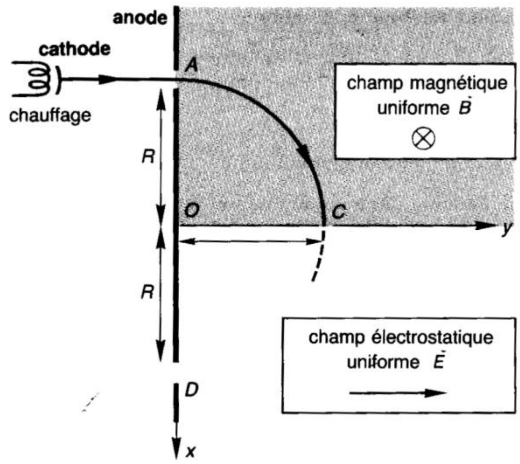
4) Quel est le signe de la tension U lorsque les protons quittent le dee $D_2$ en traversant la paroi PQ ?
Calculer la période T et la fréquence N de la tension U, en négligeant la durée de transfert dans l'intervalle entre les deux dees.

5) Soit $R_0$ le rayon des dees. Donner les expressions de la vitesse et de l'énergie cinétique maximales acquises par les protons.

## 15 Electrons dans un champ magnétique et dans un champ électrique.

Données : **Charge de l'électron : $q = -e = -1,6.10^{-19}$ C ; masse de l'électron $m = 9,1.10^{-31}$ kg**

Un faisceau d'électrons, émis d'une cathode par effet thermoélectrique est accéléré au moyen d'une anode OA. La différence de potentiel entre anode et cathode vaut $U_0$ = 285 volts (fig. ci-contre).




1) En admettant que les électrons sont émis par la cathode avec une vitesse négligeable, exprimer littéralement puis numériquement la vitesse $V_0$ des électrons lorsqu'ils traversent le trou A.

2) Le faisceau d'électrons pénètre ensuite dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, dans laquelle il décrit un quart de cercle de rayon R = 20 cm.

<u>2.a</u>- Calculer littéralement (en fonction de $U_0$ et de R), puis numériquement, la norme B du champ magnétique.

<u>2.b</u>- Caractériser le vecteur vitesse $\vec{v}$ des électrons (direction et norme) à la traversée du trou C.

3) Le faisceau d'électrons est enfin dévié par un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ parallèle à l'axe $\overrightarrow{Oy}$, régnant dans le dièdre xOy (voir la figure).

<u>3.a</u>- Etablir les équations horaires du mouvement projeté sur les axes $\overrightarrow{Ox}$ et $\overrightarrow{Oy}$.

<u>3.b</u>- En déduire l'équation et la nature de la trajectoire.

<u>3.c</u>- Calculer la valeur à donner à la norme E du champ électrostatique pour que le faisceau d'électrons traverse le trou D à une distance R du point O ; on exprimera E en fonction de $U_0$ et de R.

## 16 Action d'un champ magnétique uniforme sur un faisceau d'électrons

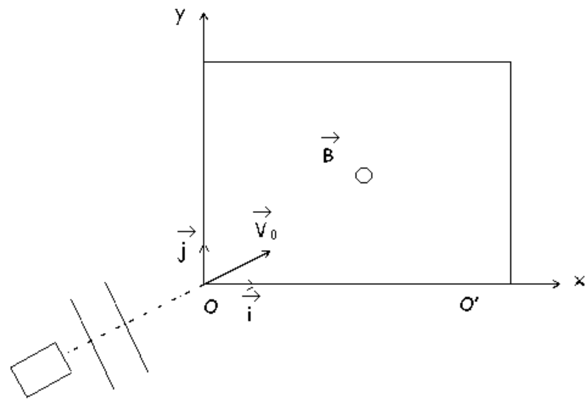
Dans tout l'exercice, on considère que l'électron se déplace dans le vide et que son poids est négligeable devant les autres forces.

Un canon à électrons (voir figure ci-contre) comporte un filament et une plaque P percée d'un petit trou.

C et P sont distants de d = 3 cm. Les électrons émis avec une vitesse initiale négligeable depuis C, sont soumis à une différence de potentiel $V_P - V_C$ = 300 V.

1) Déterminer l'orientation et la valeur du vecteur champ électrique $\vec{E}$ entre C et P.

2) Calculer la vitesse $V_0$ d'un électron lorsqu'il parvient en P ainsi que son accélération a et la durée du parcours entre C et P.




Canon à électrons

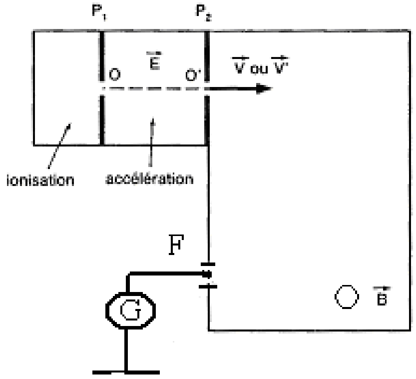
3) A sa sortie en P, l'électron pénètre, avec la vitesse $\vec{V_0}$ dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ normal au plan associé au repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. En O, le vecteur vitesse $\vec{V_0}$ de l'électron est incliné d'un angle $\alpha$ = 30° par rapport à la direction OA. La valeur du champ magnétique est telle que l'électron recoupe l'axe Ox en A tel que OA = 5 cm.

<u>3.a</u>- Préciser en le justifiant le sens du vecteur $\vec{B}$.

<u>3.b</u>- Calculer le rayon de courbure R de la trajectoire de l'électron entre O et A. En déduire la valeur du champ magnétique dans ces conditions expérimentales.

## 17 Détermination de la composition isotopique du lithium naturel.

**Données** : $^{6}Li^{+}$ : $m_1 \approx 6u$ ; $^{7}Li^{+}$ : $m_2 \approx 7u$ ; $1u = 6,67.10^{-27}$ kg.




Dans tout l'exercice, on considère que les ions se déplacent dans le vide et que leur poids est négligeable devant les autres forces.
A l'aide du spectrographe de masse schématisé ci-contre, on se propose de séparer les ions $^{6}Li^{+}$ et $^{7}Li^{+}$ de masses respectives $m_1$ et $m_2$.

1) Les ions pénètrent en O dans le champ électrique uniforme $\vec{E}$ existant entre les deux plaques verticales $P_1$ et $P_2$ pour y être accélérés jusqu'en O'.

Les plaques $P_1$ et $P_2$, distantes de d = 10 cm, sont soumises à la tension $U = V_{P1} - V_{P2} = 2000$ V.

1.a- Quelle est la nature du mouvement des ions $Li^{+}$ entre les plaques $P_1$ et $P_2$ ?

1.b- Les ions $^{6}Li^{+}$ et $^{7}Li^{+}$ sortent en O' du champ électrique avec des vitesses respectives $V_1$ et $V_2$, leur vitesse en O est négligeable devant $V_1$ et $V_2$.

Etablir la relation : $$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

2) A leur sortie en O', les ions $Li^{+}$ pénètrent dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ normal au plan du schéma.

2.a- Préciser en le justifiant le sens du vecteur $\vec{B}$.

2.b- Montrer que le mouvement d'un ion $Li^{+}$ s'effectue dans le plan du schéma.

2.c- Montrer que la valeur de la vitesse est constante.

2.d- Montrer que la trajectoire est circulaire. Exprimer son rayon R.

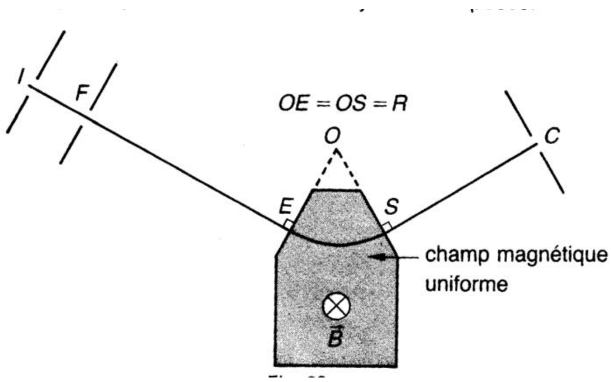
3) A leur sortie du champ magnétique $\vec{B}$, les ions passent au travers d'une large fente et sont captés par un fil métallique F relié à la Terre par l'intermédiaire d'un galvanomètre sensible G.

3.a- A quelles distance $x_1$ et $x_2$ faut-il placer le fil F pour recevoir respectivement les ions $^{6}Li^{+}$ et $^{7}Li^{+}$ ? Exprimer, en fonction de B, $m_1$, $m_2$, U et la charge élémentaire e, la distance $F_1F_2$ entre les deux types d'ions à leur arrivée sur le fil. $F_1$ et $F_2$ sont respectivement les points de réception des ions $^{6}Li^{+}$ et $^{7}Li^{+}$ sur le fil F.

3.b- Pour les valeurs $x_1$ et $x_2$ précédentes, le galvanomètre indique, pendant la même durée de passage, les courants respectifs $I_1 = 14,8$ µA et $I_2 = 185,2$ µA.
Quelle est la composition isotopique du lithium ?

## 18 Spectrographie ce masse

- R = 0,70 m ; B = 0,16 T ;
- masse d'un atome de strontium 88 : 87,6 u ; unité de masse atomique : $1 u = 1,66.10^{-27}$ kg.




On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Les particules étudiées ne sont pas relativistes.
Dans le spectrographe de masse schématisé à la figure ci-contre, des ions positifs de masse m, de charge q, sortent en I d'une chambre d'ionisation avec une vitesse négligeable.
Ils sont accélérés entre I et F par une tension $U = V_I - V_F$ continue et réglable. Ils sont ensuite déviés entre E et S par un champ magnétique uniforme de

vecteur $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de figure, l'intensité B du champ magnétique restant constante pendant toute la durée d'utilisation. Ils sont enfin recueillis à l'entrée fixe C d'un collecteur.
Dans cet appareil tous les ions que l'on veut recueillir en C doivent suivre la même trajectoire IFESC.
D'autre part, le vide est réalisé dans l'appareil, et l'effet de la pesanteur sur les ions est négligeable.
La portion ES est un arc de cercle de centre O et de rayon R.

1) Etablir en fonction de q, m et U l'expression de la valeur v de la vitesse avec laquelle un ion quelconque du faisceau parvient en E.
2) Etablir la relation qui doit exister entre q, v, B, m et R pour que cet ion suive la trajectoire imposée.
3) Déduire des deux questions précédentes la relation entre q, B, R, m et U.
4) On utilise ce spectrographe de masse pour identifier les isotopes du strontium ; les atomes de strontium s'ionisent sous forme d'ions $Sr^{2+}$.

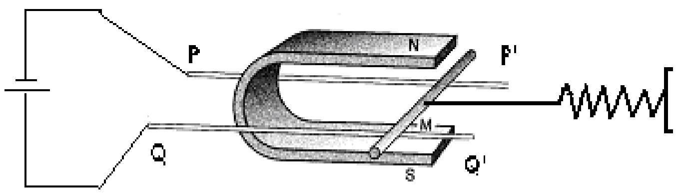
4.a- On place d'abord dans la chambre d'ionisation du strontium 88.
Calculer la valeur à donner à la tension U pour que les ions du strontium 88 soient collectés en C.

4.b- On place maintenant dans la chambre d'ionisation un mélange d'isotopes du strontium.
Pour les recueillir successivement en C, il faut donner à U différentes valeurs comprises entre 13 930 V et 14 440 V. Entre quelles valeurs se situent les nombres de masse de ces isotopes ?

# P7- LA LOI DE LAPLACE

## 1 Les rails de Laplace

Soit une tige métallique MN, homogène, de masse m, pouvant glisser sans frottement sur deux rails métalliques, parallèles et horizontaux, PP' et QQ'. La distance entre les rails est l. Les extrémités P et Q sont reliées aux bornes d'un générateur de f.é.m. E = 10 V et de résistance R = 0,5 Ω.




Les résistances électriques des rails, de la tige MN et des contacts en M et N entre la tige et les rails sont négligeables par rapport à R Le milieu G de la tige est lié à l'extrémité isolée électriquement d'un ressort, de masse négligeable, à spires non jointives, de raideur k = 6,25 $N.m^{-1}$ ; l'autre extrémité A est fixée à un support fixe.

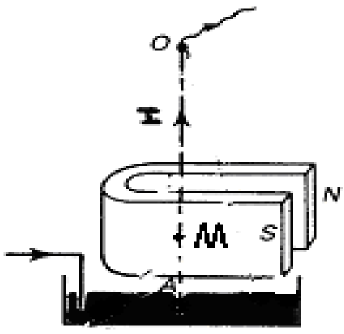
1) Calculer l'intensité I du courant qui traverse la tige.
2) Calculer la variation de longueur b du ressort. On donne B=O,1T et l=MN=40cm

## 2 Le conducteur-pendule

Un conducteur rectiligne et homogène OA, de masse m = 12 g et de longueur L = OA = 36 cm, est suspendu par son extrémité supérieure O à un point fixe. Le conducteur peut tourner librement autour de O.

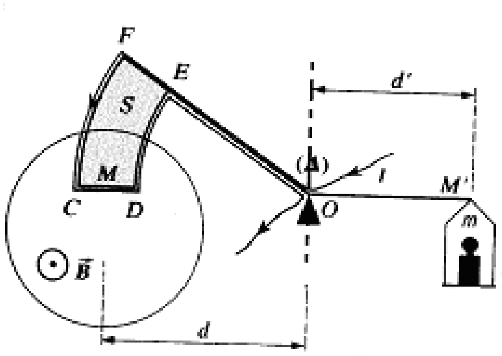
Le champ magnétique $\vec{B}$ s'applique au point M tel que OM = $\frac{1}{3}$L.

Les bornes C et D sont reliés à un générateur qui maintient dans le conducteur un courant d'intensité I = 7,5 A.
1) Dans quel sens va tourner la tige ?
2) Déterminer l'angle $\alpha$ de déviation de la tige.




## 3 La balance de Cotton

L'intensité d'un champ magnétique peut être mesurée à l'aide d'une balance de Cotton. Le fléau d'une telle balance, de forme particulière, supporte un secteur isolant S en matière plastique limité par deux arcs de cercle centrés sur l'axe de rotation Δ du fléau. Ce secteur comporte une partie rectiligne CD de longueur l, horizontale lorsque la balance est en équilibre.




Un fil conducteur part de O, suit le fléau et les bords du secteur, puis revient en O. L'autre bras du fléau supporte un plateau.
On règle la balance de façon que l'équilibre soit réalisé lorsque aucun courant, ne passe dans le fil conducteur.

Si l'on plonge le secteur S dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonal au plan de la figure et dirigé vers l'avant, l'équilibre de la balance est rompu lorsqu'un courant circule dans le fil. Pour rétablir l'équilibre, il suffit de placer une masse m sur le plateau.

1) Préciser sur la figure les forces agissant sur la balance, ainsi que le sens du courant circulant dans le fil conducteur.
2) Etablir la condition d'équilibre de la balance.

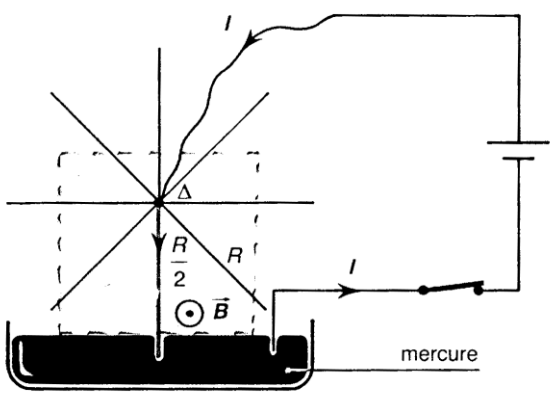
3) Afin de déterminer la valeur du champ $\vec{B}$, on fait les mesures suivantes pour les différentes valeurs de l'intensité du courant :

| I (A) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| m (g) | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 |

Tracer la représentation graphique de la fonction m = f(I) en choisissant une échelle convenable. En déduire la valeur de $\vec{B}$ sachant que d=d' et l=1m.

## 4 La roue de Barlow

La roue est placée dans un champ magnétique uniforme B perpendiculaire au plan de la roue. Le contact en M est ponctuel et le courant traverse la roue suivant le rayon OA.

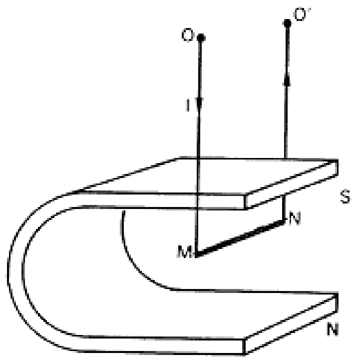



1) Calculer la force de Laplace résultante et son moment par rapport à l'axe de rotation.

2) Calculer la puissance du moteur ainsi constitué lorsque la roue effectue n tours par seconde.

## 5 Barre métallique parcourue par un courant et placée dans un champ magnétique uniforme

**Données** : MN = 5,0 cm ; $B = 1,0.10^{-2}$ T ; largeur de l'entrefer : b = 3 cm.

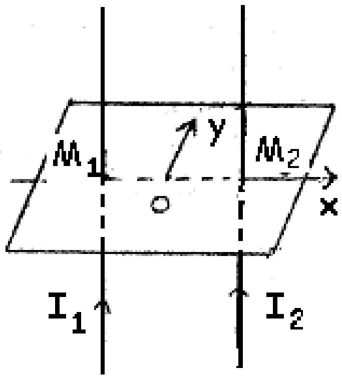



Une barre de cuivre MN de masse m = 10,0 g est maintenue par deux fils conducteurs de même longueur OM et O'N et de masse négligeable.
La barre est lancée dans l'entrefer d'un aimant en U qui crée un champ magnétique uniforme vertical $\vec{B}$. On admet que la région du champ est limitée à la largeur de l'entrefer.

1) Quelles sont les caractéristiques, de la force qui s'exerce sur MN lorsqu'elle est parcourue par un courant d'intensité I = 15 A ?
2) Montrer que le cadre s'écarte de sa position d'équilibre initiale.
3) Déterminer l'angle [illegible] que font les côtés OM et O'N avec la verticale lorsque le cadre se trouve dans sa nouvelle position d'équilibre.

**6 Interaction entre courant rectiligne-Définition légale de l'ampère**

On considère deux fils rectilignes très longs distants de $M_1M_2 = 2a$. Ces fils sont parcourus par des courants de même intensité $I_1 = I_2$ comme le montre la figure ci-contre.




1) Quelles sont les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$ crée au point M(x,0) par les courants I et I ? (donner B au point $B_x$ et $B_y$ en fonction ide x et a)
2) Donner les caractéristiques des champs magnétiques $\vec{B_1}$ et $\vec{B_2}$ respectivement créés aux points $M_2$ et $M_1$ par les courants $I_1$ et $I_2$.

3) Exprimer en fonction de x, a, $I_1$ et $I_2$ les normes des forces électromagnétiques $\vec{F}_{1/2}$ et $\vec{F}_{2/1}$ respectivement créées par les courants $I_1$ au point $M_2$ et $I_2$ au point $M_1$.
4) Donner la définition légale de l'ampère.

**7 Expérience d'Oersted- Force de Laplace sur un cadre indéformable**

On considère un fil conducteur horizontal, rectiligne, infiniment long parcouru par un courant continu I.

1) Sous ce fil est placé en G une aiguille aimantée, parallèle au fil en l'absence de courant et distante de d = OG = 5,0 cm du fil. (Figure 1)

1.a- Représenter au point G le champ magnétique $B_c$ créé à la distance d par le fil lors du passage du courant.
1.b- Donner l'expression du champ magnétique $B_c$.
1.c- L'aiguille tourne alors d'un angle $\alpha$. A l'aide d'un schéma clair déterminer la relation liant $\alpha$, I et la composante horizontale $B_H$ du champ magnétique terrestre. Afin de déterminer B, on fixe l'intensité du courant à la valeur de I = 6,00 A. La mesure de $\alpha$ donne
$\alpha = 50,0°$. Calculer $B_H$.

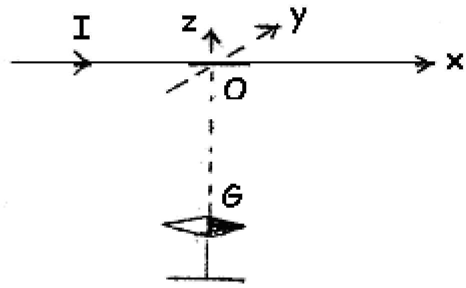


Figure 1

2) On remplace l'aiguille aimantée par un cadre carré placé dans le plan vertical contenant le fil (Figure 2). Le cadre de côté a = 1,0 cm, de centre situé en G est parcouru par un courant d'intensité I' = 5,0 A.

Etablir l'expression de la composante verticale $F_z$ des forces de Laplace, dues à l'action de $B_c$ et de $B_H$ s'exerçant sur le cadre en fonction de $\mu_0$, I, I', a et d.

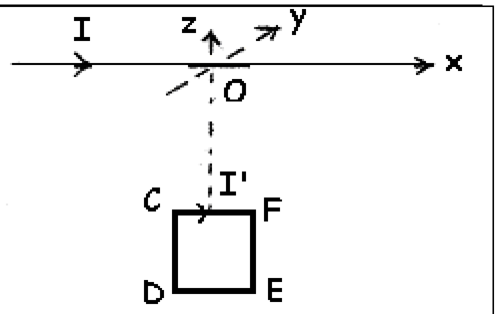
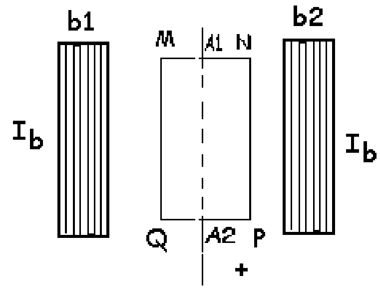


Figure 2

## 8 Action d'un champ magnétique sur un cadre parcouru par un courant

Un cadre rectangulaire MNPQ de côté MN = PQ = (a = 10 cm) et MQ = NP = 2a est formé de N = 50 spires de fil conducteur. Il est situé dans un plan vertical et relié à deux fils de torsion tendus verticalement $A_1O_1$ et $A_2O_2$. ($A_1$ et $A_2$ sont les milieux de MN et PQ) L'ensemble ayant une constante de torsion $C = 6.10^{-3}$ N.m.rad$^{-1}$.




1) Le cadre est placé dans l'espace champ magnétique uniforme créé par deux bobines de Helmholtz ( $b_1$ et $b_2$) dont les plans sont perpendiculaires à celui du cadre au repos. Chaque bobine est parcourue par un courant $I_b$. Représenter le champ magnétique $\vec{B}$ dans la région où est placé le cadre.

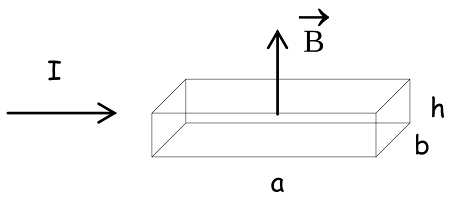
2) Le cadre est parcouru par un courant d'intensité I = 3A dans le sens que vous indiquerez sur le schéma pour que le cadre tourne dans le sens positif indiqué sur le schéma.

<u>2.a</u> -Donner les caractéristiques des forces qui s'exercent sur les différents côtés du cadre et montrer qu'il effectue un mouvement de rotation.

<u>2.b</u>- Soit $\alpha$ l'angle dont a tourné le plan du cadre lorsqu'il s'immobilise dans sa position d'équilibre.
- Faire le bilan des forces s'exerçant sur le cadre.
- Etablir la relation entre $\alpha$ et les autres grandeurs. Le Champ ayant pour intensité $B = 4.10^{-3}$ T, déterminer une valeur approchée de $\alpha$. (On effectuera une résolution graphique)

## 9 Effet HALL

Soit un ruban métallique plat de longueur a, d'épaisseur h et de largeur b, placé dans un champ magnétique perpendiculaire aux grandes faces. Ce ruban est traversé par un courant d'intensité I.




1) Montrer que lors de l'installation du courant I, la face arrière (AR) doit se charger négativement ce qui entraîne l'apparition de charges positives sur la face avant (AV).

2) Préciser le sens et la direction du champ électrique $\vec{E}$ entre les faces (AR) et (AV). Donner l'expression de E.

3) Calculer la tension dite de Hall $U_H$ qui apparaît entre les deux faces du ruban en fonction de B, L et la vitesse v des électrons.

Soit n le nombre d'électrons par unité de volume (densité) du conducteur, montrer que la tension de Hall $U_H$ peut se mettre sous la forme : $U_H = \frac{B.I}{ned}$.

Faire l'application numérique pour : B = 1,0 T ; d = 50 μm ; I = 4 A ; n = $1,0.10^{29}$ électrons/$m^3$.

