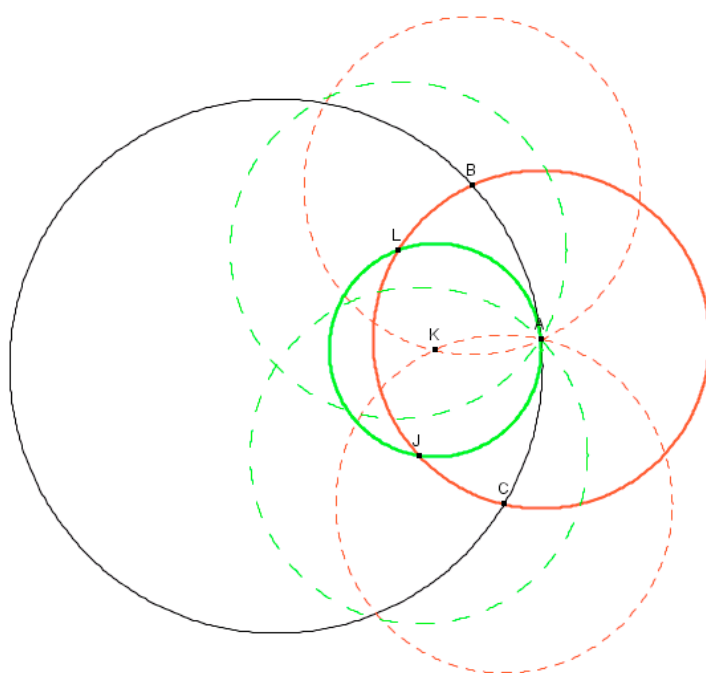


M.CARRE

MATHEMATIQUES

LES AUTOROUTES DU BREVET

2006



REUSSIR VITE ET BIEN

10 SUJETS TYPES DE BFEM CORRIGES ET COMMENTES

Illustrations nettes et précises.

Pages

2-	Sommaire
3-	Avant-propos
4-	BFEM 1989
5-8 :	Corrigé BFEM 1989
Thèmes :	<i>Equations et Inéquations – Racines carrées – Repérage.</i>
9-	BFEM 1992
10-14 :	Corrigé BFEM 1992
Thèmes :	<i>Factorisation – Applications affines – Théorème de Thalès – Inéquations.</i>
15-	BFEM 1993
16-19 :	Corrigé BFEM 1993
Thèmes :	<i>Racines carrées – Systèmes d'équations – Repérage – Relations métriques.</i>
20-	BFEM 1995
21-25 :	Corrigé BFEM 1995
Thèmes :	<i>Addition vectorielle – Cône de révolution – Pyramide régulière – Factorisation.</i>
26-	BFEM 1997
27-29 :	Corrigé BFEM 1997
Thèmes :	<i>Statistique – Relations métriques – Trigonométrie – Repérage.</i>
30-	BFEM 1998
31-33 :	Corrigé BFEM 1998
Thèmes :	<i>Mise en équation – Factorisation et développement – Pyramide et section de pyramide.</i>
34-	BFEM 1999
35-38 :	Corrigé BFEM 1999
Thèmes :	<i>Factorisation et développement – Conditions d'existence et simplification – Théorème de Pythagore – Quadrilatères particuliers.</i>
39-	BFEM 2003
40-45 :	Corrigé BFEM 2003
Thèmes :	<i>Statistique – Pyramide et tronc de pyramide – Cône et tronc de cône – Centre de gravité du triangle.</i>
46-	BFEM 2005(1^{er} Groupe)
47-51 :	Corrigé BFEM 2005(1 ^{er} Groupe)
Thèmes :	<i>Factorisation et développement – Conditions d'existence et simplification – Problème d'optimisation – Relations trigonométriques – Cône de révolution.</i>
52-	BFEM 2005(2^{eme} Groupe)
53-55 :	Corrigé BFEM 2005(2 ^{eme} Groupe)
Thèmes :	<i>Racines carrées – Addition vectorielle – QCM.</i>
56-	Démonstrations avec les quadrilatères
57-	Construction de triangles
58-	Partage d'un segment en trois parties égales
59-	Table trigonométrique
60-	Table des carrés

AVANT-PROPOS

Les corrigés que vous avez sous les yeux n'ont pas la prétention de vous donner des solutions préfabriquées et qu'il va falloir restituer le jour de l'examen, ce serait d'ailleurs en porte à faux avec la rigueur scientifique. Mais ils vous préparent à réagir devant une épreuve de mathématiques et surtout à mener une démarche rigoureuse tout en vous souciant de la présentation qui s'avère très souvent déterminante. En effet, le candidat se contente trop souvent de fournir un résultat, exact ou non, sans fournir d'explication et en choisissant au hasard les formules à appliquer.

Il convient donc de lui montrer comment analyser un problème et par une suite de questions logiquement enchaînées, comment arriver à la solution par étapes successives. Dans quelques cas il est fait exprès d'aller rapidement à la solution afin d'amener l'élève à reconstituer les étapes sautées.

En plus, ils vous familiarisent avec les conditions de l'examen en vous confrontant avec des sujets type de BFEM.

Les problèmes choisis ont tous été donnés au BFEM au cours de ces quinze dernières années et correspondent à l'intégralité du programme de mathématiques de la classe de troisième.

Cependant, n'hésitez pas à me faire parvenir vos suggestions et remarques utiles pour son amélioration.

Enfin, je vous remercie de votre confiance, persuadé que vous avez fait un bon choix en achetant cette annale.