## $\boxed{10}$ Deux variantes de La balance de Cotton

On considère une bobine Plate rectangulaire MNPQ, de longueur a = 8,0 cm et de largeur b = 5, 0 cm comportant N = 20 spires. (MP = NQ = a et MN = PQ = b)

1) On monte cette bobine comme le montre la figure 1.

En 1 absence de courant, le fléau est horizontal. On fait passer un courant I = 6,0 A dans le cadre. Pour rétablir l'équilibre du dispositif, on place sur le plateau une masse m = 4,5 g.

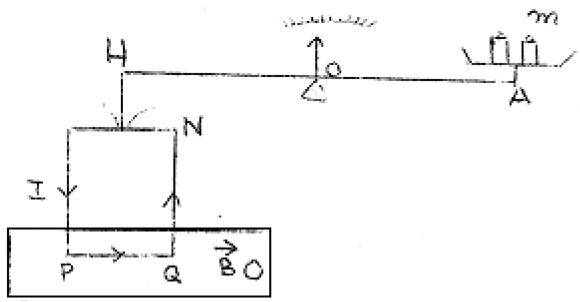



figure 1

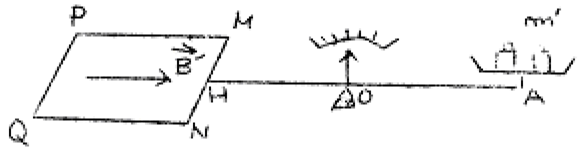



figure 2

Données : OH = d = 9,0 cm ; OA = d' = 12,0 cm ; g = 10 $m.s^{-2}$

1.a- Représenter sur un schéma clair la force électromagnétique $\vec{F}$ qui s'exerce sur la portion PQ du cadre.

1.b- Déterminer les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ (sens et valeur).

1.c- Que se passe-t-il si le cadre est entièrement plongé dans le champ magnétique $\vec{B}$ et si on maintient le courant électrique I précédent, le plateau restant vide ?

2) On monte le cadre comme le montre la figure 2. Le cadre est placé dans un champ magnétique $\vec{B'}$ de valeur B' = $1,0.10^{-2}$ T.

Lorsqu'il ne passe aucun courant dans le cadre, le fléau est horizontal.

On fait passer un courant électrique d'intensité I = 6 A dans le cadre.

2.a- Déterminer le sens que doit avoir I pour que le cadre soit entraîné vers le bas.

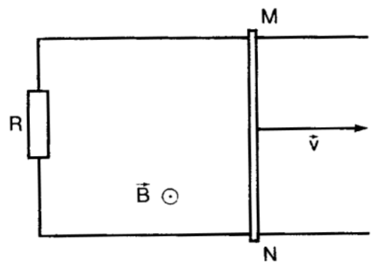
2.b- On rétablit l'équilibre horizontal de la balance avec une masse m' déposée sur le plateau. Ecrire la condition d 'équilibre du système et en déduire la valeur de m'.

# p8-Induction électromagnétique, étude d'un dipôle R,L

## I-Induction électromagnétique

### 1 Induction sur les Rails de Laplace

Deux rails conducteurs AA' et CC', parallèles, de résistance négligeable, séparés par une distance $l$ = 25 cm, sont placés dans un pion horizontal. Une tige métallique rigide, de masse négligeable, perpendiculaire au pion des rails, peut glisser sans frottement dans une direction parallèle aux rails. La tige de longueur $l$ a une résistance R = 0,8 Ω. L'ensemble est placé dans un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire




au plan des rails et d'intensité B = 1 T. On déplace la tige à la vitesse constante V = 10 $m.s^{-1}$, de gauche à droite.

1) Choisir sur le circuit un sens de parcours arbitraire et déterminer le vecteur surface $\vec{S}$ puis calculer le flux du champ magnétique à travers ce circuit pour une position quelconque de la tige MN. ( poser AM = x)

2) En utilisant la loi de FARADAY

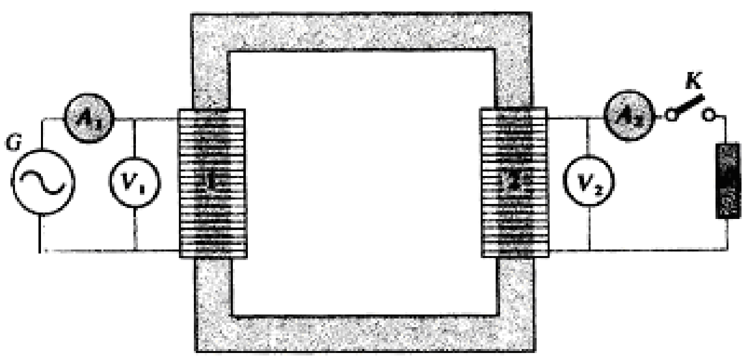
2.a- Calculer la force électromotrice induite e qui apparaît dans le circuit.

2.b- Calculer l'intensité du courant induit. Quel est son sens ?

3) Retrouver le sens du courant induit en utilisant la loi de LENZ.
Représenter la force électromagnétique créée au cours du déplacement de la tige.

### 2 Etude d'un transformateur

Le primaire d'un transformateur comporte $N_1$ = 3300 spires le secondaire en comporte $N_2$ = 360.




- G : générateur de tension variable
- K : interrupteur permettant de faire débiter le transformateur dans la charge R
- 1 : primaire comportant $N_1$ spires
- 2 : secondaire comportant $N_2$ spires

Le circuit secondaire étant ouvert (interrupteur K ouvert), on applique une tension sinusoïdale de valeur efficace $U_1$ au primaire. On constate que la valeur efficace de l'intensité du courant $I_1$ au primaire est pratiquement nulle et qu'il apparaît aux bornes du secondaire une tension de valeur efficace $U_2$.

1) En admettant que le flux du champ magnétique à travers le primaire est le même que celui qui traverse le secondaire, démontrer que : $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$

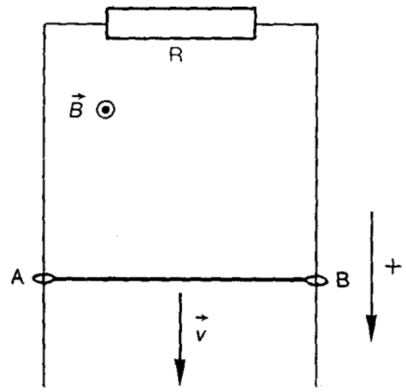
On négligera la résistance du primaire.

2) On alimente le primaire avec une tension sinusoïdale de valeur efficace $U_1 = 220$ V. Calculer la valeur efficace de la tension $U_2$ qui apparaît au secondaire.

3) Un manipulateur distrait alimente le secondaire, avec une tension sinusoïdale de valeur efficace U = 220 V. Calculer la tension U' qui apparaît aux bornes du primaire. Ce mode d'utilisation du transformateur vous parait-il normal ? Justifier. Quelle tension peut-on appliquer au secondaire sans risque d'endommager le transformateur ?

**3** Une barre conductrice MN horizontale de masse m et de longueur î, de résistance négligeable est

lâchée sans vitesse à l'instant initial t= 0. Elle tombe en restant parallèle à elle-même dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ horizontal et perpendiculaire à la barre. La chute de la barre est guidée par deux fils verticaux conducteurs, de résistance négligeable (voir figure).




On suppose les forces de frottement nulles, bien que MN soit à chaque instant en contact électrique avec les fils. Les extrémités supérieures des fils sont reliées à un résistor de résistance R = 25 Ω.

On donne : B = 0,5 T.

1) Les rails sont métalliques.

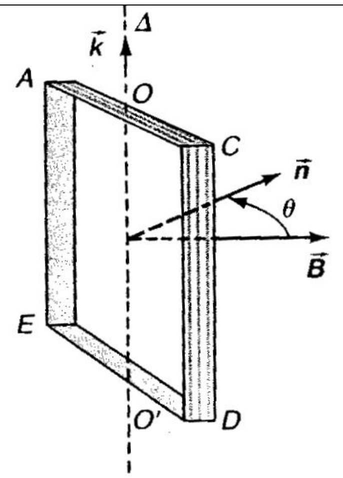
1.a- Donner l'expression de la f.é.m. induite e qui apparaît dans la tige en fonction de B, $l$ et v.
1.b- Donner l'expression du courant induit.
1.c- Appliquer le théorème du centre d'inertie à la tige puis montrer que la tige atteint une vitesse limite $V_L$ que l'on exprimera en fonction de B, $l$, g et R. Calculer $V_L$.

2) Les rails sont isolants.

1.a- Calculer la différence de potentiel $u_{AC} = V_A - V_C$ entre les points A et C.
1.b- Appliquer le théorème du centre d'inertie à la tige. Quelle est la nature du mouvement de cette dernière ?

**4** Un cadre indéformable ACDE, de largeur a = 8,0 cm et de longueur b = 25,0 cm, comportant N = 10 spires, peut tourner autour d'un axe Δ passant par les milieux des côtés AC et DE. Les spires sont orientées dans le sens ACDE. Ce cadre est placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ à orthogonal à Δ.

La normale au plan du cadre fait un angle $\theta$, orienté auotour de l'axe, orienté autour de l'axe $(\Delta, \vec{k})$, avec la direction du champ $\vec{B}$.




Données : B = 318 mT ; $\theta = \omega t = 100\pi.t$ ( en rad) ; R = 10 $\Omega$.

1) Calculer le flux du champ magnétique à travers une spire, puis à travers l'ensemble de la bobine.

2) La bobine tourne à la vitesse angulaire constante $\omega$ autour de $\Delta$. Montrer qu'il apparaît dans la bobine une f. e. m. induite sinusoïdale. Préciser l'amplitude de cette f. e. m..

3) Calculer l'intensité maximale et la fréquence N du courant induit.

4) Le cadre, en cours de rotation, est relié aux bornes d'un oscilloscope afin de visualiser la tension $u_{KM}$ à ses bornes.

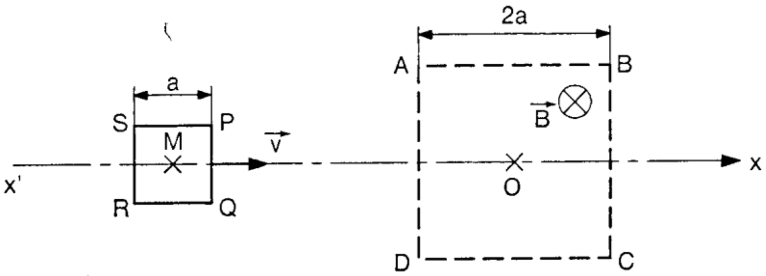
Les réglages de l'oscilloscope sont :
- Balayage horizontal : 5 ms par division ;
- Sensibilité verticale : 10 V par division.

Dimensions de l'écran de l'oscilloscope :
- hauteur : 6 cm ;
- largeur : 8 cm ;
- une division de l'écran = 1 cm.

Représenter l'oscillogramme observé sur l'écran.

**5** Une bobine de forme carrée, de côté a, et constituée de N spires, est déplacée à la vitesse $\vec{V}$, d'un mouvement de translation uniforme. Au cours de son mouvement, la spire traverse une région de l'espace dans laquelle règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ de direction verticale ; dans le plan de la spire le champ magnétique est délimité par un carré ABCD de centre O et de côté 2a. PQ et AD sont parallèles.
On repère la position de la bobine par l'abscisse x de son centre M sur l'axe x'x d'origine O, par rapport à $(O, \vec{i})$ et l'on pose OM = x. La tige se déplace du point d'abscisse –a au point d'abscisse + 4a, le côté PQ du cadre restant toujours parallèle à AD.

La spire conductrice PQRS a la forme d'un carré, de côté a, contenu dans un plan horizontal. Cette spire est animée, dans son propre plan, d'un mouvement de translation uniforme de vitesse $\vec{V}$ perpendiculaire à PQ. Au cours de son mouvement, la spire traverse une région de l'espace dans laquelle règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ de direction verticale ; dans le plan de la spire le champ magnétique est délimité par un carré ABCD de côté 2a. PQ et AD sont parallèles.




On repère la position de la spire conductrice par l'abscisse x de son centre M sur l'axe x'x d'origine O, O étant le centre du carré ABCD (voir figure).
Exprimer puis représenter graphiquement la f.é.m. induite e(t) dans la spire en fonction de x, pour x compris entre -2a et +2a.

On considère comme positive une f. é. m. qui produit un courant dans le sens des aiguilles d'une montre.

**6** On réalise le montage ci-des.sous. Dans ce montage, une petite bobine (b) de surface s' = 10 cm$^2$, comportant N' = 100 spires est placée à l' intérieur d'un solénoïde (S) comportant N = 1000 spires et de longueur $l$ = 1,5 m. La petite bobine (b) et le solénoïde sont orientées Comme indiqué sur la figure 1.

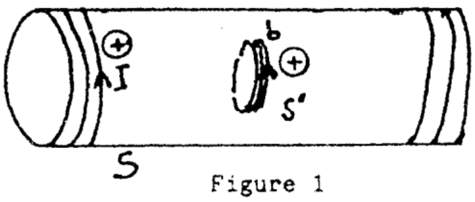



Figure 1

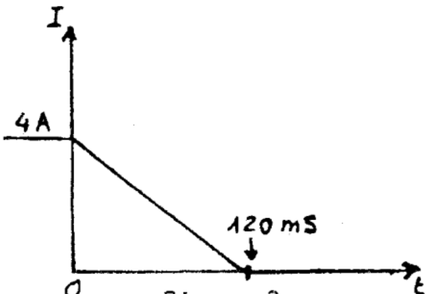



Figure 2

1) L'intensité du courant dans le solénoïde varie suivant la loi donnée par la figure 2.

On donne : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I. En déduire :

1.a- Le champ magnétique B(t) à l'intérieur du solénoïde ;

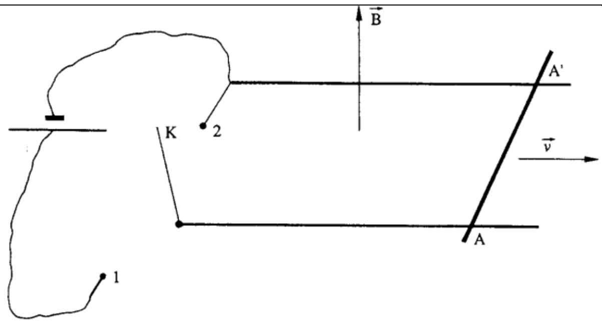
1.b- L'expression du flux de $\vec{B}$ à travers la bobine (b) ;
1.c- La force électromotrice dont la bobine (b) est le siège.

Préciser sur un schéma clair, le sens de $\vec{B}$ et du courant qui traverserait la bobine (b) si on réunissait ses deux extrémités.

2) On établit dans le solénoïde une intensité I = 4A supposée constante dans toute cette question. On imprime à la bobine (b) un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe vertical passant par son centre. On branche un oscillographe aux bornes de (b). Donner l'expression de la nouvelle f.é.m. d'induction e'. En déduire l'allure de la courbe observée sur l'écran de l'oscillographe (Donner une représentation qualitative de cette courbe).

**7** On considère le système suivant : deux rails parallèles et horizontaux peuvent être, soit branchés sur un générateur de f.é.m. E = 2 volts (interrupteur K en position 1), soit mis en court-circuit (K en position 2).

Les rails sont distants de $l$ = 0,25 m et baignent dans un champ magnétique vertical $\vec{B}$ dirigé vers le haut et d'intensité B = 0,5 tesla.




Une tige métallique AA', de masse m = 10 g peut glisser sans frottement sur les rails et sa résistance entre les deux rails vaut R = 0,5 ohm. Toutes les autres résistances sont négligeables. Il en est de même de l'auto-inductance du circuit.

1) Calculer l'intensité I du courant qui traverse AA', la d.d.p. e entre les points A et A', et l'intensité de la force électromagnétique qui s'exerce sur la tige métallique dans les deux cas suivants

1.a- K en position 1 et la tige est immobile.

1.b- K en position 2 et la tige se déplace avec la vitesse v = 10 $m.s^{-1}$.

2) L'interrupteur K étant en position 1, la tige AA' a une vitesse constante et imposée v (en $m.s^{-1}$), dont la direction et le sens sont indiqués sur la figure. Déterminer la fonction I = f(v). Représenter le graphe de cette fonction. Calculer I pour les valeurs, $v_1$ = 10 $m.s^{-1}$ et $V_2$ = 22 $m.s^{-1}$.

3) A la date t = 0, la tige est immobile et on ferme l'interrupteur en position 1. A une date t quelconque, appliquer le théorème du centre d'inertie à la tige. En déduire que la vitesse v obéit à l'équation suivante :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{l^2B^2}{mR}v = \frac{El\,B}{mR}$$

Vérifier que $v = \frac{E}{Bl}\left[1 - \exp(-\frac{l^2B^2}{mR})t\right]$ est solution de cette équation.

Calculer la vitesse limite $V_L$ atteinte par la tige.

Montrer que cette vitesse limite peut se déduire de la question 2).

**8** Une barre de cuivre MN, homogène, de masse m et de longueur e, peut glisser, sans frottement, le long de deux rails métalliques AC et A'C' contenus dans un plan incliné d'un angle $\alpha$ par rapport au plan horizontal

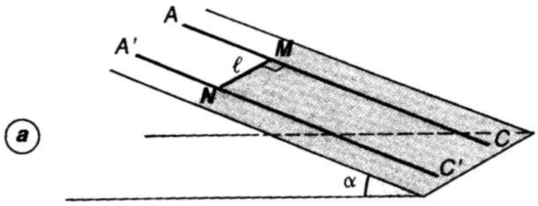
(figure a). Pendant tout le mouvement, la barre MN reste perpendiculaire aux rails AC et A'C' et maintient avec eux le contact électrique en M et N.

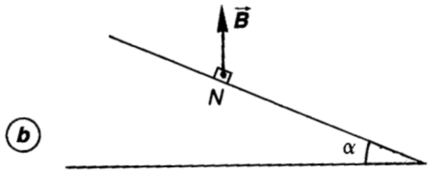
On donne : $l$ = $10^{-1}$ m ; g = 9,8 $m.s^{-2}$ ; m = $2.10^{-2}$ kg ; $\alpha$ = 20°.

1) La barre MN est lâchée sans vitesse initiale sur le plan incliné. Après un parcours de longueur L, sa vitesse v vaut 2,80 $m.s^{-1}$. Calculer L.

2) Les points A et A' sont maintenant reliés par un fil de résistance R = 0,2 $\Omega$, les résistances électriques des rails et de la barre étant négligeables. Lorsque la barre a parcouru la distance L, elle pénètre, à l'instant

t = 0, avec la vitesse v = 2,8 $m.s^{-1}$ dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme, vertical, ascendant, d'intensité B = 1 T. (fig. b).




2.a- Quelle est l'intensité $I_0$ du courant qui apparaît dans Réponse partielle le circuit A'AMN à l'instant t = 0 ? Indiquer sur un schéma très clair le sens de ce courant.

2.b- Quelles sont les caractéristiques de la force électromagnétique $\vec{F_0}$ qui s'exerce sur la barre à l'instant t = 0 ?

2.c- Faire le bilan des forces qui s'exercent sur la barre à l'instant t = 0 et montrer que l'accélération $\vec{a}$ est de sens Opposé à $\vec{v}$.

Expliquer qualitativement comment varie l'intensité du courant lorsque la barre continue à se déplacer dans le champ magnétique et comment évolue le mouvement, les rails étant supposés suffisamment longs.

3) La barre, toujours sur ses rails inclinés de $\alpha$ =20° acquiert maintenant dans le champ $\vec{B}$ un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $\vec{V_1}$.

3.a- Quelle est alors l'intensité de la force électromagnétique $\vec{F_1}$ qui agit sur la barre ?

3.b- Calculer l'intensité $I_1$ du courant induit et la valeur $V_1$ de la vitesse.

**II- ETUDE D'UN DIPOLE R,L**

1

Une bobine de longueur L = 1 m, comportant N = 1600 spires de rayon R = 20 cm, assimilable à un solénoïde est parcourue par un courant d'intensité I = 1 A.

1) Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur de la bobine.
2) Montrer que l'inductance de la bobine a pour expression : $L = \mu_0 \frac{N^2}{L} \pi R^2$.

La norme de $\vec{B}$ décroît de $2.10^{-2}$ T à $10^{-2}$ T en 6 ms. Calculer la valeur moyenne <e> de la f.é.m. induite qui apparaît dans la bobine.

2

Une bobine a pour résistance R = 10 Ω et pour inductance L = 1 H. On établit à ses bornes, à la date t = 0, une tension U = 6 V, délivrée par un générateur de tension continue G.

1) Vérifier que l'intensité du courant électrique, dans le circuit est donnée par la relation :

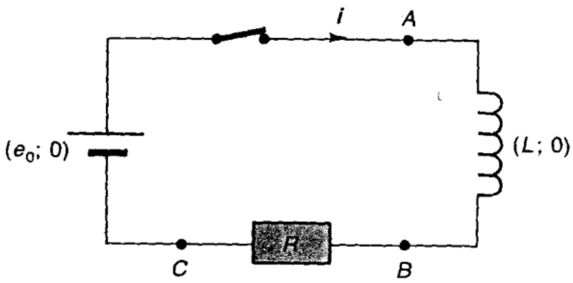
$$i = \frac{U}{R}\left(1 - \exp\left(-\frac{R}{L}\right)t\right) \quad (1)$$

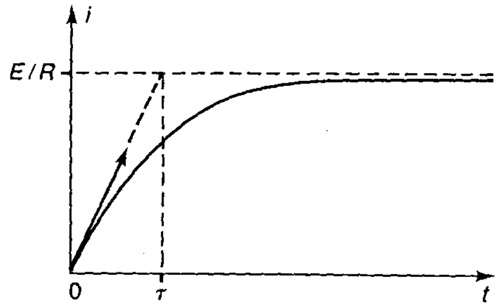
On vérifiera que (1) est bien solution de l'équation différentielle régissant l'établissement du courant i dans le circuit.
2) Quelle est l'intensité du courant en régime permanent ?
3) On mesure l'intensité du courant en fonction du temps. On obtient le tableau suivant :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| t(s) | 0 | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,30 |
| i(A) | 0 | 0,24 | 0,38 | 0,47 | 0,57 |

Tracer la courbe représentative de la fonction i = f(t).
4) Quelle est l'influence du rapport $\tau = \frac{L}{R}$ , appelé constante de temps du circuit, sur le comportement du circuit ? Que vaut i pour t = τ ?

**3** Le circuit représenté ci-dessous comporte, placés en série, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, une résistance R et un générateur, de f.e.m. constante e et de résistance interne nulle. On a représenté la variation de l'intensité du courant pendant l'établissement de celui-ci.




1) Représenter graphiquement la tension u aux bornes de la résistance R en fonction du temps.
2) Exprimer la tension $U_L$ aux bornes de la bobine en fonction de e et u En déduire la courbe représentant la variation de $U_L$ en fonction du temps.
3) A Pourquoi peut-on dire que la bobine est équivalente à un court-circuit en régime permanent (c'est-à-dire au bout d'un temps t >> $\tau = \frac{L}{R}$ ) ?

**4** Une bobine d'inductance L et de résistance R = 6,3 Ω est parcourue par un courant dont l'intensité i est représentée à la figure ci-dessous. Déterminer la valeur de L pour que la tension aux bornes de la bobine soit nulle à la date t = 50 ms.

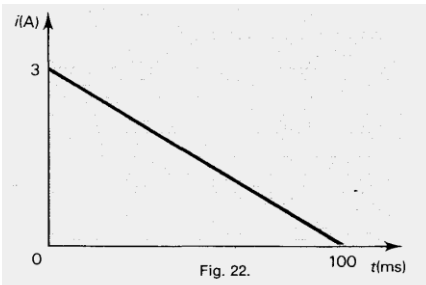


Fig. 22.

**5** Une bobine d'induction de résistance R et d'inductance L est branchée aux bornes d'une batterie d'accumulateurs de force électromotrice E et de résistance interne négligeable (schéma ci-contre). On ferme l'interrupteur K à la date t = 0, le courant s'installe dans le circuit.

1) Expliquer qualitativement le phénomène physique qui se manifeste dans la bobine.
2) Établir l'équation différentielle régissant l'évolution du courant i(t) au cours du temps. Vérifier que

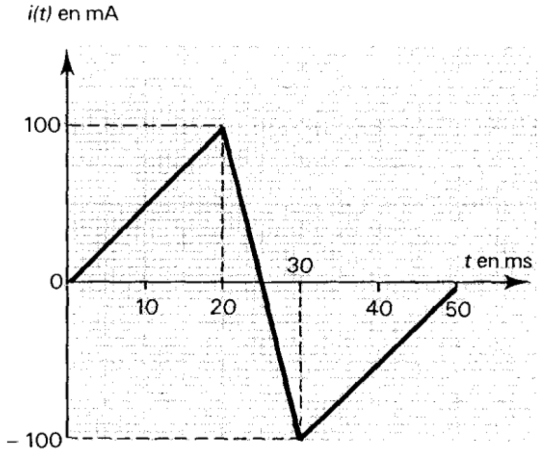
$$i = \frac{U}{R}\left(1 - \exp\left(-\frac{R}{L}\right)t\right), \text{ où } \tau = \frac{L}{R}$$ , est bien solution de cette équation.