J'espère que ce recueil constituera un outil précieux aux élèves qui se préparent aux examens et concours du niveau de la classe de troisième mais aussi aux professeurs pour un gain de temps considérable.

J'espère aussi que vous aurez autant de plaisir à l'utiliser que j'en ai pris à le réaliser.

Réalisé par

Modou CARRE

Professeur de Mathématiques au CEM Modou Awa Balla Mbacké de LOUGA

Avec la collaboration de

Maryse MEGE

Professeur de Mathématiques au Lycée Albert Camus de LOURENX

Remerciements à l'association Manuels sans frontières

Contacts:

E-mail:caffa30@hotmail.com

EXAMEN DU BFEM –SESSION DE 1989
Sénégal

I ALGEBRE

EXERCICE 1 :

1°/ Trouver successivement dans $\mathbb{Z}$, dans $\mathbb{I}$ puis dans $\mathbb{R}$ l'ensemble des solutions de l'équation $4x^2 - 9 = 0$.

2°/Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations suivantes et représenter l'ensemble E des solutions sur une droite orientée.

$$2x - 3 < 0$$

$$2x + 3 < 0$$

$$2x - 3 > 0$$

$$2x + 3 > 0$$

3°/ En utilisant les résultats de la question 2) donner l'ensemble E des solutions de l'inéquation $4x^2 - 9 > 0$

EXERCICE 2

1°/ Soit f la fonction définie par $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \longmapsto \sqrt{2x - 3}$

Calculer, si elles existent, les images f des réels 2 ; - 3 ; 0 ; 5.

Déterminer le domaine de définition de f.

2°/ a) Calculer $(2 - \sqrt{3})^2$ et $(2 + \sqrt{3})^2$

b)Déduire de la question précédente a) une écriture simplifiée des réels A' et B' suivants :

$$A' = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$$

$$B' = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$$

N.B : les questions 1°/ et 2°/ sont indépendantes.

II.- GEOMETRIE.- problème

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On donne les points A (- 2, 3) et B (-2,- 3).

1°/ Trouver par le calcul les coordonnées du point C image de A dans la symétrie de centre O et les coordonnées du point D image de A par la translation de vecteur $\vec{BC}$.

2°) Montrer que le quadruplet (A, D, C, B) est un rectangle.

3°) trouver la longueur L du cercle circonscrit au rectangle (A, D, C, B).

On prendra $\pi = 3,14$.

4°) Déterminer l'équation de la médiatrice Δ du segment [AC].

5°) Trouver le réel a pour que le point K (a ; -1) appartienne à Δ .

BAREME

	<u>Algèbre</u>	
Exercice 1	1°/	1,5 pt
	2°/	2 pts
	3°/	2 pts
Exercice 2	1°/	2 pts
	2°/	2 pts

Géométrie

1°/	2 pts
2°/	2 pts
3°/	2 pts
4°/	2 pts
5°/	5 pts

Schéma 1,5pt

EXAMEN DU BFEM-SESSION DE 1989

CORRIGE

I ALGEBRE

EXERCICE 1

1°/ Trouver successivement dans $\mathbb{Z}$, dans $\mathbb{D}$ puis dans $\mathbb{R}$ l'ensemble des solutions de l'équation $4x^2 - 9 = 0$.

$$\begin{aligned}
 4x^2 - 9 &= 0 \\
 \Leftrightarrow 4x^2 &= 9 \\
 \Leftrightarrow x^2 &= \frac{9}{4} \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{3}{2} \text{ ou } x = -\frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

On peut factoriser $4x^2 - 9$ puis on résout l'équation-produit

$$(2x-3)(2x+3) = 0.$$

Dans $\mathbb{Z}$: $\mathcal{S} = \emptyset$

$$\frac{3}{2} \notin \mathbb{Z} \text{ et } -\frac{3}{2} \notin \mathbb{Z}$$

Dans $\mathbb{D}$: $\mathcal{S} = \left\{ \frac{3}{2}; -\frac{3}{2} \right\}$

$$\frac{3}{2} \in \mathbb{D} \text{ et } -\frac{3}{2} \in \mathbb{D}$$

Dans $\mathbb{R}$: $\mathcal{S} = \left\{ \frac{3}{2}; -\frac{3}{2} \right\}$

$$\frac{3}{2} \in \mathbb{R} \text{ et } -\frac{3}{2} \in \mathbb{R}$$

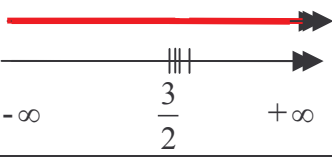
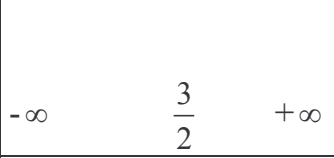
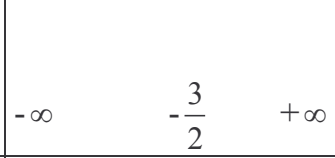
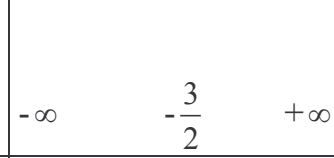
2°/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations suivantes et représenter l'ensemble E des solutions sur une droite orientée.

$$2x - 3 < 0$$

$$2x + 3 < 0$$

$$2x - 3 > 0$$

$$2x + 3 > 0$$

$2x - 3 < 0$	$2x - 3 > 0$	$2x + 3 < 0$	$2x + 3 > 0$
$\Leftrightarrow 2x < 3$ $\Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$	$\Leftrightarrow 2x > 3$ $\Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$	$\Leftrightarrow 2x < -3$ $\Leftrightarrow x < -\frac{3}{2}$	$\Leftrightarrow 2x > -3$ $\Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$
			