3) Déterminer à l'instant $t = 3\tau$ le taux de remplissage énergétique a de la bobine défini comme le rapport de l'énergie emmagasinée à cette date à l'énergie maximale qu'elle peut emmagasiner dans ce montage.
4) Le circuit primaire d'une bobine d'allumage automobile peut être ramené au schéma lorsque le rupteur (vis platinées) schématisé par l'interrupteur K est fermé. Ce circuit primaire a pour résistance $R = 4{,}0\ \Omega$ et inductance $L = 4{,}12.10^{-3}$ H.
Quelle doit être la durée minimale de fermeture du rupteur pour que la bobine ait un taux de remplissage au moins égal à celui trouvé précédemment ?

**6** On considère une bobine assimilable à un solénoïde théorique ayant les caractéristiques suivantes :

- Rayon moyen des spires : R = 10 cm.
- Nombre total de spires : N = 500.
- Longueur de la bobine : L = 1 m.

1) Calculer l'inductance de la bobine.




2) Le courant qui circule dans la bobine est caractérisé, successivement, par les valeurs suivantes exprimées en ampères :
$i_1 = 2$ A ; $i_2 = 5t + 2$ ; $I_3 = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ (t en s)
Calculer la force électromotrice d'auto-induction dans la bobine dans chacun des trois cas.

3) Un courant i(t) traverse la bobine (représentation de la figure ci-contre). Tracer la représentation graphique de la tension $u = V_M - V_N$ aux bornes de la bobine sachant que le sens positif sur le conducteur va de M vers N et que la résistance de la bobine est négligeable.

**7** Le montage de la figure représente un circuit qui comporte, montés en série

- entre les points A et B, un conducteur ohmique de résistance $R = 1\,000\ \Omega$ ;
- entre les points B et C, une bobine de résistance négligeable et d'inductance $L$.
Ce circuit est alimenté par un générateur de tension délivrant des signaux triangulaires. On applique :

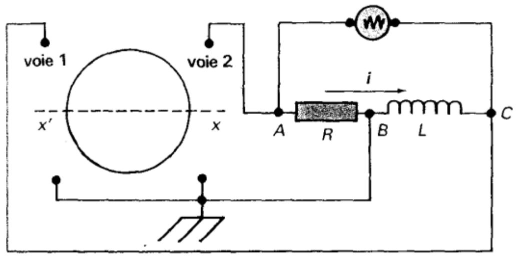


fig.1

- d'une part, sur la voie 1, la tension $U_{CB}$ aux bornes de la bobine ;
- d'autre part, sur la voie 2, la tension $u_{AB}$ aux bornes de la résistance, La figure 2 représente l'image obtenue sur l'écran.

On a réglé

- la base de temps sur la sensibilité $10^{-3}$ seconde par division ;
- la sensibilité verticale
  - sur 20 millivolts par division pour la voie 1 ;
  - sur 2 volts par division pour la voie 2.

1) On observe que la tension forme une trace pratiquement

triangulaire. Justifier la trace en créneaux observée pour la tension $U_{CB}$ sur la figure 2.

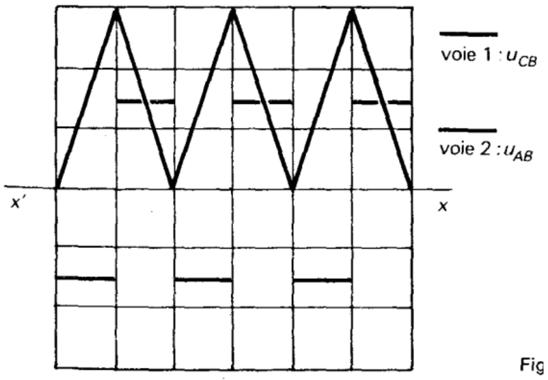



fig. 2

2) Calculer l'inductance $L$ de la bobine.
3) Calculer l'énergie maximale $E_M$ emmagasinée dans la bobine.

**Réponses partielles**

1) $u_{CB} = \frac{L}{R}\frac{u_{AB}}{dt}$ ; $u_{AB}$ étant une fonction triangulaire, $u_{CB}$ est une fonction en créneaux.

2) $\frac{u_{AB}}{dt} = a$ ; $U_{CBmax} = \frac{L\,a}{R}$ ; $L = 5{,}0$ mH. 3) $E_M = \frac{1}{2} L\, I^2_{max}$ ; $I_{max} = \frac{u_{ABmax}}{R}$ ; $E_M = \frac{L\, u^2_{ABmax}}{2R^2} = 9{,}0.10^{-8}$ J

$\boxed{8}$ Un solénoïde de 50 cm de longueur et de 8 cm de diamètre est considéré comme infiniment long ; il comporte 2000 spires par mètre.

1) Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur du solénoïde quand il est parcouru par un courant.

2) Calculer l'auto-inductance $L$ de ce solénoïde.

3) On réalise avec ce solénoïde le montage suivant (fig. La résistance interne du générateur est négligeable.

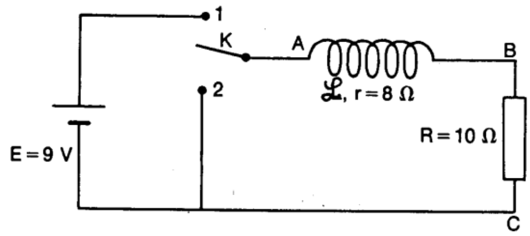
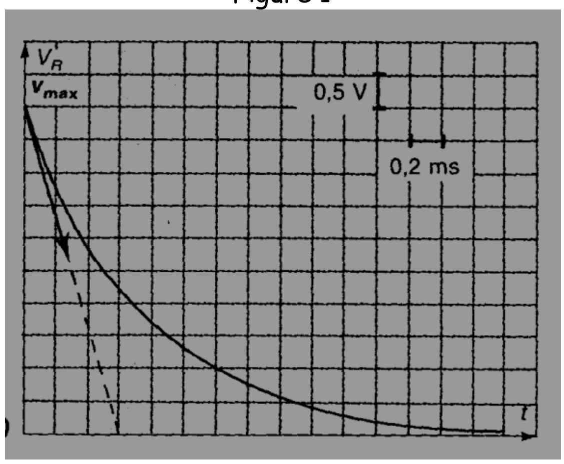



Figure 1

3.a- L'interrupteur K est dans la position 1.
Quelle est en régime permanent l'intensité $I_0$ du courant dans le circuit ?

3.b- En un temps infiniment bref et à l'instant t = 0, l'interrupteur K passe de la position 1 à la position 2.
Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité i du courant dans le circuit.
Vérifier que la solution de cette équation est de la forme :

$$i = I_o \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R + r} \text{ constante de temps.}$$




0 figure 2 t(ms)

4) Soit $V_R$ la tension aux bornes du dipôle BC.

Soit t, le temps au bout duquel $V_R$ atteint 90 % de sa valeur maximale.
Soit $t_2$ le temps au bout duquel $V_R$ atteint 10 % de sa valeur maximale.
Exprimer $t_d = t_2 - t_1$ en fonction de $\tau$.

A partir de la courbe $V_R = f(t)$ représentée (fig. 2), déterminer $t_d$ et en déduire la valeur de $\tau$.

$\boxed{9}$ **Donnée** : perméabilité magnétique du vide: $\mu_o = 4\pi.10^{-7}$ S.I. On réalise le circuit comprenant une bobine d'inductance $L$ et de résistance r = 11 Ω, un résistor de résistance $R_1 = 100\ \Omega$, un interrupteur, un ampèremètre et un générateur de tension continue dont la f.é.m est $E_o$ et sa résistance interne est négligeable. (figure 1)

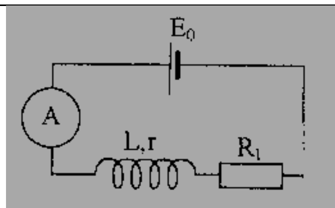


Figure 4

1) L'interrupteur est fermé, le régime permanent étant établi, l'ampèremètre indique I = 0,50 A. Avec un teslamètre, on mesure l'intensité du champ magnétique à au centre de la bobine. On trouve
B = 0,31 mT.
La longueur de la bobine est $\ell$ = 40 cm et son diamètre est d = 5 cm. Ces dimensions permettent de considérer la bobine comme un solénoïde.

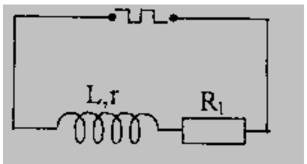


Figure 5

2) Représenter sur une figure claire le champ magnétique à au centre du solénoïde et préciser la nature de ses faces.
3) Calculer le nombre de spires N du solénoïde.
4) Le circuit précédent étant maintenu, on remplace le générateur de tension continue par un générateur basse fréquence délivrant une tension en créneaux (figure 2). Cette tension périodique varie entre 0 et $E_1$ = 6 V. (voir figure 3)

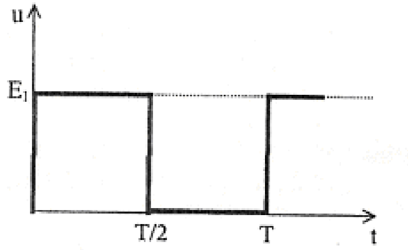


Figure 6

On désire suivre l'évolution de la tension aux bornes du résistor par un oscilloscope à mémoire bicourbe.

<u>4.a</u>- Reproduire la figure 1 et indiquer les branchements à réaliser pour visualiser sur l'écran de l'oscilloscope la tension aux bornes du générateur à la voie A et la tension aux bornes du résistor à la voie B.

<u>4.b</u>- Etablir l'équation différentielle régissant la variation de l'intensité du courant i lorsque $t \in [0 ; \frac{T}{2}]$, T étant la période de la tension délivrée par le générateur.

<u>4.c</u>- Vérifier que $[1 - \exp(-\frac{t}{\tau})]$ est une solution de cette équation où T est une constante que l'on exprimera en fonction de $R_1$, r et $\mathrm{L}$.

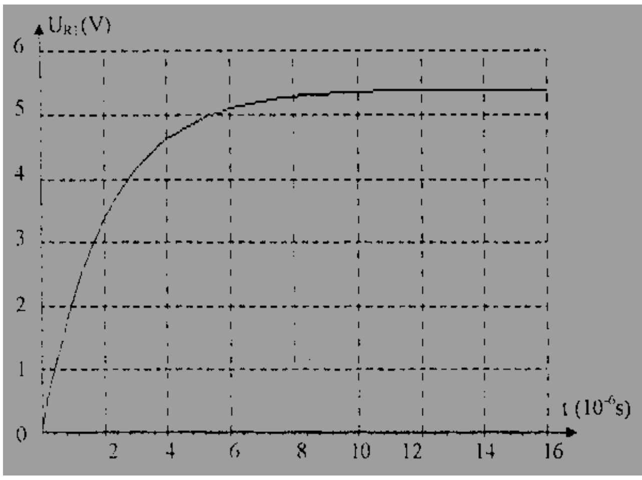


figure 4

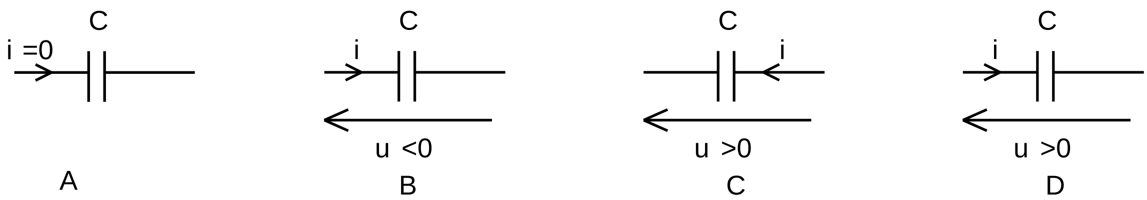
<u>5.a</u>- Que représente r pour le circuit ? Déterminer à partir du graphe de la figure 4 sa valeur en explicitant la méthode utilisée.
<u>5.b</u>- En déduire la valeur de $\mathrm{L}$.
<u>5.c</u>- A partir de cette valeur, vérifier la valeur du nombre de spires N trouvée à la question 3).

**(Extrait Bac S1S3 2002)**

# P12-OSCILLATIONS MECANIQUES

## Exercices

**1** On considère les schémas suivants où I est une constante positive.

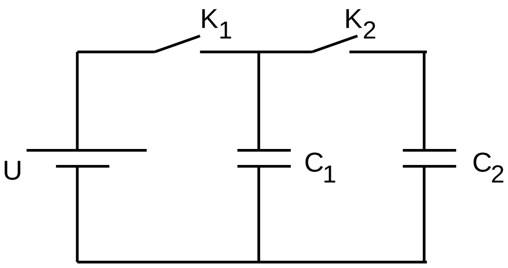



Dire, pour chacun des quatre cas, avec justification, si le condensateur
- est en train de se décharger ;
- est en train de se charger ;
- garde une charge constante.

**2** Un condensateur de capacité $C_1$ est chargé sous une tension constante U = 40 V (l'interrupteur $K_1$ est fermé et $K_2$ est ouvert). On donne : $C_1 = 5\ \mu F$ et $C_2 = 20\ \mu F$

1) Calculer la charge $Q_0$ acquise par le condensateur de capacité $C_1$.

2) Dès que la charge du condensateur $C_1$ est terminée, on ouvre



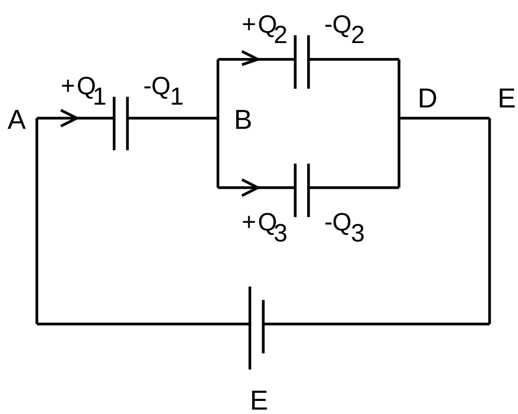

l'interrupteur $K_1$ et on ferme l'interrupteur $K_2$. Le condensateur de capacité $C_2$ est initialement non chargé.2.a- Calculer la charge finale de chaque condensateur.
2.b- Calculer l'énergie électrostatique initiale et finale emmagasinée dans les deux condensateurs. Interpréter.

**3** On considère le montage de la figure ci-contre.
On donne : $C_1 = 3\ \mu F$ ; $C_2 = 2\ \mu F$ ; $C_3 = 4\ \mu F$ ; E = 120 V.

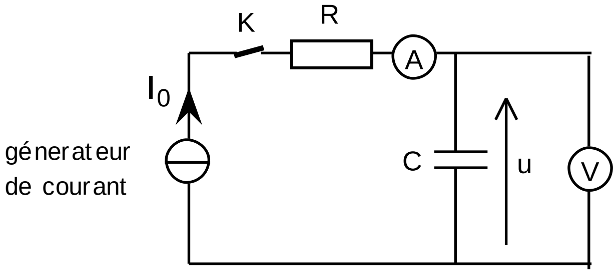
1) Calculer la capacité équivalente $C_e$ du condensateur entre A et D.

2) Calculer la charge finale Q du condensateur équivalent.

3) Calculer les valeurs des tensions $U_{AB}$ et $U_{BD}$ et en déduire les valeurs des charges $Q_1$, $Q_2$ et $Q_3$.



$\boxed{4}$ On dispose d'un condensateur de capacité $C$ inconnue.
Pour déterminer $C$, on se propose de charger le condensateur à l'aide d'un "générateur de courant" qui débite un courant constant
$I = 0{,}50$ mA.




On mesure la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps. On obtient les résultats suivants :

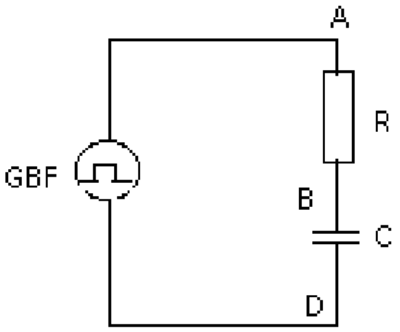
| t(s) | 0 | 11 | 23 | 34 | 46 | 57 | 68 | 80 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| u(V) | 0,0 | 1,0 | 2,0 | 3,0 | 4,0 | 5,0 | 6,0 | 7,0 |

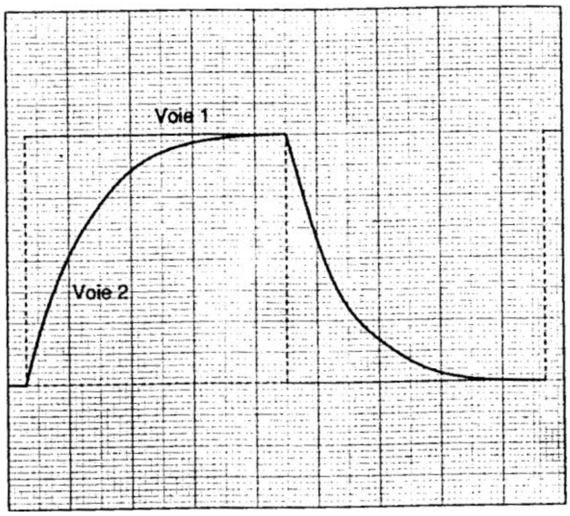
1) Tracer la courbe de la fonction u = f(t).

<u>Echelles</u> : **abscisses** : 1 cm pour 5 s ; **ordonnées** : 1 cm pour 1,0 V.

2) Déduire de la courbe tracée la valeur de la capacité $C$ du condensateur.

$\boxed{6}$ A l'aide du montage représenté ci-dessous, on obtient l'oscillogramme.




Réglages de l'oscilloscope :
- base de temps : 2 ms/div
- sensibilité verticale sur les deux voies : 1,0 V/div

1) Comment doit-on relier les points A, B et D du circuit aux trois bornes entrée ®$Y_1$ , entrée ®$Y_2$ et masse —é de l'oscilloscope ?
2) A partir de l'oscillogramme, déterminer :
- la période T de la tension en créneaux délivrée par le G.B.F. ;
- la tension maximale $U_0$ délivrée par le G.B.F..

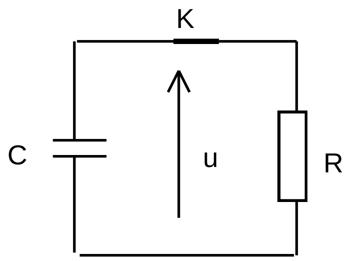
3) La tension $u_C$ aux bornes du condensateur pendant la charge et la décharge est donnée par :

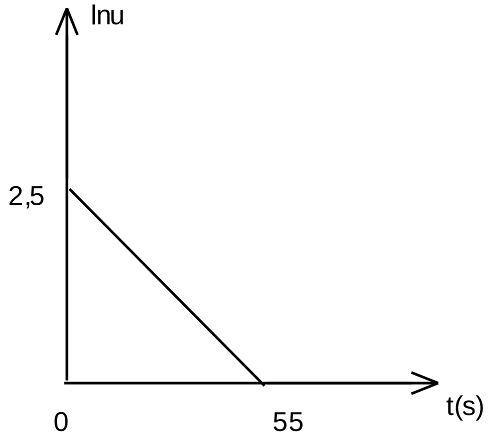
$$\begin{cases} u_C = E(1-e^{-t/RC}) \text{ pendant la charge} \\ u_C = Ee^{-t/RC} \text{ pendant la décharge} \end{cases}$$

Montrer que la constante de temps $\tau$ du circuit correspond au temps au bout duquel la charge et la décharge du condensateur sont réalisées à 63 %.

Utiliser ce résultat pour évaluer la constante de temps t du circuit. Sachant que R = 2,0 kΩ, en déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

**7** On a réalisé le montage ci-dessous afin de déterminer la capacité C d'un condensateur initialement chargé sous une tension constante $U_0$. A l'aide d'un voltmètre, on mesure à différentes dates t la tension u aux bornes du condensateur au cours de sa décharge. On obtient la courbe suivante donnant les variations de lnu en fonction du temps soit lnu = f(t). On donne : $U_0$ = 12 V ; R = 10 kΩ




1) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéît la tension u au cours de la décharge du condensateur.

2) Vérifier que la solution de cette équation différentielle est de la forme $u_C = A.e^{-t/\tau}$. On explicitera A et τ.

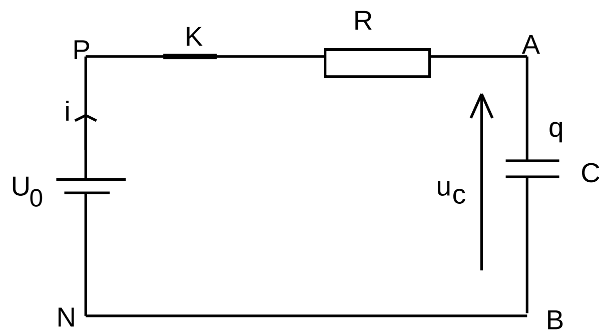
3) déterminer la constante de temps t circuit (R,C). En déduire la capacité C du condensateur.

**8** Un condensateur de capacité C est chargé à travers une résistance R, à l'aide d'un générateur délivrant une tension constante $U_0$. (voir figure)

Le condensateur est entièrement déchargé avant la fermeture de l'interrupteur.

A la date t = 0, on ferme l'interrupteur.

A toute date t, l'intensité du courant est désignée par i, la charge du condensateur par q, la tension entre ses armatures par $u_C$ la tension aux bornes de la résistance par $u_R$.




1) Expliquer brièvement le comportement des électrons libres du circuit à la fermeture de l'interrupteur.

2) Expliquer comment varient $u_C$, $u_R$, i et q durant la charge du condensateur en précisant les valeurs initiales et les valeurs finales.

3) Rappeler les relations qui lient i et q d'une part et i, C et $u_C$ d'autre part.

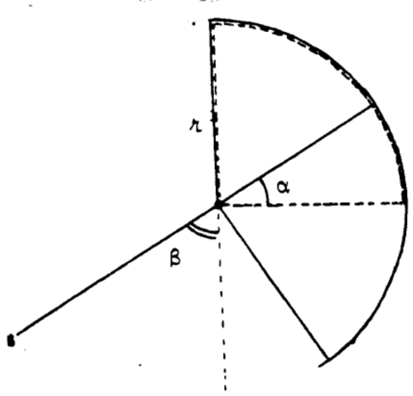
4) Établir à la date t, la relation qui existe entre $u_C$, $u_R$ et $U_0$. En déduire l'équation différentielle du circuit relativement à la tension $u_C$.

5) Résoudre l'équation différentielle du circuit. Autrement dit trouver $u_C$ en fonction du temps t.

6) On peut considérer que la charge est terminée quand $\frac{U_0-u_C}{U_0}$ = 1 %.

Soient t la constante de temps du circuit et $t_r$ (temps de relaxation) le temps mis par le condensateur pour se charger quasi totalement (à 99%). Montrer que $\tau_r$ = 4,6 t.

**9** (extrait BAC D Oct. 86) : Un condensateur à air est formé de deux armatures métalliques de masses négligeables ayant la forme de deux quarts de cercle de rayon
r = 10 centimètres et séparée, l'un de l'autre, par une distance e = 1 millimètre.




L'une des armatures est fixe, l'autre mobile est solidaire d'une tige de masse négligeable portant à son extrémité inférieure une masse m que l'on peut considérer comme ponctuelle.

1) Déterminer la capacité $C_0$ de condensateur lorsque $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (donc b=0) c'est à dire lorsque la valeur S des surfaces en regard est maximum.

**On donne :** $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi.10^9}$ (u.S.I.)

2) Donner l'expression de la capacité C de ce condensateur en fonction de $C_0$ et de $\alpha$.

On précise que : $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

3) On soumet, maintenant, les deux armatures à une tension $U_0$ = 1000 volts lorsque $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ; calculer la charge $Q_0$ prise par le condensateur.

**10** (Extrait BAC CE 94) : Les armatures d'un condensateur de capacité C, préalablement chargé, sont reliées à un voltmètre électronique assimilable à un résistor de résistance élevée R. Les valeurs de la tension u au cours du temps sont consignées dans le tableau ci-dessous.

| t(s) | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| u(V) | 10 | 7,8 | 6,1 | 4,7 | 3,6 | 2,8 | 2,2 | 1,7 | 1,3 | 1,1 | 0,8 |

1) Faire le schéma du circuit de décharge en indiquant les conventions utilisées pour le courant et la tension.

2) Établir l'équation différentielle à laquelle obéît la tension u aux bornes du condensateur.

3) Vérifier que la solution générale de cette équation est de la forme $u = A.e^{-t/\tau}$ . A et $\tau$ sont deux constantes que l'on explicitera.

4) Après avoir choisi <u>judicieusement votre échelle</u>, tracer la courbe représentative de la tension u en fonction du temps t .

5) Déterminer <u>graphiquement</u> la constante de temps t en justifiant la méthode utilisée.
Sachant que R = $2.10^6$ Ω, en déduire la capacité C du condensateur.

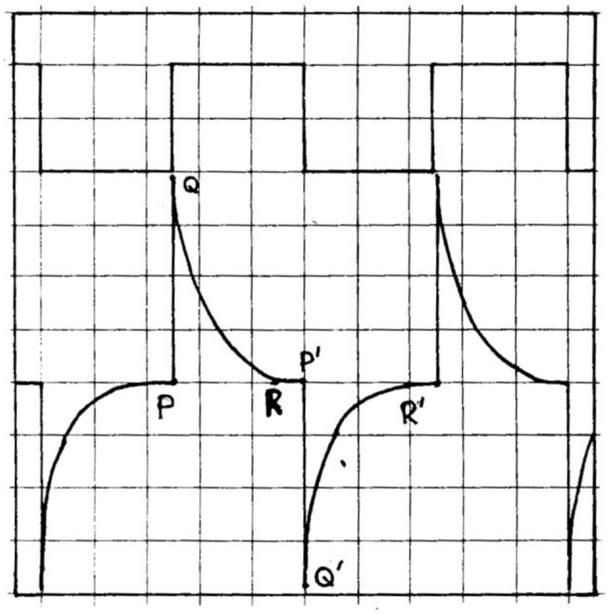
$\boxed{11}$ Afin d'étudier la charge et la décharge d'un condensateur, on réalise un circuit comportant en série (voir figure) :
- un GBF qui délivre une tension rectangulaire ;
- un conducteur ohmique de résistance réglable R ;
- un condensateur de capacité $C = 100$ nF.

Avec $R = 10\ \Omega$, on obtient l'osillogramme ci-dessus. Les réglages de l'oscilloscope sont :

- Sensibilités verticales : - voie $Y_1$ : 1,0 $V.div^{-1}$ ; - voie $Y_2$ : 0,5 $V.div^{-1}$
- durée de balayage : 2 $ms.div^{-1}$

1) Reproduire le schéma en indiquant les branchements les fils de masse et des entrées $Y_1$ et $Y_2$ de l'oscilloscope nécessaires pour visualiser respectivement la tension fournie par le GBF et une tension permettant de connaître l'intensité du courant qui traverse le circuit.
On utilisera les symboles $\rightarrow Y_1$ ; $\rightarrow Y_2$ ; —[

2) Identifier les courbes et interpréter le phénomène observé principalement dans les zones PQR et P'Q'R'.




3) Déterminer grâce à l'oscillogramme :

- la fréquence de la tension délivrée par le GBF ;
- la tension maximale $U_0$ aux bornes du condensateur ;
- la valeur maximale $I_0$ du courant qui traverse le circuit.

4) On étudie l'influence de la valeur de la résistance sur l'allure de la courbe (2). L'équation de la partie PQ s'écrit : $u(t) = U_0.e^{-t/RC}$.
L'origine des dates t = 0 est prise au point O. Dans les conditions de l'expérience, on admet que la tension s'annule dès que $u(t) = \frac{U_0}{40}$ .

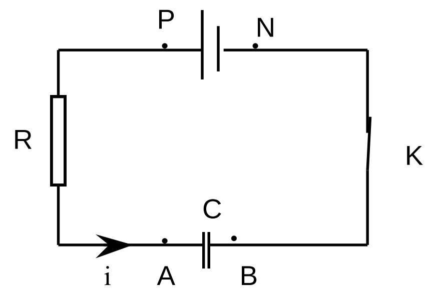
<u>4.a</u>- Calculer le temps $t_1$ nécessaire pour annuler u(t). Comparer cette valeur à celle donnée par la courbe.

<u>4.b</u>- On garde constante la valeur de la tension $U_0$ et on modifie la valeur de la résistance. Pour $R = 3,3\ k\Omega$, calculer le temps $t_2$ nécessaire pour annuler u(t). Quelle conclusion peut-on en tirer ?

$\boxed{11}$ On considère le circuit électrique schématisé ci-contre comportant en série :

- un générateur de force électromotrice E = 6 V et de résistance interne négligeable ;
- un condensateur de capacité C ;
- une résistance R.

A la date t = 0, le condensateur étant chargé, on ferme K.
L'intensité instantanée i du courant est comptée positivement dans le sens qui pointe vers l'armature A. (voir figure).




1) Établir l'équation différentielle liant la charge q de l'armature A, sa dérivée première par rapport au temps q et les constantes R, E et C.

2) Vérifier que $q = CE(1-e^{-t/RC})$ est solution de cette équation différentielle. Donner l'expression de la tension $u_C$ aux bornes du condensateur en fonction du temps

3) On mesure la tension $u_C$ aux bornes du condensateur en fonction du temps. On obtient les valeurs suivantes :

| t ( s) | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u_C$ ( V) | 0 | 1,60 | 2,75 | 3,80 | 4,20 | 4,70 | 5,00 | 5,30 | 5,50 | 5,60 | 5,75 |

3.a- Tracer alors le graphe $u_C = f(t)$ avec les échelles suivantes :
-abscisses : 1 cm pour 10 s ; -ordonnées : 2 cm pour 1,00 V.

3.b- Quelle est l'ordonnée de l'asymptote horizontale ? justifier la réponse.

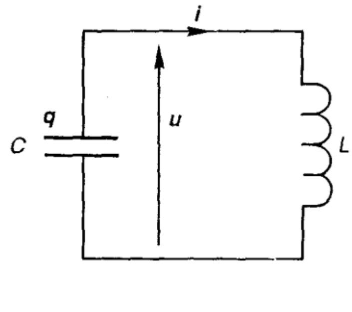
3.c- Tracer la tangente à l'origine à cette courbe et montrer que celle-ci coupe l'axe des temps au point d'abscisse t = t. Déterminer la valeur de t.

4) Soit $t_1$ le temps au bout duquel $u_C$ atteint 10% de sa valeur maximale et soit $t_2$ le temps au bout duquel $u_C$ atteint 90% de sa valeur maximale. Exprimer, en fonction de t, le temps de montée $t_d$ défini par $t_d = t_2 - t_1$. Déterminer la valeur de t. La comparer à la valeur obtenue à la question 3.c.

5) Sachant que R = 2 kΩ, calculer la capacité C du condensateur.

## P11- OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES NON AMORTIES ET AMORTIES

**1** On réalise un circuit oscillant en associant, comme l'indique la figure ci-contre, un condensateur de
capacité C et une bobine d'inductance $\mathscr{L}$ = 40 mH et de résistance négligeable.
Le circuit est le siège d'oscillations électriques de fréquence N




1) Calculer la pulsation propre ω du circuit et la valeur de la capacité C.
2) Avec les conventions indiquées à la figure, l'intensité i à l'instant t = 0 est maximale et a pour valeur $I = I_{max} = 2$ A.
Donner l'expression de l'intensité i en fonction du temps (unités SI.).
3) Exprimer la tension u aux bornes du condensateur en fonction du temps (unités S.I.).
A quelles dates la charge q est-elle, pour la première fois

- positive et maximale ?
- négative et minimale ?

Calculer l'énergie présente dans le circuit à ces deux dates. Sous quelle(s) forme(s) existe-t-elle ?

4) Calculer l'énergie électrostatique $\mathcal{E}_E$ et l'énergie magnétique $\mathcal{E}_M$ aux instants t' = $6{,}25.10^{-4}$ s et t'' = $2.10^{-4}$ s.

**2** 1) Un condensateur de capacité $C_1$ est chargé sous une tension constante $U_1$ (fig. 1).

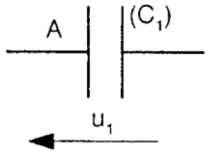



FIG.1

Calculer la charge $Q_1$ portée par l'armature A ainsi que l'énergie emmagasinée $E_1$.
**A.N.** : $C_1 = 10^{-6}$ F; $U_1 = 40$ V.

2) Le condensateur $C_1$, chargé dans les conditions précédentes, est isolé, puis relié à une bobine d'auto-inductance L. la résistance du circuit est négligeable (fig. 2). A la date t = 0 on ferme l'interrupteur K. Un oscillographe permet de visualiser la tension u(t) aux bornes de la bobine. On obtient la courbe représentée (fig. 3).

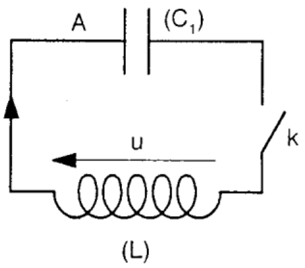



FIG.2

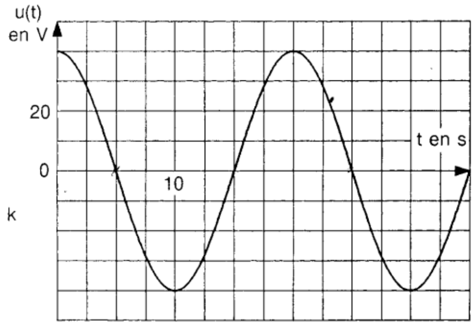
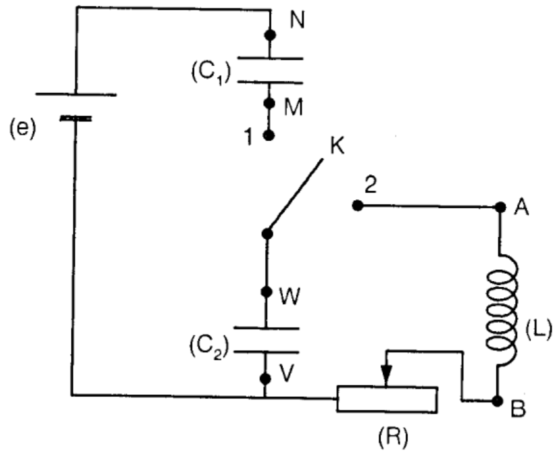



FIG.3

2.a- Soit q(t) la charge portée par l'armature A à la date t. L'intensité i(t) est comptée positivement quand le courant circule dans le sens indiqué sur le schéma.
Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t).
En déduire l'expression littérale de la tension u(t).
Déterminer les valeurs de la tension maximale et de la pulsation.
b) Calculer la valeur de l'auto-inductance L de la bobine.
c) Quelles sont les expressions littérales en fonction du temps de l'énergie emmagasinée dans le condensateur, dans la bobine et de l'énergie totale emmagasinée dans le circuit. Comparer à la valeur $E_1$ Conclure.

**3** On réalise le montage schématisé par la figure ci-contre. Le générateur a une f.é.m. E = 6 V ; les condensateurs ont respectivement pour capacité $C_1$ et $C_2$ telles que $C_1 = 3$ µF, $C_2 = 6$ µF ; la bobine a une résistance nulle et une inductance L = $2.10^{-2}$ H. On note R la résistance du rhéostat.

1) Initialement les deux condensateurs sont déchargés. Que se passe-t-il quand l'interrupteur K est mis en position 1 ?




Déterminer la charge et l'énergie acquises par chaque condensateur.

2) À l'instant t = 0 l'interrupteur est mis en position 2.

<u>2.a</u>- Après avoir expliqué, en quelques mots, le phénomène physique qui a lieu, établir l'équation d'évolution de la charge q du condensateur $C_2$ en précisant le sens positif choisi pour le courant i passant dans l'inductance.

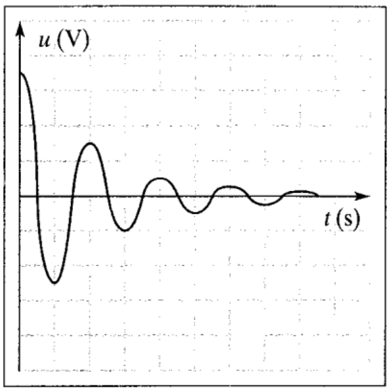
<u>2.b</u>- Montrer que dans le cas où R = 0 l'équation différentielle obtenue a une solution de la forme : q = Qcos ($\omega$t + $\varphi$). Préciser la valeur de $\varphi$, calculer les valeurs de Q et $\omega$. Exprimer l'intensité i = f(t) du courant. Comment est répartie l'énergie dans le circuit à la date t = 2,2 ms ?

**4** Un circuit série comprend une bobine d'inductance $\mathscr{L}$ et de résistance R, et un condensateur de capacité C.

La figure représente la visualisation sur l'écran d'un oscilloscope, de la tension u en fonction du temps t

aux bornes du condensateur au cours de la décharge de celui-ci dans le circuit :

- sensibilité horizontale : 100 $\mu$s/div
- sensibilité verticale : 2 V/div




1) Déterminer la période et la fréquence des oscillations électriques pseudo-périodiques.

2) Quelle est la cause de l'amortissement des oscillations ?

3) On admet que l'amortissement ne modifie pas sensiblement la fréquence des oscillations.

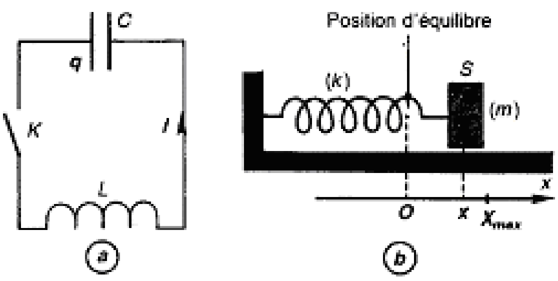
Calculer la capacité du condensateur si l'inductance de la bobine est $\mathscr{L}$ = 0,1 H.

4) Calculer l'énergie initiale $\mathscr{E}_e$ du condensateur.

Calculer l'énergie dissipée $\mathscr{E}_J$ par effet Joule lors de la première oscillation.

**5** On réalise le circuit de la figure ci-contre ; la bobine, de résistance négligeable, a une inductance L = 50 mH ; la capacité du condensateur vaut C = 5 $\mu$F.

1) On ferme l'interrupteur K Quel phénomène se produit dans le circuit ?




En utilisant le sens positif du courant de la figure a, établir l'équation différentielle liant la charge q de l'armature de gauche du condensateur à sa dérivée seconde par rapport au temps.

2) En déduire l'expression littérale de la période propre T. du circuit, ainsi que sa valeur numérique.

3) On réalise maintenant un pendule élastique horizontal en accrochant, à l'extrémité d'un ressort de raideur k, un solide S de masse m = 100 g, qui peut se déplacer sans frottement sur un support horizontal (fig. b).
On écarte le solide S d'une distance $X_{max}$ par r apport à sa position d'équilibre O et on le lâche sans vitesse à la date t = 0.

3.a- Soit x l'élongation, à l'instant t, du centre d'inertie G du solide S. Exprimer, à chaque instant, en fonction de k, m, x et $\frac{dx}{dt}$ , l'énergie cinétique $E_c$, l'énergie potentielle $E_p$ et l'énergie mécanique E du système ressort + solide S.

Que peut-on dire de E ? Pourquoi ?

3.b- À partir de l'étude énergétique ou de la relation $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{f}$, établir l'équation différentielle liant l'abscisse x de G à sa dérivée seconde par rapport au temps.

3.c- En déduire l'expression littérale de la période $T_0$ des oscillations du pendule.

Application numérique : k = 25 $N.m^{-1}$.

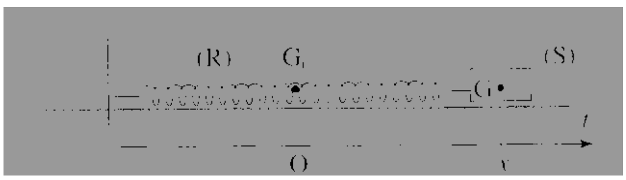
3.d- En comparant les équations qui régissent les deux systèmes étudiés, mettre en évidence une analogie entre les grandeurs mécaniques et électriques.
Préciser les grandeurs mécaniques correspondant, respectivement :
- à la charge q ;
- à la capacité C ;
- à l'intensité i du courant ;
- à l'inductance L de la bobine.

Utiliser cette analogie pour trouver l'expression de l'énergie E emmagasinée dans le circuit (L , C) à chaque instant.

# P12-OSCILLATIONS MECANIQUES

## 1 Oscillateur mécanique horizontal

Un oscillateur mécanique est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideur k dont une extrémité est fixée à un solide S de dimensions telles qu'il peut être assimilé à un solide ponctuel de masse m. L'autre extrémité du ressort est fixe (voir figure ci-contre).
**On donne : m = 100 g ; k = 40 $N.m^{-1}$**




Dans cette expérience, on néglige tous les frottements.

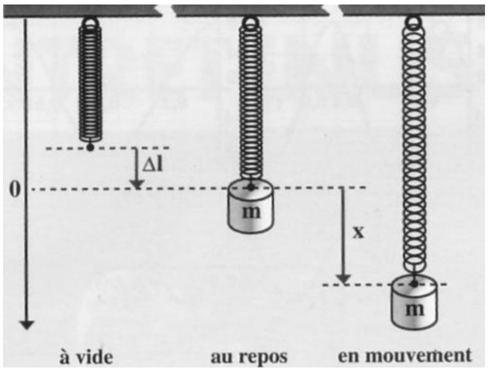
Le plan sur lequel se déplace le solide S est horizontal. La position du centre d'inertie G est donnée par le vecteur position $\vec{OG} = x\,\vec{i}$ .

L'origine du repère est choisie de telle sorte que lorsque l'oscillateur passe par sa position d'équilibre, on ait $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{0}$.

1) Indiquer sur un schéma les forces appliquées à S lorsque l'on a $\overrightarrow{OG} = x\,\overrightarrow{i}$, pour x différent de zéro.
2) Établir l'équation différentielle du mouvement de S.
Calculer la pulsation propre $\omega_0$ et la période propre $T_0$ de l'oscillateur.
3) Donner la forme générale de l'équation horaire du mouvement de S.
4) On écarte S de sa position d'équilibre d'une quantité $X_o = +3$ cm et on libère S sans vitesse initiale à une date prise comme origine des temps. Etablir l'équation horaire du mouvement de S.
5) Donner en fonction du temps les expressions numériques de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle élastique de cet oscillateur.
Vérifier que son énergie mécanique est constante.

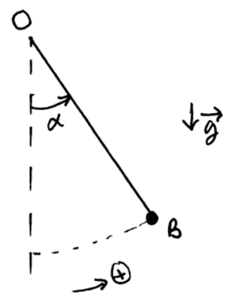
## 2 Oscillations mécaniques libres d'un pendule élastique vertical

Dans l'exercice on prendra comme valeur de l'accélération de la pesanteur $g = 10$ m.s$^{-2}$
Un oscillateur harmonique est constitué d'un ressort R de masse négligeable suspendu en un point fixe A et auquel est accroché un solide S de masse m = 200 g et d'inertie G.
1) La longueur à vide du ressort est $\ell_0 = 20$ cm. On accroche le solide S, le ressort s'allonge de 8 cm. Calculer la constante de raideur k du ressort.
2) On tire le solide S verticalement, vers le bas, en donnant un allongement supplémentaire de $X_0 = 1$ cm au ressort, puis on lâche le solide sans vitesse initiale. Il effectue alors des oscillations que l'on supposera non amorties de période $T_0$.
2.a- Etablir l'équation différentielle du mouvement.
2.b- Déterminer l'équation horaire x = f(t) en prenant comme origine des temps l'instant du lâcher et comme origine O des déplacements la position d'équilibre du ressort avec solide accroché. On choisira un axe Ox vertical orienté positivement vers le bas.
2.c- Calculer la période propre $T_0$ des oscillations.




## 3 Le pendule simple

On considère un pendule simple constitué d'un objet ponctuel B, de masse m, suspendu en un point O par un fil tendu sans raideur et sans masse, de longueur $\ell$ dans le champ de pesanteur terrestre supposé uniforme ; on considérera le référentiel terrestre comme galiléen.
On note $\alpha$ l'angle que fait le fil de suspension avec la verticale ; on étudie les mouvements dans le plan vertical de la figure ci-contre.



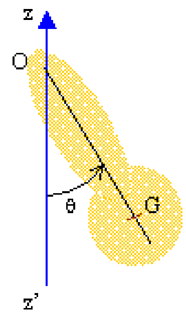

1) A quelle condition sur la durée de l'expérience le référentiel terrestre peut-il être considéré comme galiléen ?
2) Etablir l'équation différentielle du mouvement du point B, vérifiée par l'élongation angulaire $\alpha$ du pendule ?
3) A quelle condition le pendule sera-t-il considéré comme un oscillateur harmonique ?
Quelle est alors l'expression littérale de sa pulsation $\omega_0$ ?

## 4 Le pendule pesant

Il est constitué d'un solide de masse m et de centre de gravité G, mobile, sans frottement autour d'un axe horizontal $\Delta$, perpendiculaire au plan de la figure. Le moment d'inertie du solide par rapport à cet axe est $J_\Delta$.

1) Etablir l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$. Montrer que si $\theta$ reste petit, le pendule pesant peut être assimilé à un oscillateur harmonique de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mga}{J_\Delta}}$ où a = OG.

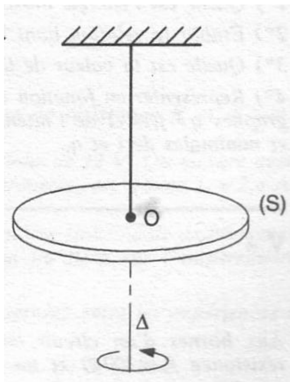
2) Déterminer la longueur L du pendule simple synchrone à ce pendule pesant.




OG = a

## 5 Le Pendule de torsion

On considère le dispositif représenté ci-dessous. Le fil vertical a pour constante de torsion $C = 4{,}50.10^{-4}$ N.m.rad$^{-1}$.




Il est lié au centre O du disque (S) horizontal, homogène, de moment d'inertie par rapport à l'axe $\Delta$, $J_\Delta = 3{,}8.10^{-3}$ kg.m$^2$.

A la date t = 0, le disque (S), en rotation autour de l'axe à passe à sa position d'équilibre, caractérisée par $\theta = 0$, avec la vitesse angulaire $\dot{\theta} = 3{,}50.10^{-1}$ rad.s$^{-1}$, dans le sens positif indiqué sur le schéma.

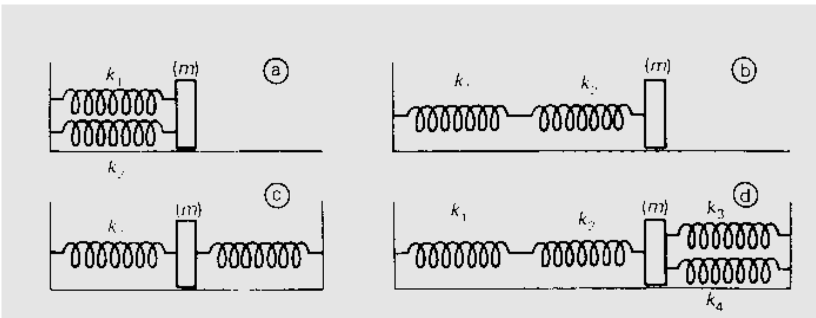
1) En négligeant tout frottement, établir l'équation différentielle du mouvement du disque (S).

2) En déduire l'équation horaire de ce mouvement.

3) Rechercher la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ du disque après une rotation de +3° à partir de la date t = 0.

## 6 Oscillateurs avec plusieurs ressorts.

Tous les ressorts représentés à la figure ci-dessous ont même longueur naturelle (à tension nulle) et ne sont pas allongés dans la position considérée. Leur constante de raideur est indiquée sur le schéma. On néglige tous les frottements.




Déterminer dans chaque cas la période des oscillation de la masse m et la constante de raideur du ressort équivalent (ressort unique qui provoquerait des oscillation de même période).

## 7 Oscillations avec un ou deux ressorts.

On dispose d'un ressort R, de masse négligeable et de raideur k. L'une des extrémités est fixée à un support rigide et à l'autre extrémité est suspendu un solide (S) de masse M = 0,1 kg.

On déplace le solide (S) verticalement vers le bas d'une longueur X.

1) Étudier le mouvement de (S) lorsqu'on le lâche sans vitesse initiale.

On mesure la durée de dix oscillations de (S), on trouve t = 2,98 s. Calculer la constante de raideur $k_1$.

2) Le ressort $R_1$ et le Solide (S) sont disposés sur un plan incliné comme l'indique la figure 1 ci-contre. On néglige tous les frottements. Calculer la période des oscillations du solide (S).

3) On associe au ressort $R_1$ un ressort $R_2$ comme l'indique la figure 2. Il est de masse négligeable et de constante de raideur $k_2$. À l'ensemble, on suspend le solide (S).

3.a- Le système étant à l'équilibre, donner l'expression des allongements $X_1$ et $X_2$ des 2 ressorts.