$\mathcal{S}_1 =]-\infty; \frac{3}{2}[$	$\mathcal{S}_2 =]\frac{3}{2}; +\infty[$	$\mathcal{S}_3 =]-\infty; -\frac{3}{2}[$	$\mathcal{S}_4 =]-\frac{3}{2}; +\infty[$

3°/ En utilisant les résultats de la question 2) donner l'ensemble E des solutions de l'inéquation $4x^2 - 9 > 0$.

$$\begin{aligned}
 4x^2 - 9 &> 0 \\
 \Leftrightarrow (2x-3)(2x+3) &> 0 \\
 \text{I } \begin{cases} 2x-3 < 0 & (\mathcal{S}_1) \\ 2x+3 < 0 & (\mathcal{S}_3) \end{cases} &\quad \text{OU} \quad \text{II } \begin{cases} 2x-3 > 0 & (\mathcal{S}_2) \\ 2x+3 > 0 & (\mathcal{S}_4) \end{cases}
 \end{aligned}$$

L'inéquation $4x^2 - 9 > 0$ conduit à deux systèmes d'inéquations **I** et **II**.

L'ensemble des solutions du système **I** est $\mathcal{S}_I = \mathcal{S}_1 \cap \mathcal{S}_3$.

L'ensemble des solutions du système II est $\mathcal{S}_{II} = \mathcal{S}_2 \cap \mathcal{S}_4$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $4x^2 - 9 > 0$ est $\mathcal{S} = \mathcal{S}_I \cup \mathcal{S}_{II}$.

$$\mathcal{S} = (\mathcal{S}_1 \cap \mathcal{S}_3) \cup (\mathcal{S}_2 \cap \mathcal{S}_4)$$

$$\mathcal{S} = \left] -\infty; -\frac{3}{2} \right[\cup \left] \frac{3}{2}; +\infty \right[$$

EXERCICE 2 :

1°/ Soit f la fonction définie par $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \longmapsto \sqrt{2x-3}$

Calculer, si elles existent, les images par f des réels 2 ; -3 ; 0 ; 5.

$$f(2) = \sqrt{2 \times 2 - 3} = \sqrt{1} = 1$$

$$f(-3) = \sqrt{2 \times (-3) - 3} = \sqrt{-9} \quad \text{indéterminée}$$

$$f(0) = \sqrt{2 \times 0 - 3} = \sqrt{-3} \quad \text{indéterminée}$$

$$f(5) = \sqrt{2 \times 5 - 3} = \sqrt{7}$$

$$f(2) = 1$$

$f(-3)$ n'existe pas

$f(0)$ n'existe pas

$$f(5) = \sqrt{7}$$

Déterminer le domaine de définition de f

f est définie pour $2x - 3 \geq 0$.

Donc f est définie pour $x \geq \frac{3}{2}$.

Le domaine de définition de f est

$$\mathcal{D}_f = \left[\frac{3}{2}; +\infty \right[$$

2°/ a) Calculer $(2 - \sqrt{3})^2$ et $(2 + \sqrt{3})^2$

$$(2 - \sqrt{3})^2 = 2^2 - 2(2)\sqrt{3} + 3$$

$$= 7 - 4\sqrt{3}$$

$$(2 - \sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3}$$

$$(2 + \sqrt{3})^2 = 2^2 + 2(2)\sqrt{3} + 3$$

$$= 7 + 4\sqrt{3}$$

$$(2 + \sqrt{3})^2 = 7 + 4\sqrt{3}$$

b) Dédurre de la question précédente a) une écriture simplifiée des réels A' et B' suivants

$$A' = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$$

$$B' = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$$

$$A' = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}$$

Cherchons le signe de $2 - \sqrt{3}$.

Pour cela comparons les carrés de 2 et $\sqrt{3}$.

$$\left. \begin{array}{l} (2)^2 = 4 \\ (\sqrt{3})^2 = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 > 3 \text{ alors } 2 > \sqrt{3} \\ \text{d'où } 2 - \sqrt{3} > 0 \end{array}$$

$$\text{En conclusion : } \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}$$

$$B' = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{a^2} = a \quad \text{si } a > 0$$

$$\sqrt{a^2} = -a \quad \text{si } a < 0$$

$$A' = 2 - \sqrt{3}$$

$$B' = 2 + \sqrt{3}$$

II.- GEOMETRIE.- problème

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$,
on donne les points A $(-2 ; 3)$ et B $(-2 ; -3)$.

1°/ Trouver par le calcul les coordonnées du point C image de A dans la symétrie de centre O et les coordonnées du point D image de A par la translation de vecteur $\vec{BC}$.

Soit C $(x_C; y_C)$ et D $(x_D; y_D)$

$S_O(A) = C$ alors $\vec{AO} = \vec{OC}$.

$$\vec{AO} = -\vec{OA} = \begin{pmatrix} -(-2) \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{OC} = \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \end{pmatrix}$$

$$\vec{AO} = \vec{OC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = -3 \end{cases} \quad \boxed{C \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}}$$

$t_{\vec{BC}}(A) = D$ alors $\vec{BC} = \vec{AD}$.

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ -3 - (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AD} = \begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_D + 2 \\ y_D - 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \vec{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = 4 \\ y_D - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 3 \end{cases} \quad \boxed{D \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}}$$

2°) Montrer que le quadruplet (A, D, C, B) est un rectangle

$\vec{BC} = \vec{AD}$ alors (A, D, C, B) est un parallélogramme.

Montrons que $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ sont orthogonaux :

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - (-2) \\ -3 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$4 \times 0 + (-6) \times 0 = 0 + 0 = 0$ donc $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ sont orthogonaux.

(A, D, C, B) est un parallélogramme
 $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ sont orthogonaux

(A, D, C, B) est un rectangle

3°) Trouver la longueur L du cercle circonscrit au rectangle (A, D, C, B)
(on prendra $\pi = 3,14$).

$$L = \text{Diamètre} \times \pi$$

Le diamètre du cercle circonscrit égale la diagonale du rectangle.

Calculons la diagonale AC du rectangle.

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

NB : on peut calculer AC en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC.

$$AC = \sqrt{(2 + 2)^2 + (-3 - 3)^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$L = AC \times \pi$$

$$L = 2\sqrt{13} \times 3,14$$

$$L = 6,28\sqrt{13}$$

4°) Déterminer l'équation de la médiatrice (Δ) du segment $[AC]$

$S_O(A) = C$ alors O est le milieu de $[AC]$.

La médiatrice (Δ) du segment $[AC]$ passe donc par O .

Soit $M(x; y)$ un point de (Δ) : $\vec{OM}$ et $\vec{AC}$ sont orthogonaux.

$$\vec{OM} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \vec{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \quad \vec{AC} \begin{pmatrix} 2+2 \\ -3-3 \end{pmatrix} \quad \vec{AC} \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$\vec{OM}$ et $\vec{AC}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow 4x - 6y = 0$

$$(\Delta) : 4x - 6y = 0$$

5°) Trouver le réel a pour que le point $K(a; -1)$ appartienne à (Δ)

$K \in (\Delta)$ alors $4a - 6(-1) = 0$.

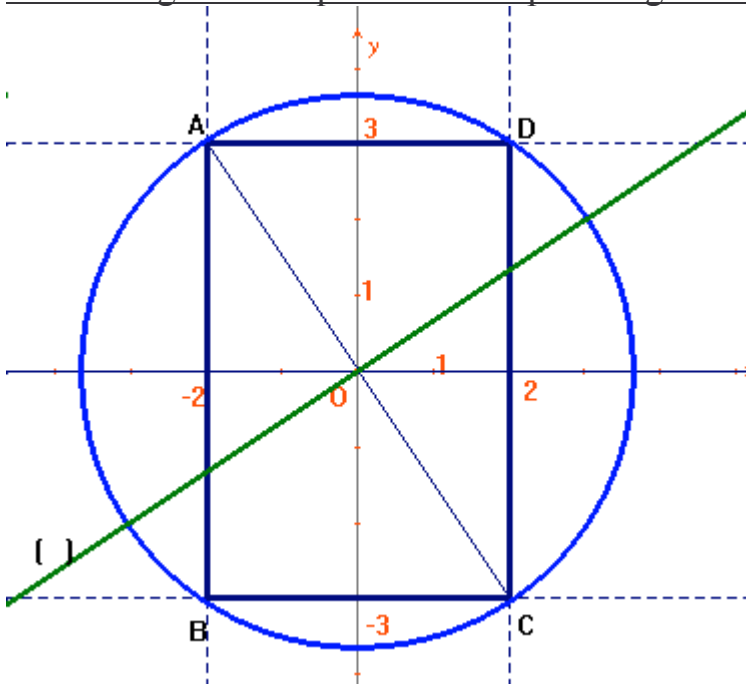
Réolvons l'équation $4a + 6 = 0$ pour trouver a .

$$4a + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

Voici la figure bien qu'elle ne soit pas obligatoire (elle n'est pas demandée).



EXAMEN DU BFEM- SESSION DE 1992
Sénégal

I ALGEBRE :

Exercice 1 : On considère deux fonctions polynômes f et g définies dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - x \quad \text{et} \quad g(x) = 1 - 2x$$

1°) Calculer les réels $r_1 = f(\sqrt{8})$ et $r_2 = g(\sqrt{2})$

2°) a/ Calculer le réel $r = f(\sqrt{8}) + g(\sqrt{2})$

b/ Donner un encadrement de r d'amplitude 0,01 sachant que :

$$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$$

3°) Soit le réel $q = \frac{r_1}{r_2}$. Montrer que q peut s'écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et b

$\in \mathbb{N}$.

Exercice 2 : On considère la fonction polynôme f définie par :

$$h(x) = (2x - \sqrt{3})^2 + 2(2x - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3})^2$$

1°/ Montrer que $h(x)$ est le carré d'un polynôme.

2°/ Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $\sqrt{h(x)} - 7 = 0$.

3°/ Soit k la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par : $k(x) = \sqrt{h(x)} - 1$.

a/ Sur quelle partie de $\mathbb{R}$, k est-elle une fonction linéaire ?

b/ Sur quelle partie de $\mathbb{R}$, k est-elle une fonction affine ?

c/ Représenter graphiquement k dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

II – GEOMETRIE :

Exercice 1 :

1°) Construire le triangle rectangle en A , dont les dimensions sont les suivantes :

$$AB = 8 \text{ cm et } AC = 6 \text{ cm. } \widehat{A}$$

2°) Calculer BC puis $\cos(\angle ABC)$.

3°) Placer le point M tel que $AM = \frac{1}{3}AB$.

4°) La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N .

a) Comparer les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

b) En déduire que $AN = \frac{1}{3}AC$.

Exercice 2 : le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Construire la droite (Δ) d'équation $x - 2y + 6 = 0$.

2°) Placer le point A de coordonnées $(-5 ; 8)$. Justifier que A n'appartient pas au demi-plan ouvert de bord (Δ) contenant le point O .