3.b- Déterminer, en fonction de $k_1$ et $k_2$ la raideur k du ressort équivalent qui, à l'équilibre, sous l'influence de (S) subirait l'allongement $X = X_1 + X_2$.

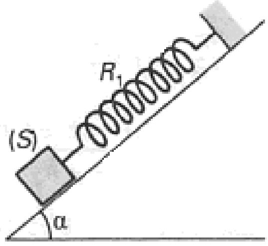


figure 1

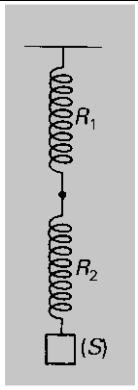


figure 2

4) On déplace (S) verticalement vers le bas et on le lâche.
Calculer la Période T' des oscillations du solide (S). Faire l'application numérique avec $k_2 = 20\ N.m^{-1}$.

## 8 Le pendule pesant

**Données** : $m = 200\ g$ ; $g = 10\ m.s^{-2}$ ; $L = 60\ cm$ ; $\alpha_0 = 9°$.

Une tige homogène OA, de masse m et de longueur L peut osciller sans frottement autour d'un axe (Δ), passant par son extrémité O.

1) Calculer le moment d'inertie $J_\Delta$ du pendule.

**Rappels** :

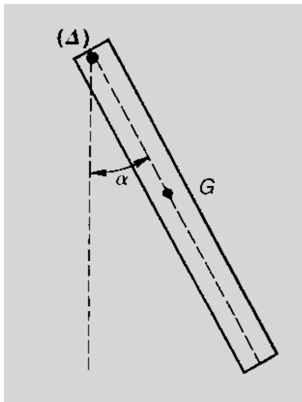
- Moment d'inertie d'une tige homogène de masse m et de longueur L par rapport à un axe passant par son centre d'inertie G :

$$J_G = \frac{1}{12} mL^2$$

- **Théorème de HUYGHENS** : Soit un solide homogène de centre d'inertie G. Son moment d'inertie par rapport à un axe (Δ) ne passant pas par G est donné par :

$$J_\Delta = J_G + md^2$$

L'axe passant par (Δ) et l'axe passant par G sont parallèles et distants de d.




2) On écarte le pendule d'un petit angle $\alpha_0$ ($\alpha_0 < 16°$) puis on l'abandonne sans vitesse initiale.

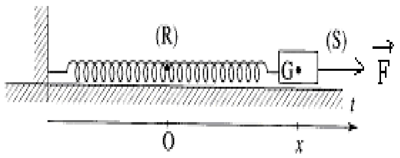
2.a- Etablir l'équation différentielle du mouvement du pendule.
2.b- Calculer la période propre $T_0$ et la pulsation propre $\omega_0$ de l'oscillateur.

3) En utilisant la méthode énergétique, retrouver l'équation différentielle du pendule.
4) calculer la longueur L du pendule simple synchrone à ce pendule pesant.

## 9 Oscillateur horizontal avec frottement fluide- Oscillations entretenues

Un ressort (R) à spires non jointives, parfaitement élastique et de masse négligeable, a une constante de raideur k. Il est relié à un solide (S) de masse m, à l'une de ses extrémités, l'autre est fixe. Les oscillations de (S) sont entretenues grâce à une force F horizontale telle que F = F.cos ($\omega$t + $\varphi$). Dans son mouvement, le solide (S) est soumis à une force de frottement fluide $\vec{F} = -\alpha\vec{V}$; $\vec{V}$ étant le vecteur vitesse du solide (S) en translation et $\alpha$ une constante positive appelée coefficient de frottement.

1) En utilisant le théorème du centre d'inertie, montrer que l'élongation x vérifie l'équation différentielle :




$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha\frac{dx}{dt} + kx = F_m.\cos(\omega t + \varphi).$$

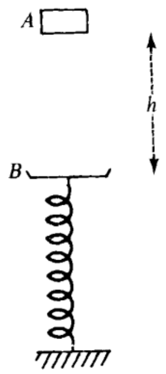
2) On prendra comme solution d'une telle équation $x = X_m\cos\omega t$. A l'aide de la construction de Fresnel, déterminer les expressions de $\tan\varphi$ et de $X_m$ en fonction de $F_m$, $\alpha$, $\omega$, k et m.

3)

3.a - Pour quelle valeur de $\omega$ notée $\omega_r$, a-t-on la résonance d'amplitude. (C'est-à-dire que l'amplitude $X_m$ est maximale).

3.b - Quelle condition doit vérifier $\alpha$ pour que $\omega_r$, existe ?
Calculer $\omega_r$, pour k = 150 $N.m^{-1}$ ; m = 500 grammes et $\alpha$ = 10 SI. **(Extrait BAC S1S3 2000)**

## 10 Choc mou sur une balance à ressort



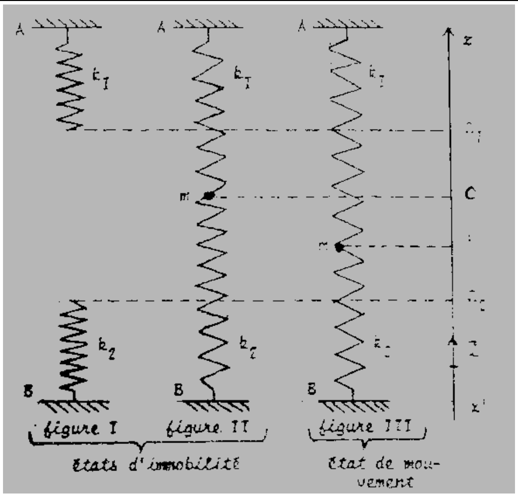

Un solide (A) de masse m, tombe d'une hauteur h, sur le plateau d'une balance à ressort.
La masse du plateau est M ; le ressort est à spires non jointives et a une constante de raideur k.
1) Exprimer la vitesse $V_0$ du système constitué par le solide (A) et le plateau juste après le choc.
2) Etablir l'équation différentielle du mouvement du système considéré après le choc.
3) Donner en fonction de k, m et M les expressions de la période propre $T_0$ et de la pulsation propre $\omega_0$ des oscillations.
4) L'équation du mouvement est de la forme : $x = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$.
On prendra comme instant initial l'instant du choc et la nouvelle position d'équilibre $X_0$
du plateau comme origine sur l'axe Ox vertical dirigé vers le has.
Donner en fonction de k, m, M, g et h l'expression de $X_m$ et $\tan\varphi$.

## 11 Oscillations verticales avec deux ressorts en série

__Données__ : **b = 3 cm ; m = 100 grammes ; $k_1$ = 10 $N.m^{-1}$ ; $k_2$ = 5 $N.m^{-1}$**

On dispose de deux ressorts de masses négligeables et de constantes de raideur $k_1$ et $k_1$.

On suspend le ressort n° 1 à un crochet A, et le ressort n°2 à un point B du sol. (figure 1), les ressorts gardent toujours la direction verticale.
Sur un axe vertical x'Ox dirigé vers le haut, on repère par $\Omega_1$ et $\Omega_2$ les positions des extrémités libres des ressorts n°1 et n°2 (les ressorts ne sont ni étirés, ni comprimés).
On accroche les extrémités libres des ressorts à une masse m supposée ponctuelle (fig. 2). On repère la position de la masse m, à l'équilibre par le point O sur l'axe x'Ox. On écarte, vers le haut, la masse m d'une longueur b.




A l'instant t = 0 on le lâche sans vitesse initiale.

On repère la position de la masse durant son mouvement à un instant t par le point M avec $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i}$ (fig. 3)

1) Trouver l'équation différentielle du mouvement de la masse m.

2) Trouver la solution de cette équation x(t) en fonction des paramètres b, $k_1$, $k_2$ et m.
Donner l'expression numérique de x en fonction de t.

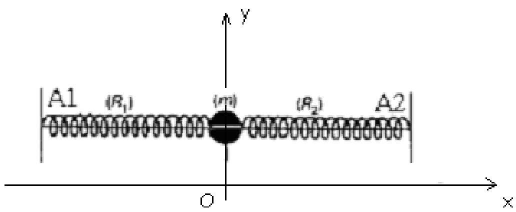
3) Calculer la période T des oscillations et la fréquence N.

4) Exprimer l'énergie potentielle de ce système à un instant t quelconque. On choisira l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur $E_p = 0$ pour M en O (x = 0).

5) Exprimer l'énergie cinétique du système à un instant t quelconque. En déduire l'énergie mécanique totale E. Que peut-on en dire ? (**Extrait BAC CE 92**)

## 12 Oscillations transversales et longitudinales avec deux ressorts

Un palet à coussin d'air, de masse m = 50 g mobile sur une table horizontale, est accroché à deux ressorts identiques $R_1$ et $R_2$, de masses négligeables tendus entre deux points $A_1$ et $A_2$ comme l'indique la figure ci-contre.
Les ressorts, de constantes de raideur $k_1 = k_1 = 7{,}2\ N.m^{-1}$ et de longueur à vide commune $\ell_0$ = 25 cm ont pour longueurs $\ell_1 = \ell_2$ = 30 cm lorsque le palet est à l'équilibre.
Les frottements sont supposés négligeables.




On écarte le palet de sa position d'équilibre de telle sorte que son centre d'inertie G se déplace dans la direction $A_1A_2$, vers $A_1$, de $\overline{OC}$ = -2 cm puis on l'abandonne, sans vitesse initiale à un instant qui sera choisi comme origine des dates.

1.a- Donner, à une date t quelconque, l'expression de l'allongement de chacun des ressorts en fonction de l'abscisse x de G.
1.b- Établir l'équation différentielle du mouvement de G.
1.c- Exprimer et calculer la pulsation et la période propre du mouvement.
1.d- Écrire l'équation horaire du mouvement de G.

2) On écarte le palet de sa position d'équilibre de telle sorte que son centre d'inertie se déplace, dans la direction de l'axe y'Oy perpendiculaire à $A_1A_2$, de $OG = y$ puis on l'abandonne sans vitesse initiale à un instant qui sera choisi comme origine des dates. Le palet se met alors à effectuer des oscillations longitudinales suivant l'axe y'Oy. On notera $\ell$ la longueur de chaque ressort pendant les oscillations.

2.a- Montrer que l'équation différentielle du mouvement longitudinal du palet est donnée par :

$$m\ddot{y} + 2k\left(1 - \frac{\ell_0}{\ell}\right)y = 0$$

L'oscillateur obtenu est-il harmonique ?

2.b- Montrer que dans le cas des petites oscillations (si $\frac{y}{\ell} \ll 1$), L'oscillateur peut être considéré comme harmonique. Donner, dans ce cas, l'expression de sa période propre $T_0$ et calculer sa valeur.

# P13-OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES EN regime sinusoidal:circuits (r,l,c) serie

**1** On donne deux tensions sinusoïdales, exprimées en volts

$u_1 = 3\cos(250t)$ ; $u_2 = 4\cos(250t + \varphi)$ avec $\varphi = -40°$.
Par une méthode graphique, déterminer la tension u telle que : $u = u_1 + u_2$

**2** La fréquence de la tension sinusoïdale délivrée par un générateur est f = 200 Hz. Calculer l'impédance des dipôles suivants, lorsqu'ils sont branchés à ses bornes :

1) un conducteur ohmique de résistance R = 23 Ω un condensateur de capacité C = 80 pF ;
2) une bobine d'inductance $\mathscr{L}$ = 34 mH et de résistance négligeable ;
3) bobine de résistance r = 40 Ω et d'inductance $\mathscr{L}$ = 34 mH.

**3** Un générateur maintient entre ses bornes une tension sinusoïdale dont la valeur efficace vaut U = 24 V. La fréquence de cette tension est f = 180 Hz.
On branche aux bornes du générateur une bobine de résistance r = 120 Ω et d'inductance $\mathscr{L}$ = 250 mH.
1) Faire la construction de Fresnel relative à ce circuit.
2) Calculer l'intensité efficace du courant passant dans la bobine.
3) Calculer la phase $\varphi$ de la tension par rapport à l'intensité.

**4** Un générateur maintient entre ses bornes une tension sinusoïdale de valeur efficace U = 12 V et de fréquence f = 50 Hz.
On branche à ses bornes un conducteur ohmique de résistance R = 85 Ω et un condensateur de capacité
C = 5 μF en série.
1) Faire la construction de Fresnel relative à cette association.
2) Calculer l'intensité efficace du courant.
3) Quelle est la phase de l'intensité par rapport à la tension ?
Déterminer la phase $\varphi$ de la tension par rapport à l'intensité.

**5** Une bobine, de résistance R et d'inductance $\mathscr{L}$, est soumise à une tension constante $U_1$ = 20 V.
L'intensité du courant vaut $I_1$ = 2,5 A.
On lui applique ensuite une tension $u = 18\sqrt{2}\cos(100\pi t)$. L'intensité efficace prend alors la valeur $I_2$ = 2 A.
Calculer les valeurs de $\mathscr{L}$ et R.

**6** Un dipôle (R, $\mathscr{L}$, C) série est constitué

- d'un conducteur ohmique de résistance R = 50 Ω ;
- d'une bobine d'inductance $\mathscr{L}$ = 45 mH et de résistance r = 10 Ω ;
- d'un condensateur de capacité C = 10 μF

On alimente ce dipôle par une tension sinusoïdale de tension efficace U = 6 V et de fréquence f = 100 Hz.

1) Faire la représentation de Fresnel relative à ce circuit.
2) Calculer l'impédance du circuit.
3) Calculer l'intensité efficace I du courant.
4) Calculer la tension efficace aux bornes de chaque composant.
5) Calculer la phase φ de la tension par rapport à l'intensité.

**7** Un dipôle possède les caractéristiques suivantes : R = 20 Ω ; $\mathscr{L}$ = 500 mH ; C = 100 μF.

Il est alimenté par un GBF qui délivre une tension alternative sinusoïdale de fréquence $f_0$, de valeur efficace U = 5,0 V, qui provoque la résonance du dipôle (R, $\mathscr{L}$, C).

1) Calculer $f_0$.
2) Calculer le facteur de qualité Q.
3) Déterminer l'énergie stockée dans le dipôle (R, $\mathscr{L}$, C).
4) Calculer l'énergie consommée par le dipôle (R, $\mathscr{L}$, C) pendant une durée t = 25 s.
5) Déterminer le facteur de puissance du circuit.

**8** On dispose de trois dipôles élémentaires (ou dipôles simples), de natures différentes et de caractéristiques inconnues.

1) Ils sont successivement alimentés par un générateur de tension sinusoïdale et de fréquence variable. A la fréquence f = 50 Hz, pour différentes valeurs de la tension, on mesure l'intensité du courant I qui parcourt chaque dipôle et on obtient les résultats consignés dans le tableau suivant :

| U(V) | | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I (mA) | Dipôle 1………………… | 0 | 19 | 42 | 58 | 72 | 100 |
| | Dipôle 2………………… | 0 | 19 | 42 | 58 | 72 | 100 |
| | Dipôle 3………………… | 0 | 19 | 42 | 58 | 72 | 100 |

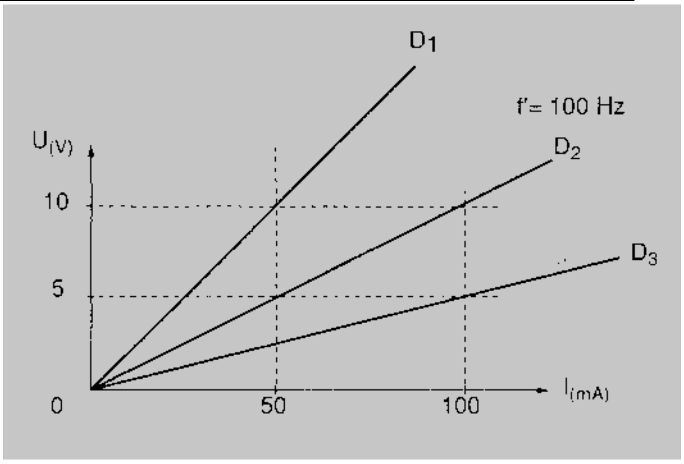
<u>1.a</u>- Représenter dans le même système d'axes, avec les unités de votre choix, U = f (I) pour les trois dipôles.

<u>1.b</u>- Calculer l'impédance de ces trois dipôles de nature différente. Que constatez-vous ?

2) Une seconde série de mesures réalisées à la fréquence f' = 100 Hz permet de construire les représentations graphiques suivantes :

2.a- Calculer l'impédance de chacun des dipôles à la fréquence f' = 100 Hz.

2.b- En analysant les résultats de la première série de mesures et ceux de la seconde, identifier la nature de chacun dipôles élémentaires D1, D2 et D3.
Calculer pour chacun d'eux, la grandeur qui le caractérise.




3) Par un montage approprié, on veut mettre en évidence phénomène de résonance électrique.

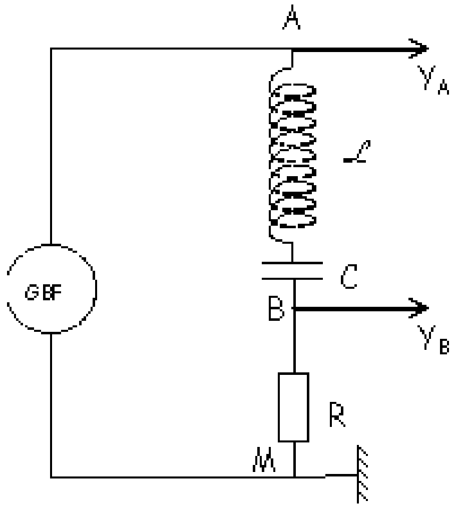
3.a- Faire le schéma de ce montage.

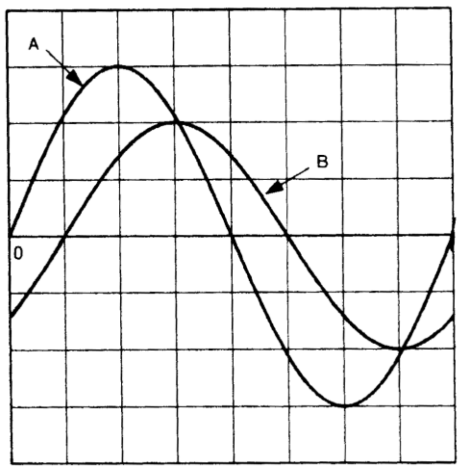
3.b- Représenter, à la résonance, l'allure des courbes u = f(t) ; et i = f(t) telles qu'on pourrait les observer sur l'écran d'un oscillographe à deux voies branché convenablement.

3.c- Calculer la fréquence de résonance.

$\boxed{9}$ Un GBF délivre une tension sinusoïdale de fréquence f aux bornes d'un dipôle comprenant en série :

- Une inductance pure $\mathscr{L}$ = 1,0 H ;
- Un condensateur C ;
- Un conducteur ohmique de résistance totale R.




La figure ci-dessus représente ce qu'on observe sur l'écran de l'oscilloscope avec les réglages suivants :

- Sensibilités verticales sur les deux voies : 5,0 V/division ;
- Balayage horizontal : 2,5 ms/division.

1) Déterminer la période T de la tension sinusoïdale u(t) délivrée par le G.B.F. En déduire la fréquence f et la pulsation ω correspondantes.

2) A t = 0, le spot de la voie A est en O. Quelle est l'expression de u(t) ?

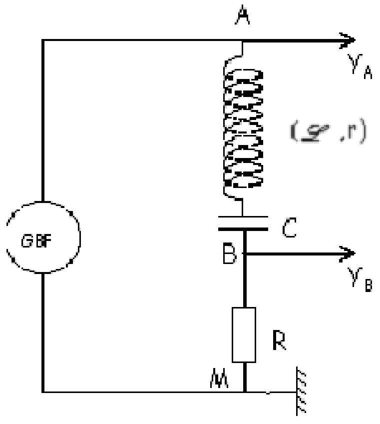
3) Déterminer les valeurs numériques de la tension efficace U aux bornes du dipôle et de l'intensité efficace I du courant.

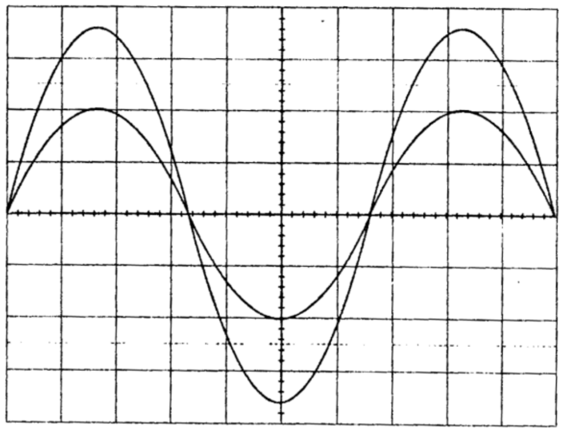
4) Déterminer le déphasage φ entre u(t) et i(t). En déduire l'expression de i(t).

5) A l'aide de la construction de Fresnel, déterminer la relation donnant tanφ en fonction des paramètres du circuit. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

$\boxed{10}$ Un GBF délivre une tension sinusoïdale de fréquence f aux bornes d'un dipôle comprenant en série :

- Une bobine d'inductance $\mathscr{L}$ et de résistance r ;
- Un condensateur C = 100 nF ;
- Un conducteur ohmique de résistance totale R = 10 Ω.



La figure ci-dessus représente ce qu'on observe sur l'écran de l'oscilloscope avec les réglages suivants :
- Sensibilités verticales sur les deux voies : 0,5 V/division ;
- Balayage horizontal : 0,1 ms/division.

1) Déterminer la période T de la tension sinusoïdale u(t) délivrée par le G.B.F. En déduire la fréquence f et la pulsation $\omega$ correspondantes.

2) Déterminer les valeurs maximales de la tension $U_m$ aux bornes du dipôle et de la tension $U_{Rm}$ aux bornes du résistor. En déduire la valeur maximale $I_m$ de l'intensité du courant.

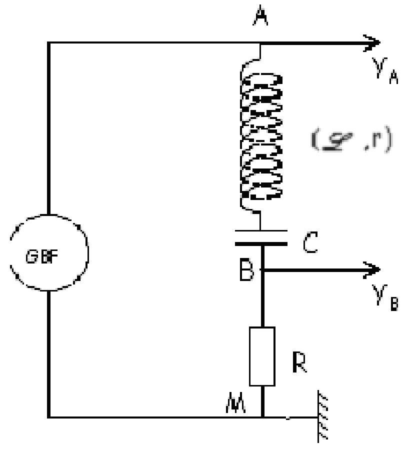
3) Déterminer le déphasage $\varphi$ entre u(t) et i(t). Dans quel état se trouve le circuit ?

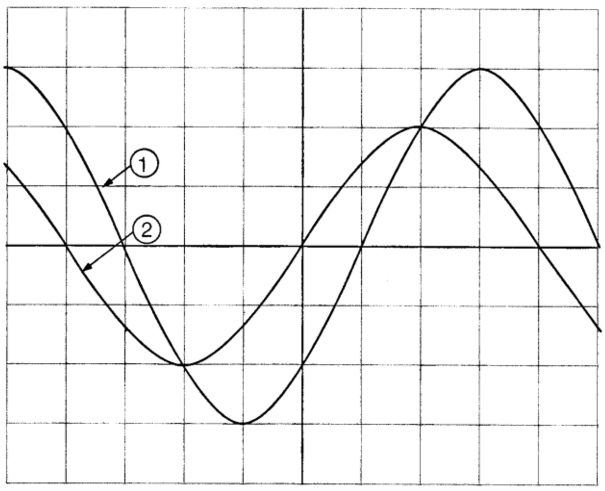
4) Etablir la relation entre $U_m$ et $U_{Rm}$ faisant intervenir R et r. Déterminer r.

5) Rappeler la relation donnant la fréquence des oscillations en fonction de $\mathscr{L}$, la pulsation et C dans le cas particulier envisagé. Que vaut $\mathscr{L}$ ?

$\boxed{11}$ Un GBF délivre une tension sinusoïdale de fréquence f aux bornes d'un dipôle comprenant en série :

- Une inductance pure $\mathscr{L}$ = 1,0 H et de résistance r = 8,5 ohm ;
- Un condensateur de capacité C ;
- Un conducteur ohmique de résistance $R_0$ = 100 ohm.




La figure ci-dessus représente ce qu'on observe sur l'écran de l'oscilloscope avec les réglages suivants :

- Sensibilités verticales sur les deux voies : 2,0 V/division ;
- Balayage horizontal : 2 ms/division.

1) Déterminer la période T de la tension sinusoïdale u(t) délivrée par le G.B.F. En déduire la fréquence f et la pulsation $\omega$ correspondantes.

2) Déterminer les valeurs maximales $U_m$ de la tension aux bornes du dipôle et de l'intensité $I_m$ du courant.

3) On pose $i(t) = I_m\cos(\omega t)$ et $u(t) = U_m\cos(\omega t+\varphi)$. Déterminer le déphasage $\varphi$ entre u(t) et i(t). Quel est son signe ?