3°) Soit B le point de coordonnées $(1 ; -4)$, calculer les coordonnées de K milieu de $[AB]$.

4°) Démontrer que A et B sont symétriques par rapport à (Δ) .

EXAMEN DU BFEM-SESSION DE 1992 CORRIGE

I ALGEBRE :

Exercice1 : On considère deux fonctions polynômes f et g définies dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - x \quad \text{et} \quad g(x) = 1 - 2x.$$

1°) Calculer les réels $r_1 = f(\sqrt{8})$ et $r_2 = g(\sqrt{2})$

$$f(\sqrt{8}) = (\sqrt{8})^2 - \sqrt{8} = 8 - \sqrt{8} = 8 - 2\sqrt{2}$$

$$r_1 = 8 - 2\sqrt{2}$$

$$g(\sqrt{2}) = 1 - 2\sqrt{2}$$

$$r_2 = 1 - 2\sqrt{2}$$

2°) a/ Calculer le réel $r = f(\sqrt{8}) + g(\sqrt{2})$.

$$r = r_1 + r_2$$

$$r = (8 - 2\sqrt{2}) + (1 - 2\sqrt{2})$$

$$r = 9 - 4\sqrt{2}$$

$$r = 9 - 4\sqrt{2}$$

b/ Donner un encadrement de r d'amplitude 0,01 sachant que : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

$$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$$

$$-4 \times 1,415 < -4 \times \sqrt{2} < -4 \times 1,414$$

$$-5,66 < -4\sqrt{2} < -5,656$$

$$9 - 5,66 < 9 - 4\sqrt{2} < 9 - 5,656$$

$$3,34 < 9 - 4\sqrt{2} < 3,344$$

$$3,34 < r < 3,35$$

l'inégalité change de sens
quand on multiplie ses membres
par un nombre négatif.

$$\text{amplitude} = 3,35 - 3,34 = 0,01$$

3°) Soit le réel $q = \frac{r_1}{r_2}$. Montrer que q peut s'écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$

$$q = \frac{8 - 2\sqrt{2}}{1 - 2\sqrt{2}} = \frac{(8 - 2\sqrt{2})(1 + 2\sqrt{2})}{1 - 8} = \frac{14\sqrt{2}}{-7} = -2\sqrt{2}$$

$$q = -2\sqrt{2}$$

$$a = -2$$

$$b = 2$$

Exercice2: On considère la fonction polynôme h définie par :

$$h(x) = (2x - \sqrt{3})^2 + 2(2x - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3})^2$$

1°/ Montrer que $h(x)$ est le carré d'un polynôme.

$$h(x) = (2x - \sqrt{3})^2 + 2(2x - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3})^2$$

$$= [(2x - \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3})]^2$$

$$= (2x - \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3})^2$$

$$= (2x + 1)^2$$

$$h(x) = (2x + 1)^2$$

2°/ Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $\sqrt{h(x)} - 7 = 0$:

$$\sqrt{h(x)} - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow |2x + 1| - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow |2x + 1| = 7$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = 7 \text{ ou } 2x + 1 = -7$$

$$\Leftrightarrow 2x = 6 \text{ ou } 2x = -8$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -4$$

3°/ Soit k la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par : $k(x) = \sqrt{h(x)} - 1$

a/ Sur quelle partie de $\mathbb{R}$, k est elle une fonction linéaire ?

b/ Sur quelle partie de $\mathbb{R}$, k est une fonction affine ?

$$k(x) = \sqrt{h(x)} - 1$$

$$k(x) = |2x + 1| - 1$$

$$\text{Si } 2x + 1 \geq 0 : k(x) = 2x + 1 - 1$$

si $x \geq -\frac{1}{2}$: $k(x) = 2x$ alors, k est une fonction linéaire.

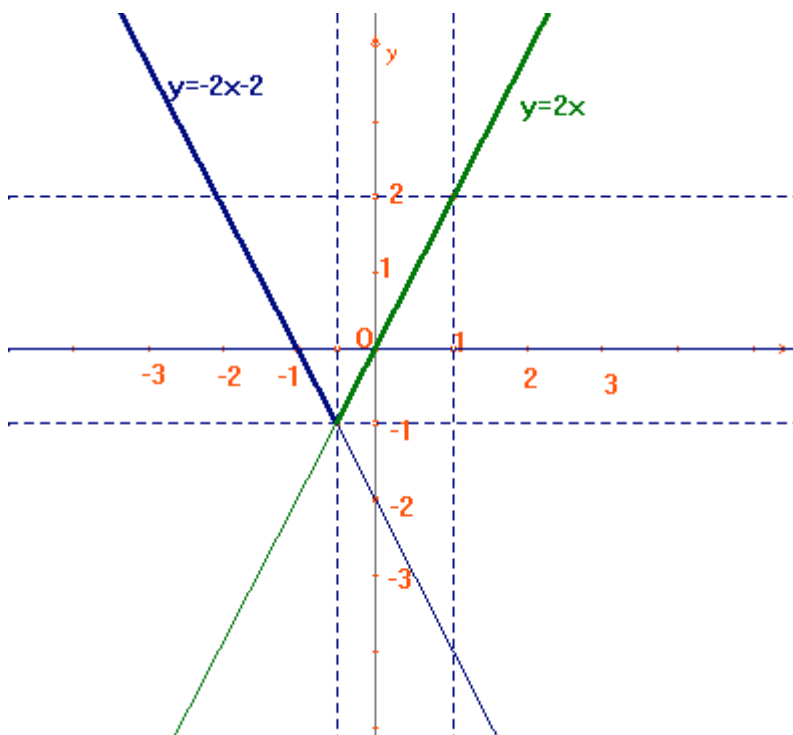
k est une fonction linéaire pour tout $x \in \mathbb{R}$ tel que $x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$

$$\text{Si } 2x + 1 \leq 0 : k(x) = -2x - 1 - 1$$

si $x \leq -\frac{1}{2}$: $k(x) = -2x - 2$ alors, k est une fonction affine.

k est une fonction affine pour tout $x \in \mathbb{R}$ tel que $x \in \left]-\infty; -\frac{1}{2}\right]$

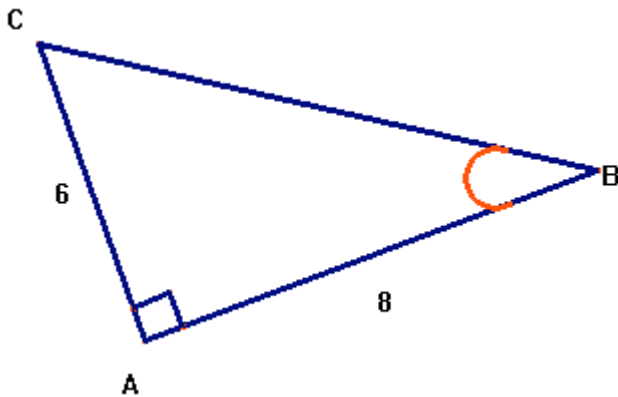
c/ Représenter graphiquement k dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$



II – GEOMETRIE :

Exercice 1 :

1°) Construire le triangle rectangle en A, dont les dimensions sont les suivantes :
 $AB = 8 \text{ cm}$ et $AC = 6 \text{ cm}$.



$$BC^2 = 100$$

$$BC = 10$$

$$BC = 10 \text{ cm}$$

On trace deux droites perpendiculaires en A.
 On place le point B tel que
 $AB = 8 \text{ cm}$ et le point C tel que $AC = 6 \text{ cm}$.

2°) Calculer BC puis $\cos ABC$

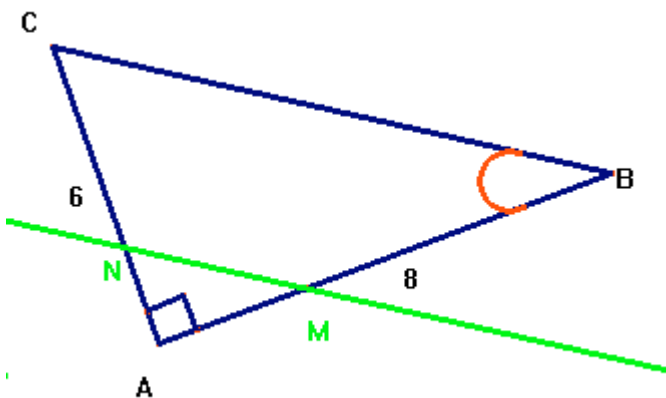
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\cos ABC = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$BC^2 = 64 + 36$$

$$\cos \angle ABC = 0,8$$

3°) Placer le point M tel que $AM = \frac{1}{3} AB$.



4°) La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N.

On partage le segment $[AB]$ en trois parties égales.
 (Voir page 59)

a) Comparer les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

A, M et B sont alignés dans cet ordre
 A, N et C sont alignés dans cet ordre
 $(BC) \parallel (MN)$

} alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

(Théorème de Thalès).

b) En déduire que $AN = \frac{1}{3} AC$

$$AM = \frac{1}{3} AB \text{ donc } \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$$

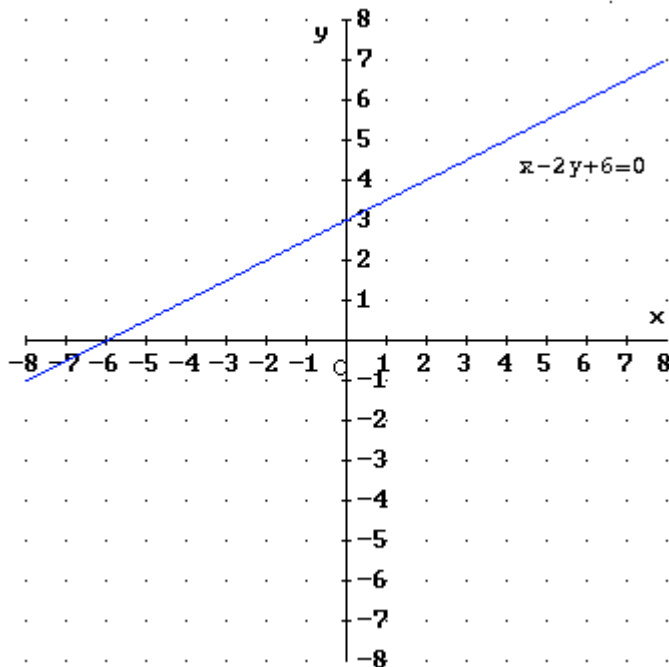
$$\text{or } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

$$\text{Donc } \frac{AN}{AC} = \frac{1}{3} \quad \text{d'où}$$

$$AN = \frac{1}{3} AC$$

Exercice 2 : le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1°) Construire la droite (Δ) d'équation $x - 2y + 6 = 0$



On choisit deux points M et N appartenant à (Δ) .

$$x_M - 2y_M + 6 = 0$$

$$\text{si } x_M = 0 \text{ alors } y_M = 3$$

$$x_N - 2y_N + 6 = 0$$

$$\text{si } y_N = 0 \text{ alors } x_N = -6$$

(Δ) passe donc par les points de coordonnées M(0 ; 3) et N(- 6 ; 0).