4) A l'aide de la construction de Fresnel, déterminer la relation donnant $\tan\varphi$ en fonction des paramètres du circuit. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

$\boxed{12}$ Un générateur basse fréquence (GBF) délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace constante

U = 10,0 V, est utilisé pour alimenter un conducteur ohmique de résistance R = 100 $\Omega$, un condensateur de capacité C = 0,5 $\mu$F et une bobine de résistance $R_b$ = 100 $\Omega$ et d'inductance $\mathscr{L}$ = 50 mH.
Ces trois dipôles étant montés en série :

1) Pour la fréquence f = $f_1$ = 318 Hz du GBF, calculer :

1.a- L'impédance Z du montage.

1.b- La valeur efficace $I_1$ du courant i (t) débité par le GBF.

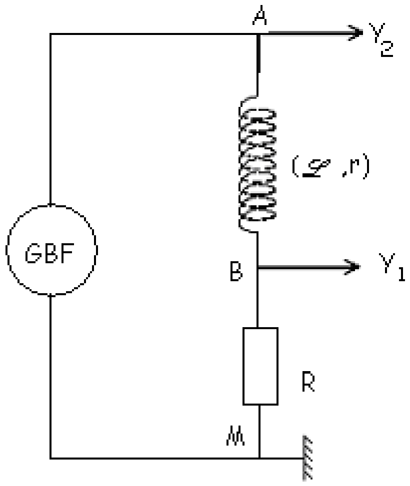
1.c- La puissance $P_1$ consommée par le montage.

1.d- La phase $\varphi$ de la tension u (t) délivrée par le GBF par rapport au courant i(t) qu'il débite. Préciser laquelle de ces deux grandeurs (tension ou courant) est en avance sur l'autre.

2) Pour la fréquence $f_1$, tracer à l'échelle le diagramme de Fresnel du montage en utilisant les résultats des questions précédentes.

3) Calculer la valeur $f_0$ de la fréquence propre du montage. Que deviennent les différentes valeurs calculées à la question 1) si on alimente le montage avec la fréquence f ? Comment s'appelle le phénomène particulier qui se produit quand f = $f_0$ ?
**(Extrait Bac S2 1999)**

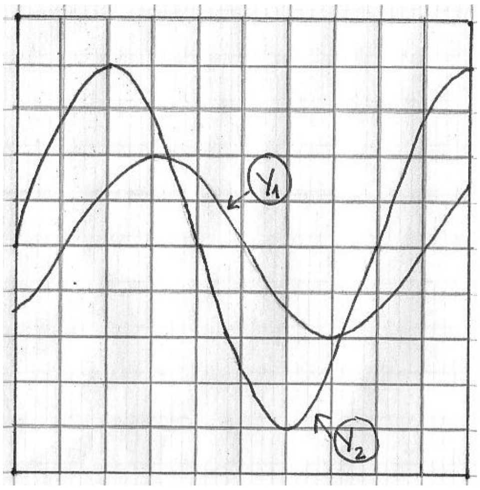
**13** Un dipôle D, comprend, en série, une bobine d'inductance $\mathcal{L}$ et de résistance r, un résistor de résistance R = 20 Ω. On applique aux bornes de cette association une tension sinusoïdale $u = U_m \cos \omega t$. Grâce à un oscillographe on observe les courbes de la figure (1).
Le balayage est réglé à 2,5. $10^{-3}$ s/cm et la sensibilité des voies (1) et (2) est de 1 V/cm.

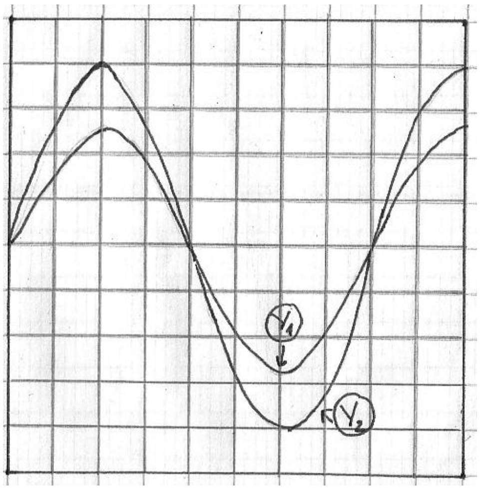



1) A partir des courbes, déterminer la période (T), la pulsation (ω) et la fréquence (N) de la tension sinusoïdale.

2) Déterminer l'amplitude ($U_{max}$) de la tension aux bornes du dipôle D et l'intensité maximale ($I_{max}$) du courant traversant l'association.

3) Déterminer la différence de phase entre la tension aux bornes du dipôle D et le courant qui le traverse.




4) Déterminer les valeurs de l'impédance Z, du dipôle D, de r et de $\mathcal{L}$ de la bobine inductive.
5) On insère dans le circuit précédent, et en série, un condensateur de capacité C = 112 μF. On observe sur l'écran de l'oscillographe les courbes de la figure (2). Les réglages du balayage et des sensibilités verticales ne sont pas modifiés.

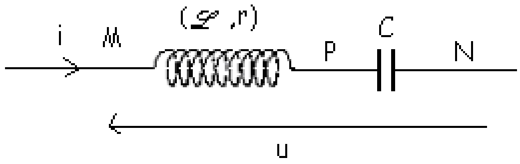
5.a – Préciser l'état de fonctionnement du nouveau circuit. Quel est le nouveau déphasage entre le courant et la tension aux bornes de ce circuit ?
5.b - L'état de fonctionnement de ce circuit est-il compatible avec la valeur de l'impédance Z trouvée à la question 4 ?
5.c - À partir grandeurs visualisées, dans la figure 2, retrouver la valeur de la résistance (r) de la bobine. **(Extrait Bac S2 2000)**

**14** Une portion de circuit MN comprenant en série une bobine de résistance r et d'auto-inductance $\mathcal{L}$ et un condensateur de capacité C, est soumise à une tension $u = 10\sqrt{2}\cos(2500t)$. On mesure les valeurs efficaces ci dessous :

I = 150 mA ; $U_{MP}$ = 19 V ; $U_{PN}$ = 12 V.

1) Faire la construction de Fresnel en prenant l'échelle suivante : 1 cm pour 2 volts.

2) Déterminer graphiquement l'avance algébrique de phase de u par rapport à l'intensité instantanée i. Donner l'expression de i en fonction du temps.

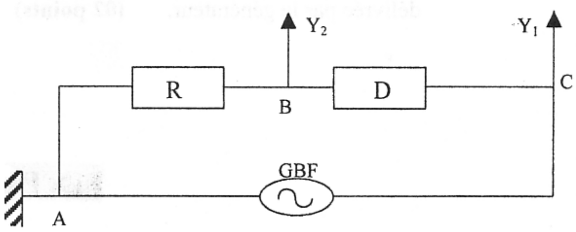



3) Donner les expressions des tensions instantanées $U_{MP}$ et $U_{PN}$ en fonction du temps.

4) Calculer la puissance moyenne consommée par le dipôle MN. **(Extrait Bac S1S3 1998)**

**15** On considère un dipôle D pouvant être un conducteur ohmique, une bobine de résistance r et d'inductance $\mathscr{L}$ ou un condensateur.

Pour déterminer sa nature, on réalise le montage ci-contre.



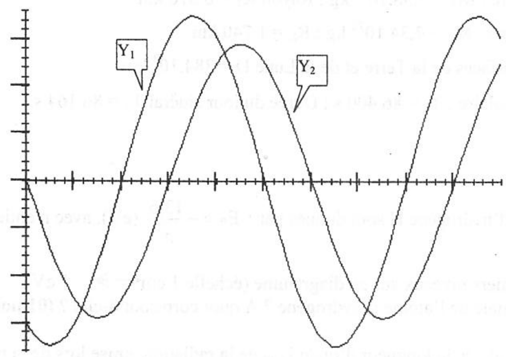

- le générateur B.F. délivre une tension alternative sinusoïdale u(t) de fréquence N.

- La résistance du conducteur ohmique est R = 205 Ω.

- L'oscilloscope bicourbe, branché comme indiqué sur le schéma, possède les réglages suivants :

1) On observe sur l'écran de l'oscilloscope les courbes ci-contre.

- balayage horizontal : 3 $ms.cm^{-1}$
- sensibilité verticale de la voie $Y_1$ : 20 $V.cm^{-1}$
- sensibilité verticale de la voie $Y_2$ : 10 $V.cm^{-1}$




1.a - Montrer que le dipôle D est une bobine résistive, Déterminer ses caractéristiques r et $\mathscr{L}$.

1.b - Etablir les expressions de l'intensité instantanée i(t) du courant et de la tension instantanée u(t) délivrée par le générateur.

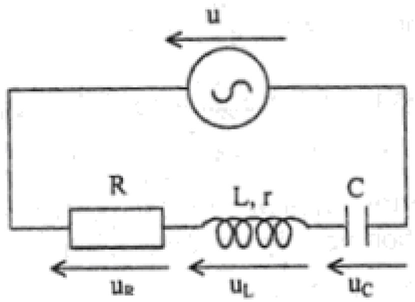
2) La bobine précédente est montée en série avec un conducteur ohmique de résistance R' = 340 Ω et un condensateur de capacité C. L'ensemble est soumis à une tension sinusoïdale de valeur efficace U' = 220 V délivrée par un générateur basse fréquence réglée à la fréquence N' = 50,5 Hz.

2.a - Quelle doit être la valeur de la capacité C pour que le courant i'(t) parcourant le circuit soit en avance de phase de $\frac{\pi}{6}$ sur la tension u'(t) délivrée par le générateur ?

2.b - Etablir les expressions de l'intensité instantanée i(t) du courant et de la tension instantanée u'(t) délivrée par le générateur. **(Extrait Bac S1S3 2001)**

**16** Soit un dipôle R, $\mathscr{L}$, C série formé d'un résistor de résistance R, d'une bobine d'inductance $\mathscr{L}$ et de résistance r = 17,65 Ω et d'un condensateur de capacité C.

Il est relié aux bornes d'un générateur qui délivre une tension sinusoïdale de valeur efficace constante U = 1 V. La fréquence f de cette tension est réglable. Le dipôle est parcouru par un courant d'intensité efficace I. (voir figure)




1) Etablir l'équation différentielle qui fournit la valeur instantanée u(t) aux bornes du dipôle en fonction de R, r, $\mathscr{L}$, C et de la fréquence. En déduire l'expression de l'intensité efficace I en fonction de f.

2) L'expérience donne le tableau de mesure de l'intensité efficace en fonction de la fréquence, soit :

| i(mA) | 1 | 1,8 | 4,3 | 7,2 | 8,5 | 7,2 | 4,7 | 3,2 | 2,4 | 1,5 | 1 | 0,7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(Hz) | 160 | 180 | 200 | 210 | 215 | 220 | 230 | 240 | 250 | 270 | 300 | 350 |

Tracer la courbe I = g (f). <u>**Echelles**</u> : 2 cm ↔ 1 mA ; 1 cm ↔ 20 Hz

3) Indiquer la fréquence de résonance $f_o$ et l'intensité $I_o$ correspondante. En déduire R.

4) A la résonance d'intensité la tension efficace $U_c$ aux bornes du condensateur est donnée par $U_c$ = Q.U où Q est le facteur de qualité du circuit et U la tension efficace aux bornes du circuit. En déduire les deux expressions de Q, l'une en fonction de $\mathscr{L}$, l'autre en fonction de C. Pourquoi l'appelle-t-on facteur de surtension ?

Déduire de la courbe les valeurs $f_1$ et $f_2$ des fréquences qui limitent la bande passante usuelle.

5) En admettant que $|f_2 - f_1| = \dfrac{f_o}{Q}$. Calculer $\mathscr{L}$ et C pour ce circuit. **(Extrait Bac S2 2000)**

**17** <u>**On donne**</u> : $\mu_0 = 4\,\pi.10^{-7}$ S.I.

On applique aux bornes d'une bobine de résistance r et d'inductance $\mathscr{L}$ une tension $u(t) = 220\sqrt{2}\cos(2\pi ft)$ de fréquence f variable. On mesure à l'aide d'un ampèremètre à aiguille, l'intensité efficace I du courant électrique qui traverse la bobine pour différentes valeurs de f.

On obtient les résultats groupés dans le tableau ci – dessous :

| f (Hz) | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 | 550 | 600 | 650 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I (A) | 2,10 | 1,80 | 1,60 | 1,37 | 1,18 | 1,03 | 0,91 | 0,81 | 0,73 | 0,67 | 0,61 | 0,56 | 0,52 |
| Z (Ω) | | | | | | | | | | | | | |
| $Z^2$ ($10^4$ $\Omega^2$) | | | | | | | | | | | | | |

Z désigne l'impédance de la bobine.

1) Compléter le tableau et tracer le graphe $Z^2 = g(f^2)$

2) Donner sans démonstration l'expression de l'impédance Z d'une bobine de résistance r et de coefficient d'auto-inductance $\mathscr{L}$.

3) Déduire du graphe les caractéristiques r et $\mathscr{L}$ de la bobine.

4) Rappeler la définition du coefficient d'auto-inductance $\mathscr{L}$.

5) La bobine de longueur $\ell$ = 30 cm comporte N = 1743 spires. Le diamètre d'une spire est D = 10 cm. Etablir l'expression de L en fonction de $\ell$, N et D. Calculer $\mathscr{L}$.

6) La bobine de résistance r = 100 Ω, de coefficient d'auto inductance $\mathscr{L}$ = 0, 1 H est branchée en série avec un conducteur ohmique de résistance R = 65,6 Ω et un condensateur de capacité C = 10 μF.

<u>6.a</u> - Calculer le déphasage φ de l'intensité i du courant par rapport à la tension aux bornes de l'association dans le cas où $u(t) = 220\sqrt{2}\cos(100\pi t)$. Faire le diagramme de Fresnel.

6.b -Donner l'expression de la tension aux bornes de la bobine en fonction du temps.

**(Extrait Bac S1S3 2003)**

**18** Un dipôle (AM) est constitué par l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R, d'un condensateur de capacité C variable et d'une bobine d'inductance $\mathscr{L}$ e t de résistance r = 25,8 Ω. Le dipôle est alimenté par une tension alternative sinusoïdale u(t). On choisit l'origine des temps telle que :

$$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t) \text{ et } u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi).$$

1) Exprimer u(t) en fonction i, $\frac{di}{dt}$ et $\int idt$ et montrer que u ( t) peut se mettre sous la forme :

$$u(t) = \alpha\cos(\omega t) + \beta\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \gamma\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

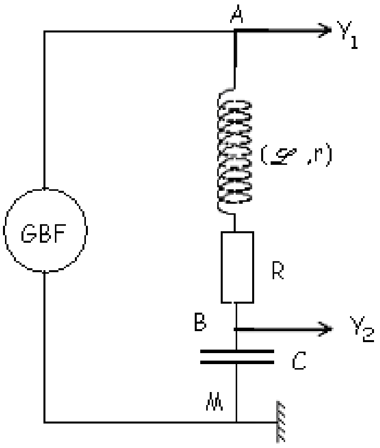
où $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ sont des constantes que l'on explicitera.

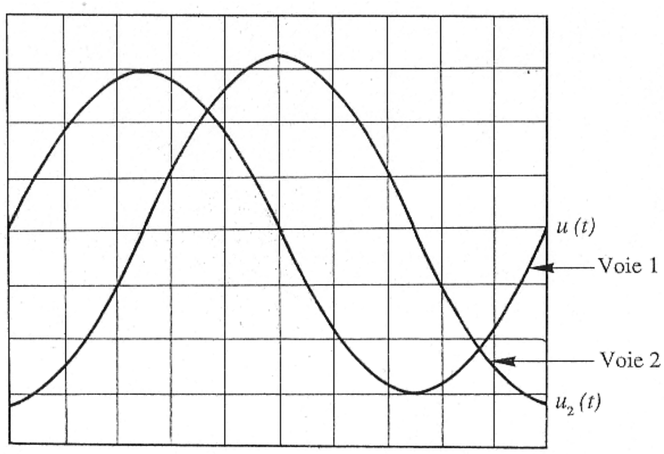
2) - Etablir les expressions des valeurs efficaces I de l'intensité du courant et $U_C$ de la tension aux bornes du condensateur en fonction de R, r, $\mathscr{L}$, C, ω et U.

- Donner l'expression de tanφ où φ est la phase entre la tension u(t) et l'intensité i(t) du courant.

3) Un oscilloscope bicourbe permet de visualiser les tensions $u_{AM}$ = u(t) et $u_{BM}$ = $u_C$(t).
Pour une valeur particulière $C_0$ de la capacité du condensateur, on obtient l'oscillogramme suivant avec les réglages :

- balayage horizontal : 2 ms/division
- sensibilités verticales : voie $Y_1$ : 5 V/ division ; voie $Y_2$ : 20 V / division.




3.a - Donner l'expression littérale puis numérique de $u_C$ en fonction du temps.

3.b - Déterminer la phase Φ entre u(t) et $u_C$(t). En déduire la valeur de phase φ entre la tension u(t) et l'intensité i(t).

3.c - Déterminer la valeur de l'inductance $\mathscr{L}$ de la bobine sachant que C = 10,1 μF.

3.d- Calculer la valeur $I_0$ de l'intensité efficace du courant. En déduire la valeur de la résistance R.

13 **Oscillations d'une molécule diatomique**

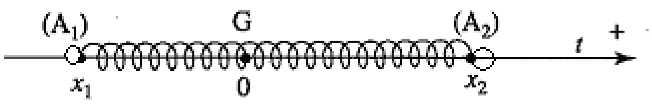
**Données :**

- masses molaires atomiques en $g.mol^{-1}$ : $M_c = 12$ ; $M_O = 16$.
- nombre d'Avogadro : $N_A = 6{,}02.10^{23}\ mol^{-1}$
- vitesse de la lumière dans l'air : $c = 3{,}00.10^{8}\ m.s^{-1}$.

Il s'agit, dans cet exercice, d'étudier les vibrations longitudinales de la molécule de monoxyde de carbone (CO). On la modélisera par un système à deux corps reliés par un ressort élastique et on montrera que les oscillations harmoniques dépendent des caractéristiques de la molécule.

Deux corps ponctuels ($A_1$) et ($A_2$) de masses respectives $m_1$ et $m_2$ sont reliés par un ressort élastique à spires non jointives de constante de raideur k, de masse négligeable et de longueur à vide $\ell_0$ .
Les deux corps sont mobiles sur une tige fixe horizontale.

On repère leurs positions par leurs abscisses $x_1 = \overline{GA_1}$ et $x_2 = \overline{GA_2}$, G étant le centre de masse de ce système. Les frottements sont négligeables.
À t = 0 on écarte ces 2 corps ponctuels de leurs positions d'équilibre et on les lâche sans vitesse initiale.




1) On pose $x = x_2 - x_1$.
Etablir l'équation différentielle vérifiée par y.
2) Exprimer la période T avec laquelle les corps $A_1$ et $A_2$ oscillent l'un par rapport à l'autre en fonction de k, $m_1$ et $m_2$.
3) Le système précédent modélise les vitesses longitudinales de la molécule de monoxyde de carbone CO.
La longueur d'onde associée à la fréquence propre $\nu$ de ces vibrations est $\lambda = 4{,}60\ \mu m$.
3.a- Déterminer cette fréquence propre. Faire l'application numérique.
3.b- Déterminer la constante de raideur k associée à la liaison carbone-oxygène de cette molécule. Faire l'application numérique.

# P14- INTERFERENCES LUMINEUSES

1 **Question de cours**

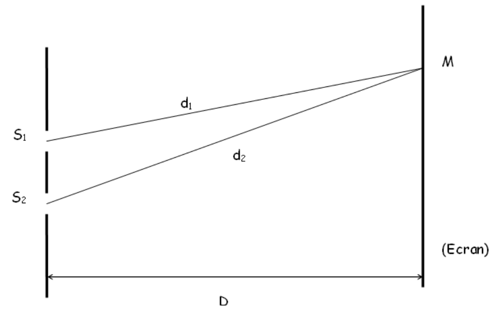
1) Donner les conditions d'interférences constructives et destructives en un point du champ d'interférence.
2) Les franges d'interférence sont-elles équidistantes ?
3) Citer quelques dispositifs interférentiels.
4) Dans un phénomène d'interférence, qu'appelle t-on interfrange ?
5) Peut-on obtenir des interférences lumineuses avec des faisceaux provenant de deux lampes de poche ?

2 **Ordre d'interférence**

En un point M d'un champ d'interférence, la différence de marche entre les deux faisceaux qui interfèrent est : $\delta_M = 10\ \mu m$. La source de lumière est m diode $\lambda = 670$ mn.
Quel est l'ordre d'interférence en ce point ?
Qu'observe-t-on ?

**3 Différence de marche**

Deux sources lumineuses issues des points $S_1$ et $S_2$ interfèrent au point M distant de $d_1$ et $d_2$ de ces sources.
On pose $\delta = d_2 - d_1$.
La longueur d'onde de la lumière est $\lambda = 600$ nm.
Lorsque $\delta = 0$, il y a une frange brillante d'ordre zéro.
Calculer $\delta$ pour la dixième frange brillante.




**4 Trous d'Young**

On réalise des interférences optiques avec le dispositif des trous de Young. Les ondes lumineuses émises par les sources secondaires $S_1$ et $S_2$ ont une fréquence $\nu = 5{,}093.10^{14}$ Hz.
En un point M du champ d'interférences la différence de marche $\delta = 5{,}89$ µm.
1) Calculer la longueur d'onde $\lambda$ de la lumière émise.
2) Les ondes arrivent-elles en M en phase ou en opposition de phase ?

**5 Différence de marche**

On observe une frange brillante d'ordre k = 4 dans le champ d'interférences obtenues avec un laser Ne-He ( $\lambda$= 633 nm) et des fentes d'Young.
1) Quelle est la différence de marche $\delta$ des faisceaux qui produisent par interférence cette frange ?
2) Même question pour une frange sombre d'ordre égal à $\frac{7}{2}$ .

**6 Détermination d'une longueur d'onde**

__Données__ : $S_1S_2 = a = 2$ mm ; d = 50 cm ; i = 0,34 mm ; i' = 0,49 mm.

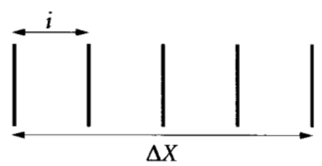
On réalise une expérience d'interférences lumineuses avec des fentes d'Young qui jouent le rôle de deux sources synchrones $S_1$ et $S_2$ ; le faisceau incident est quasi-monochromatique, de longueur d'onde $\lambda$.
On mesure l'interfrange i sur un écran placé perpendiculairement à l'axe du système, à une distance D du dispositif puis on relève ensuite sa valeur i' alors que l'écran a été reculé d'une distance d.
1) Réaliser un schéma du montage.
2) Déterminer $\lambda$.

**7 Détermination d'une longueur d'onde**

1) Deux sources cohérentes et synchrones $S_1$ et $S_2$ émettent une lumière de longueur d'onde $\lambda$ = 625 nm.
Il y a interférences au point M tel que $d_2 - d_1 = 2{,}5.10^{-6}$ m.
Au point M les interférences sont-elles constructives ou destructives ?
2) Les sources émettent à présent toutes les radiations visibles de longueur d'onde $\lambda_1$ = 400 nm et $\lambda_2$ = 800 nm (visible).
Calculer les valeurs des longueurs d'onde qui permettent d'avoir au point M des interférences destructives.

**8 Fentes d'Young**

On réalise l'expérience des fentes d'Young avec un laser He-Ne ($\lambda$ = 633 nm). On observe les franges d'interférences sur un écran situé à une distance D = 3 m des fentes. La distance entre cinq franges noires successives vaut $\Delta X$ = 25 mm.



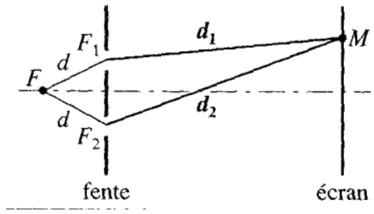

Si l'on remplace le laser He-Ne par une diode laser, sans rien modifier d'autre, on mesure maintenant

$\Delta X'$ = 27 mm entre cinq franges noires.

L'interfrange i est donné par : $i = \frac{\lambda D}{a}$ où a est l'écart entre les fentes.

1) Calculer l'écart a entre les fentes.
2) Quelle est la longueur d'onde émise par la diode laser ?

**9** Deux fentes $F_1$ et $F_2$ sont éclairées par une fente source lumineuse F en lumière monochromatique rouge de longueur d'onde $\lambda$ = 0,64 µm et se comportent comme deux sources synchrones et en phase. La figure d'interférences est observée sur un écran. On considère un point M de cet écran situé à la distance $d_1$ de $F_1$ et $d_2$ de $F_2$.
La source F est située à égale distance de $F_1$ et de $F_2$.




1) Les vibrations lumineuses issues des fentes $F_1$ et $F_2$ sont-elles cohérentes ? Sont-elles en phase ? (Justifier les réponses).
2) La vibration lumineuse émise par la fente $F_1$ arrive en M avec un certain retard. Exprimer ce retard en fonction de $d_1$ et de la vitesse c de la lumière dans l'air.

3) Même question pour la vibration lumineuse issue de la fente $F_2$.

4) En déduire à quelles conditions le point M sera sur une frange brillante ; sur une frange sombre.
Que peut-on dire des points M suivants :

- M est tel que $d_2 - d_1 = 0$
- M est tel que $d_2 - d_1$ = 3,20 µm
- M est tel que $d_2 - d_1$ = 2,24 µm.

**10** **Comparaison de longueurs d'onde**

Des franges d'interférence sont obtenues à l'aide de fentes d'Young et une source ordinaire de lumière blanche munie d'un filtre soit rouge, soit vert. A l'aide d'un micromètre, on détermine la valeur de l'interfrange i correspondant. Avec le filtre vert qui laisse passer des radiations autour de $\lambda$ = 550 nm, on mesure i = 0,32 mm. Puis on relève la valeur i' lorsque la source blanche est munie du filtre rouge sans modifier les caractéristiques géométriques du montage. On obtient i' = 0,38 mm.
Quelle est la valeur $\lambda'$ de la longueur d'onde sélectionnée par le filtre rouge ?

**11** **Interfrange dans l'expérience des fentes d'Young**

Dans le dispositif des fentes d'Young, éclairé par une radiation monochromatique $\lambda$, la distance entre sources est a = 0,5 mm et l'écran est à D = 1,5 m des fentes. Le centre de la frange brillante k = 4 est à $X_4$ = 7,6 mm de celui de la frange centrale. On admet que l'interfrange i s'exprime par : $i = \frac{\lambda}{\alpha}$ si $\alpha$ est l'angle sous lequel on voit les sources depuis le milieu de la frange centrale ; $\alpha$ doit être petit pour que cette expression soit valable.

1) Faire un schéma où l'on mettra en évidence l'angle $\alpha$. Exprimer $\alpha$ en fonction de a et D.
Cet angle est-il petit, c'est-à-dire inférieur à 10° pour que $\tan\alpha \approx \sin\alpha \approx \alpha$ (en rad) ?
Proposer alors une expression de l'interfrange i en fonction de a, $\lambda$ et D.
2) Déterminer la valeur de la longueur d'onde $\lambda$.

**12** **Fentes d'Young**

Deux fentes $F_1$ et $F_2$ distantes de a = 2 mm émettent de la lumière provenant d'une même fente source F.
Elles produisent un système d'interférences lumineuses sur un écran placé à la distance D = 2 m des fentes.
La lumière provenant de la source F contient deux radiations monochromatiques, de longueurs d'onde $\lambda_1 = 0,60\ \mu m$ et $\lambda_2 = 0,48\ \mu m$.
L'interfrange i (distance séparant les milieux de deux franges sombres ou de deux franges brillantes consécutives) est lié à $\lambda$ par la relation :

$$i = \lambda \frac{D}{a}$$

1) Représenter à l'échelle 5, sur une largeur de 15 cm :
   a) la figure d'interférences obtenue avec la radiation de longueur d'onde $\lambda_1$.
   b) la figure d'interférences obtenue avec la radiation de longueur d'onde $\lambda_2$.
   c) la figure d'interférences obtenue avec la lumière émise par la source F.
2) Qu'observerait-on si la source F émettait de la lumière blanche ?

Les interférences sont-elles constructives ou destructives en ce point ? (Justifier)

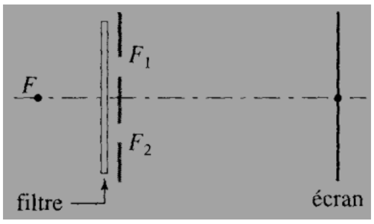
### 13 Interférences par des fentes d'Young

Des interférences lumineuses sont réalisées avec des fentes d'Young et une lampe à vapeur de mercure, émettant des radiations de longueurs d'onde $\lambda_1$ = 436 nm et $\lambda_2$ = 577 nm. Les fentes sont vues depuis la frange centrale sous l'angle $\alpha$ = 1 mrad.

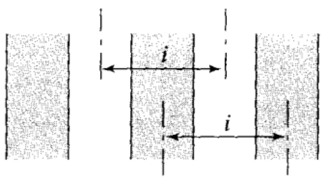
L'interfrange est donné par : $i = \frac{\lambda D}{a}$

1) Calculer les valeurs des interfranges pour les deux radiations.
2) Si l'on s'écarte de la frange centrale, pour quel ordre k observe-t-on une coïncidence entre les deux systèmes de franges ?

### 14 Fentes d'Young




On réalise des interférences lumineuses à l'aide des fentes d'Young.
Les fentes $F_1$ et $F_2$, sont distantes de a = 0,20 mm et les interférences sont observées sur un écran situé à la distance D = 1,0 m de ces fentes.
Des filtres permettent d'obtenir des radiations monochromatiques différentes.
Pour chaque radiation, on mesure la longueur correspondant à 6 interfranges i (i est la distance séparant le milieu de deux franges brillantes consécutives ou de deux franges sombres consécutives).




1) Pourquoi mesure-t-on la distance correspondant à 6 interfranges de préférence à celle mesurant 1 interfrange ?
2) On a obtenu les résultats suivants :

| $\lambda$ ($\mu$m) | 0,47 | 0,52 | 0,58 | 0,61 | 0,65 |
|---|---|---|---|---|---|
| couleur | | | | | |
| 6i (mm) | 14,1 | 15,6 | 17,4 | 18,3 | 19,5 |
| i (mm) | | | | | |

2.a- Compléter le tableau.
2.b- Tracer la courbe représentative de la fonction $i = f(\lambda)$.

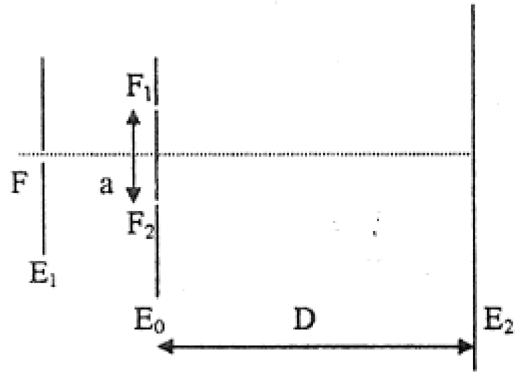
Echelles en abscisses : 1 cm ↔ 0,05 μm ; ordonnées : 1 cm ↔ 0,1 mm.

3) La relation $i = \lambda \frac{D}{a}$ est-elle en accord avec la courbe obtenue précédemment ?

Quelle serait la valeur de l'interfrange obtenu avec une radiation de longueur d'onde 0,50 μm ?

*Réponse partielle : 3) i = 2,5 mm.*

**15** Deux fentes fines parallèles, rectangulaires $F_1$ et $F_2$ sont percées dans un écran opaque, $E_o$ ; à une distance a = 0,5 mm l'une de l'autre.
On les éclaire grâce à une troisième fente F percée dans un écran $E_1$ derrière lequel est placée une lampe à vapeur de sodium.
$E_o$ est parallèle à $E_1$ et F est située à égale distance de $F_1$ et on place un écran $E_2$ parallèlement à $E_o$ à une distance D = 1,00 m de celui-ci. (figure ci-contre)




La longueur d'onde de la lumière émise par la lampe est $\lambda_o$ = 589 nm, les deux fentes $F_1$ et $F_2$ Se comportent comme deux sources cohérentes de lumière monochromatique. Les faisceaux de la lumière diffractée par $F_1$ et $F_2$ interfèrent et l'on observe sur l'écran $E_2$ des franges d'interférence.
Soit y l'ordonnée d'un point M de l'écran $E_2$ appartenant à la zone d'interférence, y étant comptée à partir d'un point O du centre de $E_2$.

1) Quel est le caractère de la lumière ainsi mis en évidence par le phénomène observé ?

2) Représenter qualitativement la figure observée sur l'écran $E_2$.
3) Expliciter, le sens des termes ou expressions suivants : écran opaque, source monochromatique, sources cohérentes et interfrange.
4) Sachant que la différence de marche entre 2 rayons provenant respectivement de $F_2$ et $F_1$, interférant en M, est donnée par la relation :

$$\delta = F_2M - F_1M = \frac{ay}{D}$$

Etablir l'expression de l'interfrange i en fonction de $\lambda_0$, D et a puis calculer i.
5) On remplace la source précédente par une source monochromatique dont la longueur d'onde est $\lambda_1$.
On observe sur l'écran $E_2$ que la distance entre la quatrième frange brillante et la septième frange sombre situées de part et d'autre de la frange centrale brillante est d = 10,29 mm.
Quelle est la valeur de la longueur d'onde $\lambda_1$ de la lumière émise par la source ? **(Extrait Bac S1S3 2002)**

# P15- EFFET PHOTO-ELECTRIQUE

**1** **Seuil photoélectrique.**

On éclaire une cellule photoélectrique dont la cathode est en césium avec une radiation de longueur d'onde λ = 495 nm, puis avec une radiation de longueur d'onde λ = 720 nm.
Le travail d'extraction d'un électron de césium est $W_o = 3.10^{-19}$ J.

1) Calculer la longueur d'onde $\lambda_0$ qui correspond au seuil photoélectrique.

2) Vérifier que l'émission photoélectrique n'existe qu'avec une seule des deux radiations précédentes.

**2 Vitesse d'émission des électrons.**

On éclaire une cellule photoélectrique à vide avec une lumière monochromatique. L'énergie d'extraction d'un électron du métal cathodique est $3.10^{-19}$ J. La longueur d'onde de la radiation est 0,600 $\mu$m.

1 ) Quelle est l'énergie cinétique maximale $E_{cmax}$ d'un électron émis ?
2) Quelle est la vitesse maximale $V_{max}$ d'un électron émis ?

**3 Travail d'extraction- détermination de la nature d'un métal**

Une surface métallique est éclairée par une lumière ultraviolette de longueur d'onde $\lambda$ = 0,150 $\mu$m. Elle émet des électrons dont l'énergie cinétique est égale à 4,85 eV.
1) Calculer le travail d'extraction $W_0$.
2) Quelle est la nature du métal ?

| métal | seuil photo-électrique $\lambda_0$ ($\mu$m) |
|---|---|
| Zn | 0,350 |
| Al | 0,365 |
| Na | 0,500 |
| K | 0,550 |
| Sr | 0,600 |
| Cs | 0,660 |

**4 Seuil photo-électrique-travail d'extraction-vitesse des électrons**

1) Décrire une cellule photoélectrique dite cellule photoémissive à vide.
Dessiner un schéma de montage à réaliser pour mettre en évidence l'effet photoélectrique en utilisant cette cellule.
2) La longueur d'onde correspondante au seuil photoélectrique d'une photocathode émissive au césium est $\lambda_0$ = 0,66 . $10^{-6}$ m.

2.a- Quelle est en joules et en eV l'énergie d'extraction $W_0$ d'un électron ?

2.b- La couche de césium reçoit une radiation monochromatique de longueur d'onde $\lambda$ = $0,44.10^{-6}$ m. Déterminer l'énergie cinétique maximale $E_c$ d'un électron émis au niveau de la cathode. L'exprimer en joules puis en eV.

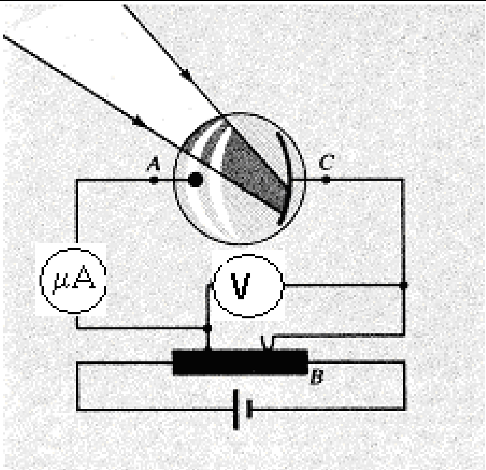
**5 Seuil photo-électrique-travail d'extraction-vitesse des électrons**

L'ensemble de deux radiations, l'une orange de longueur d'onde $\lambda_1$ = 0,60 $\mu$m, l'autre rouge de longueur d'onde $\lambda_2$ = 0,75 $\mu$m éclaire une cellule photoélectrique à vide à cathode de césium dont le seuil photoélectrique est $\lambda_0$ = 0,66 $\mu$m.

1 ) Faire un schéma du montage à réaliser pour mettre en évidence le courant photoélectrique. Expliquer.
2) Calculer en joule et en électronvolt l'énergie nécessaire à extraction d'un électron de la cathode.
3) L'effet photoélectrique va-t- il avoir lieu ? Les deux radiations sont-elles utiles ?
4) Calculer l'énergie cinétique maximale d'un électron expulsé par la cathode. En déduire sa vitesse maximale.

**6 Détermination expérimentale de la fréquence seuil et de la constante de Planck h**

On éclaire une cellule photo-électrique avec des radiations de longueur d'onde $\lambda$ et on détermine l'énergie cinétique maximale des électrons émis pour chaque valeur de $\lambda$. On obtient les résultats suivants :



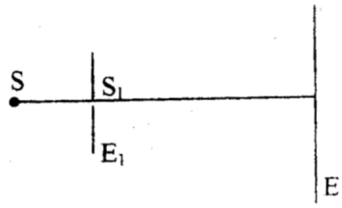

$\mu A$ : microampèremètre
$V$ : voltmètre mesurant $u_{AC}$
$B$ : potentiomètre permettant de donner à $u_{AC}$ des valeurs positives ou négatives

| $E_c$ ( $10^{-19}$ J) | 0,45 | 1,00 | 1,77 | 2,43 | 3,06 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\lambda$ ($10^{-6}$ m) | 0,500 | 0,430 | 0,375 | 0,330 | 0,300 |

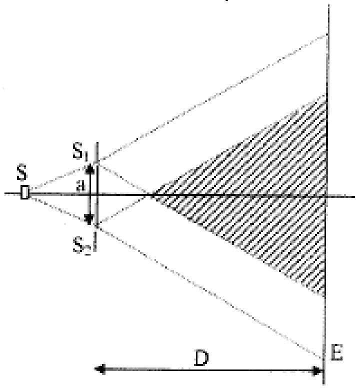
1) En choisissant une échelle convenable, tracer la graphe $E_c = f(\nu)$ où $\nu$ est la fréquence de la radiation monochromatique.
2) A partir du graphe, déterminer la fréquence seuil $\nu_0$ (que l'on définira) et la constante de Planck h.

## 7 Dualité onde-corpuscule

1) On réalise l'expérience représentée par la figure ci-contre.
S est une source lumineuse qui émet une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda$.
Si est un trou circulaire de diamètre $d_1 = \lambda$ percé sur l'écran $E_1$ et E est l'écran d'observation.




1.1- Quel phénomène se produit à la traversée de la lumière en $S_1$ ?
1.2- Recopier le schéma et dessiner le faisceau émergent de $S_1$. En déduire l'aspect de l'écran.
2) On perce un deuxième trou $S_2$ identique à $S_1$ sur l'écran $E_1$ et on réalise le dispositif schématisé sur la figure ci-contre.
Les traits en pointillés représentent les limites des faisceaux lumineux issus de S, $S_1$ et $S_2$.

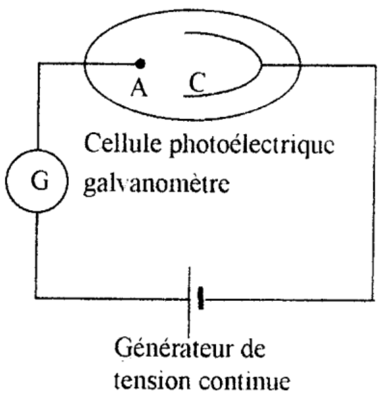



2.1- Décrire ce qu'on observe sur l'écran dans la zone hachurée. Quel est le nom du phénomène physique mis en évidence par cette expérience ?

2.2- A partir de cette expérience, justifier la nature ondulatoire. de la lumière.

2.3- La longueur occupée sur l'écran E par 10 interfranges est 1 = 5,85 mm. Calculer la longueur d'onde $\lambda$, de la lumière émise par la source S.
On donne : $a = S_1S_2$ = 2mm ; D = 2m

3- On réalise maintenant le dispositif de la figure ci-contre.




4.1- Le galvanomètre détecte-t-il le passage d'un courant si la cathode n'est pas éclairée ? Justifier votre réponse.

4.2- On éclaire la cathode C de la cellule par la lumière issue de la source S précédente. Le travail d'extraction du métal constituant la cathode est de $W_0$ = 1,9 eV.

4.2.a- Que se passe-t-il ? Interpréter le phénomène physique mis en évidence par cette expérience ? 4.2.b- Quel est le modèle de la lumière utilisée pour justifier cette observation ? Interpréter brièvement cette observation.

4.2.c- Evaluer la vitesse maximale des électrons émis de la cathode.

4.4- Expliquer brièvement la complémentarité des deux modèles de la lumière.

**Données** :

constante de Planck : h = $6,63.\ 10^{-34}$ J. s ; vitesse de la lumière dans le vide c = $3.10^{8}$ m/s

Charge élémentaire e = $1,6.10^{-19}$ C ; masse de l'électron $m_e = 9,1.10^{-31}$ kg

**(Extrait Bac S2 2003)**

# P16- NIVEAUX D'ENERGIE DE L'ATOME

**Données**

- constante de Planck : h = $6,62.10^{-34}$ j.s
- célérité de la lumière dans le vide : c = $3.10^{8}$ $m.s^{-1}$.
- masse de l'électron m = $9,1.10^{-31}$ kg
- charge élémentaire : e = $1,6.10^{-19}$ C.
- 1 eV = $1,6.10^{-19}$ J

**1** L'énergie de niveau n de l'atome d'hydrogène est donnée par $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$

$E_n$ en eV et n nombre entier non nul.

1) Quelle est l'énergie correspondant au niveau fondamental de l'atome ?
2) Une transition d'un niveau 4 à un niveau 2 peut-elle se faire par absorption ou par émission d'un photon ? Quelle est l'énergie du photon ?
3) Lorsque l'atome est dans son état fondamental, quelle est la plus grande longueur d'onde $\lambda$ des radiations qu'il peut absorber ? A quel domaine spectral appartient $\lambda$ ?
4) Quelle est l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène ?
5) On envoie sur des atomes d'hydrogène dans l'état fondamental différents photons, d'énergies respectives : 8,2 eV ; 10,2 eV ; 13,6 eV ; 14,6 eV.

Quels sont les photons pouvant être absorbés ?
Quel est l'état final du système ?

**2** Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène H sont donnés par :

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (eV), avec n entier non nul.}$$

1) Représenter les cinq premiers niveaux sur un diagramme (échelle 1 cm $\leftrightarrow$ 1 eV). Quelle est l'énergie minimale de l'atome d'hydrogène ? A quoi correspond-elle ?

2) Donner l'expression littérale de la longueur d'onde $\lambda_{p,m}$, de la radiation émise lors de la transition électronique du niveau n = p au niveau n = m en expliquant pourquoi on a p > m.

3) L'analyse du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène montre la présence des radiations de longueurs d'onde :

$H_\alpha$ = 656,28 nm, $H_\beta$ = 486,13 nm et $H_\gamma$ = 434,05 nm.

Ces radiations sont émises lorsque cet atome passe d'un état excité p > 2 à l'état n = 2.

3.a - Déterminer les valeurs correspondantes de p.

3.b - Balmer, en 1885, écrivait la loi de détermination de ces raies sous la forme : $\lambda = \lambda_0 \dfrac{p^2}{p^2 - 4}$

Retrouver cette loi et déterminer la valeur $\lambda_0$. **(Extrait Bac S1S3 2001)**

$\boxed{3}$ Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation : $E_n = -\dfrac{E_0}{n^2}$

avec $E_0$ = 13,6 eV et avec $n \in \mathbb{N}$

L'atome d'hydrogène est dans son état fondamental.

1) Déterminer l'énergie minimale nécessaire pour ioniser l'atome d'hydrogène. En déduire la longueur d'onde du seuil ($\lambda_0$) correspondante.

2)

2.a- Dire dans quel(s) cas la lumière de longueur d'onde $\lambda_i$ est capable

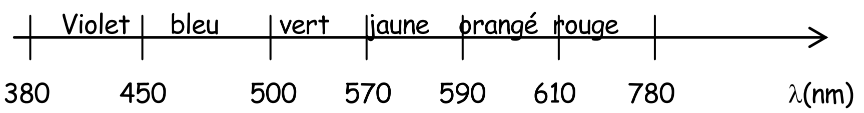
- d'ioniser l'atome d'hydrogène.

- d'exciter l'atome d'hydrogène sans l'ioniser.

2.b- Parmi les longueurs d'onde $\lambda_i$ suivantes lesquelles sont susceptibles d'ioniser l'atome ? en déduire l'énergie cinétique de l'électron éjecté : $\lambda_1$ = 88 nm ; $\lambda_2$ = 121 nm ; $\lambda_3$ = 146 nm

2.c- Quelles sont les longueurs d'onde absorbables par l'atome parmi les longueurs d'onde $\lambda_1$ , $\lambda_2$ et $\lambda_3$ ?

3) La lumière émise par certaines nébuleuses contenant beaucoup d'hydrogène gazeux chauffé mais à basse pression, est due à la transition électronique entre les niveaux 2 et 3. Déterminer la couleur d'une telle nébuleuse. On donne : **(Extrait Bac S2 1999)**




$\boxed{4}$ Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (eV), où n est un entier non nul.}$$

1) Evaluer, en nanomètre, les longueurs d'onde des radiations émises par l'atome d'hydrogène lors des transitions :

1.a- Du niveau d'énergie $E_3$ au niveau d'énergie $E_1$ (longueur d'onde : $\lambda_1$).

1.b- Du niveau d'énergie $E_2$ au niveau d'énergie $E_1$ (longueur d'onde $\lambda_2$).

1.c- Du niveau d'énergie $E_3$ au niveau d'énergie $E_2$ ; (longueur d'onde $\lambda$).

2) Une ampoule contenant de l'hydrogène est portée à la température de 2800° K. Les atomes sont initialement dans leur état fondamental. Une lumière constituée des 3 radiations de longueurs d'onde $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda$, traverse ce gaz.
Quelles sont les radiations absorbées par l'hydrogène contenu dans cette ampoule ? (Justifier).
3)

3.a-Montrer que pour une transition entre un état, de niveau d'énergie. $E_p$, et un autre, de niveau d'énergie inférieur $E_n$ (p > n), la relation donnant la longueur d'onde $\lambda$ de la radiation émise est :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$$

Dans cette relation, $R_H$ est une constante appelée constante de RYDBERG.

3.b - Calculer la valeur de la constante $R_H$.

4) La série de Lyman comprend les radiations émises par l'atome d'hydrogène excité ($n \geq 2$) lorsqu'il revient à son état fondamental. (n = 1).
Evaluer, en nm, l'écart $\Delta\lambda$ entre la plus grande et la plus petite longueur d'onde des raies de la série de Lyman. **(Extrait Bac S2 2002)**

# P17- REACTIONS NUCLEAIRES

## 1 Questions de cours

1) Définir le phénomène de la radioactivité.

2) Quelles sont les différentes catégories de particules émises par les corps radioactifs ?

3) Comment appelle-t-on le rayonnement électromagnétique émis par les corps radioactifs ?

4) Citer les nombres qui sont conservés au cours d'une réaction nucléaire.

5) Attribuer à chaque symbole le nom qui lui correspond : ${}^{1}_{0}n$, ${}^{0}_{-1}e$, ${}^{1}_{1}p$, $\bar{\nu}$, $\gamma$, ${}^{0}_{1}e$, $\nu$ ?

6) Donner la définition de l'activité d'un échantillon.

7) Qu'appelle-t-on période radioactive, ou demi-vie, d'un nucléide ?

8) Donner le nom et le symbole de l'unité d'activité.

9) Sous quelles formes est libérée l'énergie produite par une réaction nucléaire ?

10) Définir l'énergie de liaison par nucléon pour un noyau ${}^{A}_{Z}X$.

11) Qu'appelle-t-on fission nucléaire ?

Citer un exemple de noyau fissible.

12) Quel est le projectile utilise pour provoquer la fission d'un noyau d'uranium ?

13) Qu'est-ce qu'une réaction nucléaire en chaîne?

14) Qu'appelle-t-on fusion nucléaire ?

Donner un exemple de réaction de fusion.

15) Nommer un système qui est le siège de réactions de fusion.

**2** **Radioactivité $\alpha$**

1) Quels sont les nom et symbole de la particule expulsée au cours d'une désintégration $\alpha$ ?