2°) Placer le point A de coordonnées (5 ; 8). Justifier que A n'appartient pas au demi-plan ouvert de bord (Δ) contenant le point O.

Calculons $x_O - 2y_O + 6$.

$$0 - 2(0) + 6 = 6 > 0$$

Donc le demi-plan ouvert de bord (Δ) contenant le point O est le lieu de tous les points tels que $x - 2y + 6 > 0$.

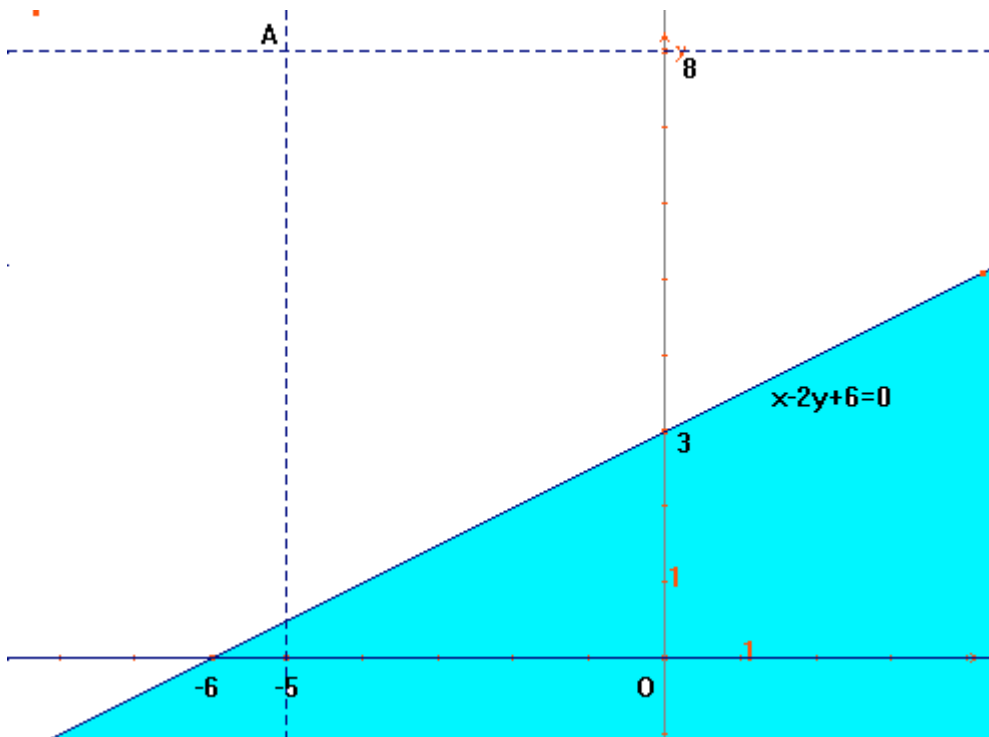
Pour justifier que le point A n'appartient pas à ce demi-plan, il suffit de montrer que les coordonnées de A ne vérifient pas l'inégalité $x - 2y + 6 > 0$.

$$- 5 - 2(8) + 6 = - 5 - 16 + 6$$

$$= - 21 + 6$$

$$= - 15$$

- 15 n'est pas supérieur à 0, donc A n'appartient pas au demi-plan ouvert de bord (Δ) contenant le point O.



3°) Soit B le point de coordonnées (1 ; - 4), calculer les coordonnées de K milieu de [AB].

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-5 + 1}{2} = -2$$

$$y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{8 - 4}{2} = 2$$

$$K (- 2 ; 2)$$

4°) Démontrer que A et B sont symétriques par rapport à (Δ).

Montrons que (AB) est perpendiculaire à (Δ) et que K est un point de (Δ).

$\vec{u} (2 ; 1)$ est un vecteur directeur de la droite (Δ) : $x - 2y + 6 = 0$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1+5 \\ -4-8 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \end{pmatrix}$$

Vérifions que le vecteur $\vec{u}$ et le vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux.

$$2 \times 6 + 1 \times (-12) = 12 - 12 = 0$$

Vérifions que le point K (- 2 ; 2) appartient à (Δ).

$$\begin{aligned} -2 - 2 \times 2 + 6 &= -2 - 4 + 6 \\ &= -6 + 6 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\left. \begin{array}{l} K \text{ est le milieu de } [AB] \\ (\Delta) \perp (AB) \\ K \in (\Delta) \end{array} \right\} (\Delta) \text{ est la médiatrice de } [AB]$

D'où A et B sont symétriques par rapport à (Δ).

EXAMEN DU BFEM – SESSION DE 1993 Sénégal

I ALGEBRE

Exercice 1

- 1) Ecrire l'expression $B = 2\sqrt{75} + 4\sqrt{48} + 7\sqrt{192}$ sous la forme $B = a\sqrt{b}$;
a et b étant deux réels qu'on déterminera.
- 2) Calculer la valeur numérique de l'expression suivante :

$$C = \frac{2x}{2-x} - \frac{2-x}{2x} \quad \text{pour } x = 2 - \sqrt{3}$$

Exercice 2

Soient a et b deux réels et le système de deux équations à deux inconnues suivant

$$\begin{cases} 2ax - y - 5b = 0 \\ 2bx - y - 3a = 0 \end{cases}$$

Déterminer les réels a et b pour que le couple (2 ; -1) soit solution de ce système.
Remplacer dans ce système a et b par les valeurs trouvées et résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système

$$\begin{cases} -2ax - y - 5b = 0 \\ \sqrt{3}x + y = 3 \end{cases}$$

II GEOMETRIE

Un plan P est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Placer dans ce plan les points A, B, C donnés par leurs coordonnées

A(-1,5 ; 2) ; B(1,5 ; -2) ; C (6,5 ; 8) et montrer que O est le milieu de [AB].