2) Pourquoi, au cours d'une telle désintégration, peut-il y avoir émission d'un rayonnement $\gamma$ ?

3) Ecrire l'équation-bilan d'une telle désintégration pour un nucléide ${}^{A}_{Z}X$.

**3** **Radioactivité $\beta^-$**

1) Quels sont les symboles et les noms des deux particules éjectées lors de l'émission $\beta^-$ ?

2) Pourquoi y a-t-il généralement une émission $\gamma$ ?

3) Écrire l'équation-bilan d'une telle désintégration pour le nucléide ${}^{A}_{Z}X$.

**4** **Radioactivité $\beta^+$**

1) Quels sont les symboles et les noms des deux particules éjectées lors de l'émission $\beta^+$ ?

2) Écrire l'équation-bilan d'une telle désintégration pour un nucléide ${}^{A}_{Z}X$.

**5** **Calculer une énergie libérée**

<u>Données</u> : M(${}^{226}$Ra) = 226,025 41 u ; M(${}^{222}$Rn) = 222,017 563 u ; M(${}^{4}_{2}$He) = 4,002 60 u.

Le radium 226 se désintègre spontanément en donnant un rayonnement $\alpha$ :

$${}^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He.$$

1) Calculer, en MeV, l'énergie libérée par cette désintégration.

2) Sous quelles formes cette énergie libérée apparaît- elle ?

**6** **Pile atomique ou réacteur nucléaire**

Dans une « pile atomique », une des réactions courantes est la suivante :

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{94}_{38}Sr + {}^{140}_{Z}Xe + x\,{}^{1}_{0}n$$

1) Déterminer, en les justifiant, les valeurs de Z et de x.

2) Calculer la perte de masse.

b) Calculer, en joule et en MeV, l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235

3) Calculer l'ordre de grandeur de l'énergie libérée par la fission de 5 g d'uranium 235.

4) Calculer la masse de pétrole libérant, par combustion, la même énergie.

<u>Données</u> : Masses atomiques des nucléides

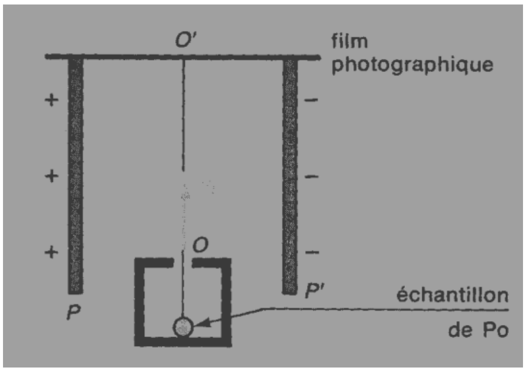
| Nucléides | ${}^{235}U$ | ${}^{94}Sr$ | ${}^{140}Xe$ | ${}^{1}_{0}n$ |
|---|---|---|---|---|
| Masses (en u) | 235,043 92 | 93,915 36 | 139,91879 | 1,008 6611 |

Pouvoir calorifique du pétrole : 42 $MJ.kg^{-1}$ ; 1 MeV = 1,602 2. $10^{-13}$ J

c = $3.10^{8}$ $m.s^{-1}$ ; $N_A = 6,022.10^{23}$ $mol^{-1}$

**7** Le polonium 210 est radioactif $\alpha$ : ${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{Y}_{X}Pb + \alpha$

1) Indiquer, en les justifiant, les valeurs de x et y.




2) Pour déterminer l'énergie cinétique des particules $\alpha$ (non relativistes) émises, on dévie un faisceau de ces particules par un champ électrostatique uniforme (figure). Le vecteur $\vec{E}$ est orthogonal à la vitesse d'entrée $\vec{v}_0$. des particules dans le dispositif ; P et P' sont deux plaques parallèles créant le champ. La d.d.p. Vp – Vp' est positive.
Le film photographique est placé à la sortie des plaques, à 10 cm du point O.

Données : $\|\vec{E}\| = 5.10^6$ V. m$^{-1}$.

Reproduire la figure ci-après en indiquant le sens de $\vec{E}$ et l'allure de la trajectoire.
Un impact est observé sur le film à 4,7 mm du point O'.
En déduire l'énergie cinétique (en MeV) des particules $\alpha$ correspondantes lors de leur émission par l'échantillon radioactif.
3) Calculer l'énergie libérée par la désintégration $\alpha$ étudiée.
**Données** : $m_{Po}$ = 209,9368 u ; $m_{Pb}$,= 205,9295 u.

4) Interpréter la différence entre les résultats numériques des questions 2 et 3.

## 8 Détermination de l'âge d'un fossile

L'isotope radioactif ${}^{14}_{6}C$ du carbone a une période T = 5 600 ans.

Dans les êtres vivants, le rapport : $r = \dfrac{\text{nombre d'atomes de carbone 14}}{\text{nombre d'atomes de carbone 12}}$ est constant et égal à $10^{-12}$.

Après leur mort, ce rapport décroît, car le carbone radioactif qui se désintègre n'est plus remplacé par le phénomène d'assimilation. Dans un fossile, on trouve : r = $0,25.10^{-12}$.
Quel temps s'est-il écoulé depuis la mort de l'être vivant correspondant à ce fossile ?

## 9 Energie libérée par une réaction nucléaire

**N.B : On utilisera exclusivement les données de l'énoncé.**

1) Définir ce qu'est la fission et la fusion. Illustrer chaque définition par un exemple.

2) Dans une centrale nucléaire, l'une des réactions de l'uranium 235 peut se résumer ainsi :

$$ {}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{94}_{38}Sr + {}^{140}_{54}Xe + ......? $$

Compléter l'équation de la réaction.
3) Quelle est l'énergie libérée lorsqu'un noyau d'uranium est consommé ? L'exprimer en MeV et en J.

On donne les énergies de liaison par nucléon ($E_{l/A}$)

| ${}^{A}_{Z}X$ | ${}^{235}_{92}U$ | ${}^{94}_{38}Sr$ | ${}^{140}_{54}Xe$ |
|---|---|---|---|
| $E_{l/A}$ (MeV / nucleon) | 7,4 | 8,4 | 8,2 |

Au besoin, la masse d'un nucléon est 1 u = 1,66. $10^{-27}$ kg.

4) Cette centrale nucléaire utilisant la fission de l'uranium 235 fournit une puissance électrique de 900 Mégawatt (900 MW). Le rendement de la transformation d'énergie nucléaire en énergie électrique

est de 30 %. En considérant qu'un atome d'uranium 235 dégage en moyenne une énergie de 200 MeV, calculer :

a) le nombre de fissions par seconde se produisant dans la centrale nucléaire.

b) la masse d'uranium 235 qu'il faut utiliser pour faire fonctionner cette centrale durant une année.

(on l'exprimera en tonnes). **(Extrait Bac S1S3 2000)**

**10** **Famille radioactive - Détermination de l'âge d'un minerai**

L'uranium 238 est le précurseur d'une famille radioactive aboutissant au plomb 206 par une série de désintégrations $\alpha$ et de désintégrations $\beta^-$.

1) Ecrire l'équation-bilan générale de la désintégration $\alpha$.

2) Ecrire l'équation-bilan générale de la désintégration $\beta^-$.

3) Déterminer le nombre de désintégrations $\alpha$ et le nombre de désintégrations $\beta^-$ pour passer de $^{238}_{92}U$ à $^{206}_{82}Pb$.

4) La dernière désintégration est de type $\alpha$ et provient d'un noyau père de polonium (Po).

4.a - Calculer, en MeV l'énergie libérée par cette désintégration.

4.b- En admettant que cette énergie se retrouve intégralement en énergie cinétique pour la particule $\alpha$, calculer sa vitesse.

4.c- L'atome de polonium étant initialement immobile, en déduire la vitesse de recul du noyau fils. Justifier l'approximation faite à la question 4.b-

5) En considérant qu'au moment de la formation du minerai d'uranium 238, il n'y avait aucune trace de plomb 206 et que les durées de vie des noyaux intermédiaires sont suffisamment courtes pour être négligées durant la période radioactive la plus longue (T = 4,5.10 ans), déterminer l'âge d'un échantillon contenant à présent 15,00 g d'uranium et 150 mg de plomb.

Données : * Les masses atomiques sont les suivantes :

$^{206}_{82}Pb$ : 205,9745 u

Po : 209,9829 u

$\alpha$ : 4,0015 u

NB : En dehors du calcul du défaut de masse, pour les autres questions où l'on aura des masses molaires, on prendra pour chaque élément la valeur entière la plus proche.

* Les constantes ou valeurs de conversion sont :

1 u =931,5 MeV/$c^2$ ; célérité de la lumière dans le vide c = $3{,}00.10^8$ $m.s^{-1}$

1 MeV = $1{,}6.10^{-13}$ J ; N = $6{,}02.10^{23}$ $mol^{-1}$ ; $M_U$ = 238 g. $mol^{-1}$

* ln 2 ≈ 0,693 et si $\varepsilon \ll 1$, $\ln(1+\varepsilon) \approx \varepsilon$ **(Extrait Bac S1S3 1998)**

**11** **Famille de l'uranium 238 – Activité radioactive**

**On donne :**

| Nucléide X | $_{80}Hg$ | $_{82}Pb$ | $_{83}Bi$ | $_{84}Po$ |
|---|---|---|---|---|
| Masse du nucléide : $m_x$ | 203,9735 u | 205,9745 u | 208,9804 u | 209,9829 u |

$m_\alpha$ = 4,0026 u ; 1 u = $1{,}66.\ 10^{-27}$ kg = 931,5 MeV/$c^2$ ; 1 Ci = $3{,}7.\ 10^{10}$ Bq ;
nombre d'Avogadro N = $6.\ 1.10^{23}$ $mol.L^{-1}$.

1) L'uranium $^{238}_{92}U$ se désintègre avec ses «descendants» en émettant des particules $\alpha$ ou $\beta^-$.

Calculer le nombre de désintégrations $\alpha$ et $\beta^-$, sachant qu'on aboutit au $^{206}Pb$. Comment appelle-t-on l'ensemble des noyaux issus de l'uranium $^{238}U$ (lui même compris) ?

2) Le plomb $^{206}Pb$ peut être obtenu par une désintégration $\alpha$ d'un noyau X avec une période T = 138 jours.
<u>2.a</u> - Ecrire l'équation-bilan de cette désintégration et identifier le noyau X.
<u>2.b</u> - Calculer en MeV puis en Joule l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau X.

3) On part d'un échantillon de 4,2 g de X.

<u>3.a</u>- Calculer l'activité $A_o$ de cet échantillon. L'exprimer en Becquerel puis en Curie.
<u>3.b</u>- Quelle est l'activité de cet échantillon au bout de 69 jours ?
<u>3.c</u> - Quelle masse de cet échantillon se désintègre-t-il au bout de 552 jours ? **(Extrait Bac S2 2001)**

**12** **Radioactivité $\beta^-$ - Activité**

Le nucléide $^{108}_{47}Ag$ est radioactif $\beta^-$.
1) Écrire l'équation de cette réaction nucléaire en précisant les règles utilisées.

2) Préciser le symbole du noyau fils et donner la composition de son noyau.
On donne un extrait de la classification des éléments :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $_{43}Tc$ | $_{44}Ru$ | $_{45}Rh$ | $_{46}Pd$ | $_{47}Ag$ | $_{48}Cd$ | $_{49}In$ |

3) Donner sans démonstration la formule traduisant la loi de décroissance radioactive en indiquant la signification de chacun des termes.
4) Définir la période radioactive T.
5) Établir l'expression de la constante radioactive $\lambda$ en fonction de T.
6) On étudie l'évolution de l'activité d'un échantillon du nucléide $^{108}_{47}Ag$ au cours du temps.

L'activité A est définie par $A = -\frac{dN}{dt}$ et exprimée en becquerels.

(1 becquerel correspond à une désintégration par seconde.)

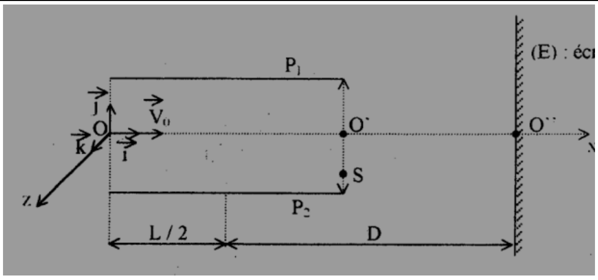
<u>6.a</u>- Exprimer l'activité A en fonction du temps.
Compléter le tableau de mesures figurant ci-après.

| t (min) | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A (Bq) | 89 | 73 | 63 | 52 | 46 | 39 | 33 | 29 | 24 | 21 | 18 |
| lnA | | | | | | | | | | | |

<u>6.b</u>- Tracer la courbe représentative ln A =f (t), sur papier millimétré.
**<u>Echelles</u>** : en abscisses : 1 cm $\leftrightarrow$ 0,5 min;
en ordonnées : 1 cm $\leftrightarrow$ 0,5.

<u>6.c</u>- En utilisant le graphe tracé, déterminer la constante radioactive $\lambda$ du nucléide $^{108}_{47}Ag$.
En déduire sa période radioactive.
<u>6.d</u>- Quel est le nombre de noyaux initialement présents dans cet échantillon ?

## 13 Réaction nucléaire provoquée




Des particules $\alpha$ de vitesse $\vec{v}_0$ horizontale pénètrent en O entre deux plateaux $P_1$ et $P_2$ parallèles et horizontaux d'un condensateur plan. La longueur des plateaux est L = 20,0 cm et la distance qui les sépare est d = 5,0 cm.

On applique la tension $U = V_{P1} - V_{P2} = 4,\ 5.10^4$ V entre les plateaux. (Si U = 0 les particules ne sont pas déviés et sortent en O').

1) Donner les caractéristiques du vecteur champ électrostatique $\vec{E}$ supposé uniforme qui règne entre les plaques.

2) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire des particules a dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
(On négligera les actions de la pesanteur).
3) Sachant que les particules à sortent du champ électrostatique en un point S d'ordonnée $Y_s$ = -2,15 mm, calculer la valeur $v_0$) de la vitesse initiale.
4) En fait les particules $\alpha$ en question sont produites à partir de noyaux de lithium en bombardant des noyaux de lithium ${}^{7}_{3}Li$ par des protons ${}^{1}_{1}H$, il se produit une réaction nucléaire avec formation uniquement de noyaux d'hélium ${}^{4}_{2}He$ (particule $\alpha$).

<u>4.a</u>- Ecrire l'équation-bilan de la réaction nucléaire.
<u>4.b</u>- Calculer, en MeV puis en joules, l'énergie libérée par la réaction.
<u>4.c</u>- En négligeant la vitesse des protons incidents et en supposant que toute l'énergie libérée par la réaction est transformée en énergie cinétique des particules $\alpha$ produites, calculer la valeur de l'énergie cinétique $E_{c\alpha}$ de chacune des particules $\alpha$ (supposées homocinétiques).
En déduire leur vitesse $v_o$. Ce résultat est-il en accord avec celui de la question 3 ?

**Données**

| Noyau | ${}^{1}_{1}H$ | ${}^{7}_{3}Li$ | ${}^{7}_{3}Li$ |
|---|---|---|---|
| Masse (en u) | 1,0078 | 7,0160 | 4,0026 |

1 u = $1{,}67.10^{-27}$ kg = 931,5 MeV/$c^2$ ; c = 3,00. $10^8$ m/s ; charge élémentaire e = $1{,}6.10^{-19}$ C
**(Extrait Bac S2 2003)**

## 14 Radioactivité $\alpha$

<u>**Données**</u> : h = $6{,}62.10^{-34}$ J.s

| | |
|---|---|
| $m({}^{210}_{84}Po)$ = 209,9368 u | $m({}^{4}_{2}He)$ = 4,0015 u |
| $m({}^{206}_{82}Pb)$ = 205,9295 u | 1 u = 931,5 Mev/$c^2$ |

Le polonium ${}^{210}_{84}Po$ est radioactif $\alpha$.
1) Écrire l'équation-bilan de cette désintégration sachant que l'on obtient un noyau de plomb.
2) Calculer en MeV l'énergie libérée au cours de la désintégration du noyau de polonium 210.
3) On suppose que le noyau père est initialement au repos et que l'énergie libérée apparaît sous forme d'énergie cinétique pour la particule $\alpha$ et le noyau fils.

<u>3.a</u>- En utilisant la loi de conservation de la quantité de mouvement, montrer que :

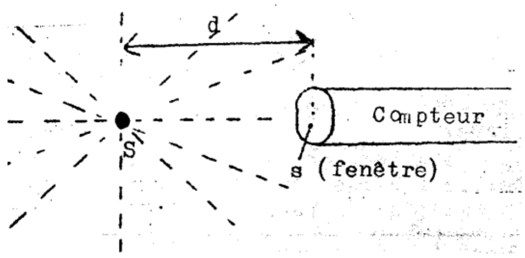
$$\frac{E_c(\alpha)}{E_c(Pb)} = \frac{m_{Pb}}{m_\alpha}$$

<u>3.b</u>- En appliquant la loi de conservation de l'énergie totale du système, calculer $E_c(\alpha)$ et $E_c(Pb)$. Conclure.

4) L'expérience montre que certaines particules $\alpha$ ont une énergie cinétique $E_{c1}(\alpha)$ = 5,30 MeV et d'autres $E_{c2}(\alpha)$ = 4,50 MeV. Interpréter ces valeurs sachant que l'on observe l'existence d'un rayonnement $\gamma$. Calculer sa longueur d'onde $\lambda$.

**15** **Comptage de rayonnements radioactifs**

Une source radioactive S était constituée initialement de vanadium $^{52}_{23}V$ pur. Ce nucléide radioactif est émetteur $\beta^-$. Le noyau fils obtenu $^{52}_{24}Cr$ est stable. Dans l'échantillon, la radioactivité n'est donc due qu'aux noyaux de vanadium. La source S, quasi ponctuelle est placée à d = 5 cm de la fenêtre O d'un compteur Geiger.




La surface de la fenêtre est s = 4 cm$^2$.

**On néglige l'absorption par l'air et on admet le compteur ne détecte que es électrons émis et que la source émet de la même manière dans toutes les directions.**

1) Le compteur évalue le nombre a d'électrons qui passent par la fenêtre par seconde. Après avoir défini A, activité de la source S mesurée en becquerel, montrer que A = 78,5 a.
On rappelle que la surface d'une sphère de rayon R est $4\pi R^2$
2) On relève à t = 0 puis toutes les 20 secondes le nombre a. On trouve la série valeurs suivantes :

| t(s) | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 | 200 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 62 | 58 | 55 | 52 | 48 | 46 | 43 | 40 | 38 | 36 |

| t(s) | 220 | 240 | 260 | 280 | 300 | 320 | 340 | 360 | 380 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 33 | 31 | 30 | 28 | 26 | 25 | 23 | 22 | 20 |

2.a- Tracer la courbe donnant a en fonction du temps a = f(t) et en déduire la période radioactive (ou demi-vie) du Vanadium 52.
Echelles : 1 cm pour 20 s en abscisse, 1 cm pour 5 électrons reçus en ordonnée.
2.b- Calculer l'activité $A_0$ à t = 0. Au bout de quel temps après le début du comptage, l'activité A de la source est-elle égale à A = 2433 Bq ?

3) Calculer la constante radioactive $\lambda$ du vanadium 52. En déduire le nombre de noyaux de $^{52}_{23}V$ contenus dans la source au début du comptage. **(Extrait Bac D 1992)**

**16** - *Célérité de la lumière c = $3.10^8$ m.s$^{-1}$ ; 1 u = $\frac{1}{6}.10^{-26}$ kg*

L'isotope $^{235}_{92}U$, que l'on trouve dans l'uranium naturel, est fissile selon la réaction :

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{139}_{x}Xe + ^{y}_{38}Sr + 2\ ^{1}_{0}n$$

1) Calculer x et y.

2) L'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235 est 200 MeV. Déterminer la variation de masse m que subit le système, en kg et en u (unité de masse atomique).

3) Un neutron émis lors de cette fission possède une vitesse moyenne $v_0$ = 20000 km.s$^{-1}$. Afin que la fission puisse se reproduire et s'entretenir, il faut ralentir ces neutrons grâce à des chocs successifs

sur d'autres noyaux supposés, initialement au repos, de façon que la vitesse finale au bout d'un nombre n de chocs soit, au plus $v_n = 3,94\ km.s^{-1}$.
NB : On supposera les chocs élastiques et les vitesses colinéaires.

3.a- Soit m la masse d'un neutron et M la masse du noyau contre lequel se produit le choc. Exprimer, en fonction de m, M et $v_0$, la vitesse de ce neutron après le premier choc.
3.b- Exprimer, en fonction de m, M et $v_0$ les vitesses $v_2$, $v_3$ … $v_n$ du neutron après 2, 3, .. . n chocs successifs.
3.b- Calculer le nombre n de chocs nécessaires pour obtenir la vitesse finale v si les chocs ont lieu sur des noyaux de deutérium de masse M = 2 m.

4) Une centrale nucléaire utilisant la fission de l'uranium 235 fournit une puissance électrique de 2,4 MW. Sachant que 30 % de l énergie libérée lors de la fission est transformée en énergie électrique, calculer la masse d'uranium 235 consommée par jour. **(Extrait Bac C 1995)**

## 17 Datation au carbone 14

1) Lorsque dans la très haute atmosphère, un neutron $^{1}_{0}n$ faisant partie du rayonnement cosmique rencontre un noyau d'azote $^{14}_{7}N$, la réaction donne naissance à du carbone 14 $^{14}_{6}C^*$.
Ecrire l'équation bilan de la désintégration de la réaction.

2) Le carbone 14 $^{14}_{6}C^*$, isotope du carbone 12 est radioactif émetteur $\beta^-$.
Ecrire l'équation bilan de la désintégration du nucléide $^{14}_{6}C^*$.

3) Le végétaux vivants absorbent indifféremment le dioxyde de carbone de l'atmosphère contenant le nucléide $^{14}_{6}C^*$, radioactif de période T = 5570 ans et le dioxyde de carbone contenant le nucléide $^{12}_{6}C$.
La proportion de ces deux isotopes est donc la même dans les végétaux et dans l'atmosphère.
Cependant, lorsqu'une plante meurt, elle cesse d'absorber le dioxyde de carbone ; le carbone 14 qu'elle contient, se désintègre alors sans être renouvelé. Le processus d'assimilation s'arrête et la teneur en $^{14}_{6}C^*$ commence à diminuer.
La méthode de datation au carbone 14 suppose que la proportion de carbone 14, dans l'atmosphère, ne varie pas dans le temps.
Des archéologues ont trouvé des pièces de bois très anciennes dans une grotte.
Le rapport des activités d'un échantillon de ces pièces de bois et d'un échantillon du même bois fraîchement coupé est r = 0,77.
Déterminer l'âge de ces pièces de bois.

## 18 Datation au carbone 14 - Activité

En raison des réactions nucléaires dans la très haute atmosphère, la teneur en carbone 14 dans le dioxyde de carbone atmosphérique reste constante. Cette proportion se trouve dans tous les végétaux vivants, puisque le carbone organique provient du dioxyde de carbone atmosphérique par photosynthèse ; Cependant, lorsqu'une plante meurt, le processus d'assimilation s'arrête et la teneur en $^{14}_{6}C$ commence à diminuer.
Pour dater un morceau de charbon de bois retrouvé dans une grotte préhistorique, on a mesuré son activité, elle est égal à 0,03 Bq. Un échantillon de charbon de bois récent de même masse a une activité de 0,20 Bq.

Le nucléide $^{14}_{6}C$ est radioactif $\beta^-$ Sa période radioactif est de 5730 ans.

1) Ecrire l'équation bilan de la désintégration du nucléide $^{14}_{6}C$. Préciser le symbole et le nom du noyau fils.
2) Calculer L'âge du morceau de charbon retrouvé dans la grotte.

3) Le nucléide $^{52}_{23}V$ (vanadium) subit la même désintégration que celle de $^{14}_{6}C$ avec émission d'un rayonnement ; Le noyau fils correspond à l'élément chrome (Cr).

3.1- Ecrire l'équation bilan de la désintégration.

3.2- A l'aide d'un compteur, on détermine le nombre moyen de désintégration $\overline{N}$ pendant une durée constante $\Delta t$ = 5 s. Les mesures sont effectuées toutes les deux minutes. Le tableau qui suit donne $\overline{N}$ à différentes dates t.

| t (min) | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\overline{N}$ | 1586 | 1075 | 741 | 471 | 355 | 235 | 155 |
| $\frac{A}{A_0}$ | | | | | | | |

3.2.a- Rappeler la définition de l'activité A d'une substance radioactive.

3.2.b- Recopier puis compléter le tableau ci-dessus.

3.2.c- A partir du graphe $\frac{A}{A_0}$ en fonction de t donné ci-dessous, déduire la période de désintégration du vanadium radioactif. **(Extrait Bac S1S3 2003)**