Calculer les distances AB ; AC et BC et montrer que le triangle ABC est rectangle.

Soit H la projection orthogonale de A sur la droite (BC)

Calculer BH ; CH ; et AH (on utilisera les relations métriques dans le triangle rectangle.)

4) Soit B' et C' respectivement les projetés orthogonaux des points B et C sur l'axe $(O, \vec{j})$.

a) Calculer $\frac{BH}{BC}$ et $\frac{B'O}{B'C'}$.

b) Montrer avec précision que l'on peut en conclure que H appartient à l'axe $(O, \vec{i})$.

EXAMEN DU BFEM-SESSION DE 1993

CORRIGE

I ALGEBRE

Exercice 1

1) Ecrire l'expression $B = 2\sqrt{75} + 4\sqrt{48} + 7\sqrt{192}$ sous la forme

$B = a\sqrt{b}$. (a et b étant deux réels qu'on déterminera).

$$\sqrt{75} = \sqrt{3 \times 25} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{3 \times 16} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{192} = \sqrt{3 \times 64} = 8\sqrt{3}$$

$$B = 2 \times 5\sqrt{3} + 4 \times 4\sqrt{3} + 7 \times 8\sqrt{3}$$

$$B = 10\sqrt{3} + 16\sqrt{3} + 56\sqrt{3}$$

$$B = 82\sqrt{3}$$

Décomposer 75 ; 48 et 192.

$$75 = 3 \times 5^2$$

$$48 = 3 \times 2^4$$

$$192 = 3 \times 2^6$$

$$a = 82$$

$$b = 3$$

2) Calculer la valeur numérique de l'expression suivante :

$$C = \frac{2x}{2-x} - \frac{2-x}{2x} \quad \text{pour } x = 2 - \sqrt{3}.$$

$$\text{Pour } x = 2 - \sqrt{3} : C = \frac{2(2-\sqrt{3})}{2-(2-\sqrt{3})} - \frac{2-(2-\sqrt{3})}{2(2-\sqrt{3})}$$

$$C = \frac{(4-2\sqrt{3})^2 - 3}{\sqrt{3}(4-2\sqrt{3})} = \frac{16 - 2 \times 4 \times 2\sqrt{3} + 12 - 3}{4\sqrt{3} - 2 \times 3} = \frac{25 - 16\sqrt{3}}{-6 + 4\sqrt{3}}$$

$$C = \frac{25 - 16\sqrt{3}}{-6 + 4\sqrt{3}}$$

Exercice 2

Soient a et b deux réels et le système de deux équations à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} 2ax - y - 5b = 0 \\ 2bx - y - 3a = 0 \end{cases}$$

Déterminer les réels a et b pour que le couple (2 ; -1) soit solution de ce système.

Le couple (2 ; -1) est solution du système alors, on a :

$$\begin{cases} 4a + 1 - 5b = 0 \\ 4b + 1 - 3a = 0 \end{cases}$$

on a remplacé x par 2 et y par -1 dans les deux équations.

Réolvons ce système :

$$\begin{cases} 4a + 1 - 5b = 0 \\ 4b + 1 - 3a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} (\times 3) \\ (\times 4) \end{matrix} \begin{cases} 4a + 1 - 5b = 0 \\ -3a + 1 + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a + 3 - 15b = 0 \\ -12a + 4 + 16b = 0 \end{cases}$$

En ajoutant membre à membre, on obtient :

$$7 + b = 0$$

$$\Leftrightarrow b = -7$$

On trouve a en remplaçant b dans l'une des équations du système :

$$4a + 1 - 5b = 0$$

$$\Leftrightarrow 4a + 1 + 5 \times 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4a + 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4a = -36$$

$\Leftrightarrow$

$$\boxed{a = -9}$$

Remplacer dans ce système a et b par les valeurs trouvées et résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système

$$\begin{cases} -2ax - y - 5b = 0 \\ \sqrt{3}x + y = 3 \end{cases}$$

En remplaçant a et b par leurs valeurs, le système devient :

$$\begin{cases} 18x - y + 35 = 0 \\ \sqrt{3}x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 18x - y = -35 \\ \sqrt{3}x + y = 3 \end{cases}$$

En ajoutant membre à membre ces deux équations, on obtient :

$$(18 + \sqrt{3})x = -32$$

 $\Leftrightarrow$

$$\boxed{x = \frac{-32}{18 + \sqrt{3}}}$$

On remplace la valeur de x dans l'une des équations pour trouver y :

$$\frac{-32}{18 + \sqrt{3}} \times \sqrt{3} + y = 3$$

 $\Leftrightarrow$

$$y = 3 - \frac{-32}{18 + \sqrt{3}} \times \sqrt{3}$$

 $\Leftrightarrow$

$$y = \frac{54 + 3\sqrt{3} + 32\sqrt{3}}{18 + \sqrt{3}}$$

 $\Leftrightarrow$

$$\boxed{y = \frac{54 + 35\sqrt{3}}{18 + \sqrt{3}}}$$

II GEOMETRIE

1) Un plan P est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Placer dans ce plan les points A, B et C donnés par leurs coordonnées

$A(-1,5 ; 2) ; B(1,5 ; -2) ; C(6,5 ; 8)$ et montrer que O est le milieu de [AB].

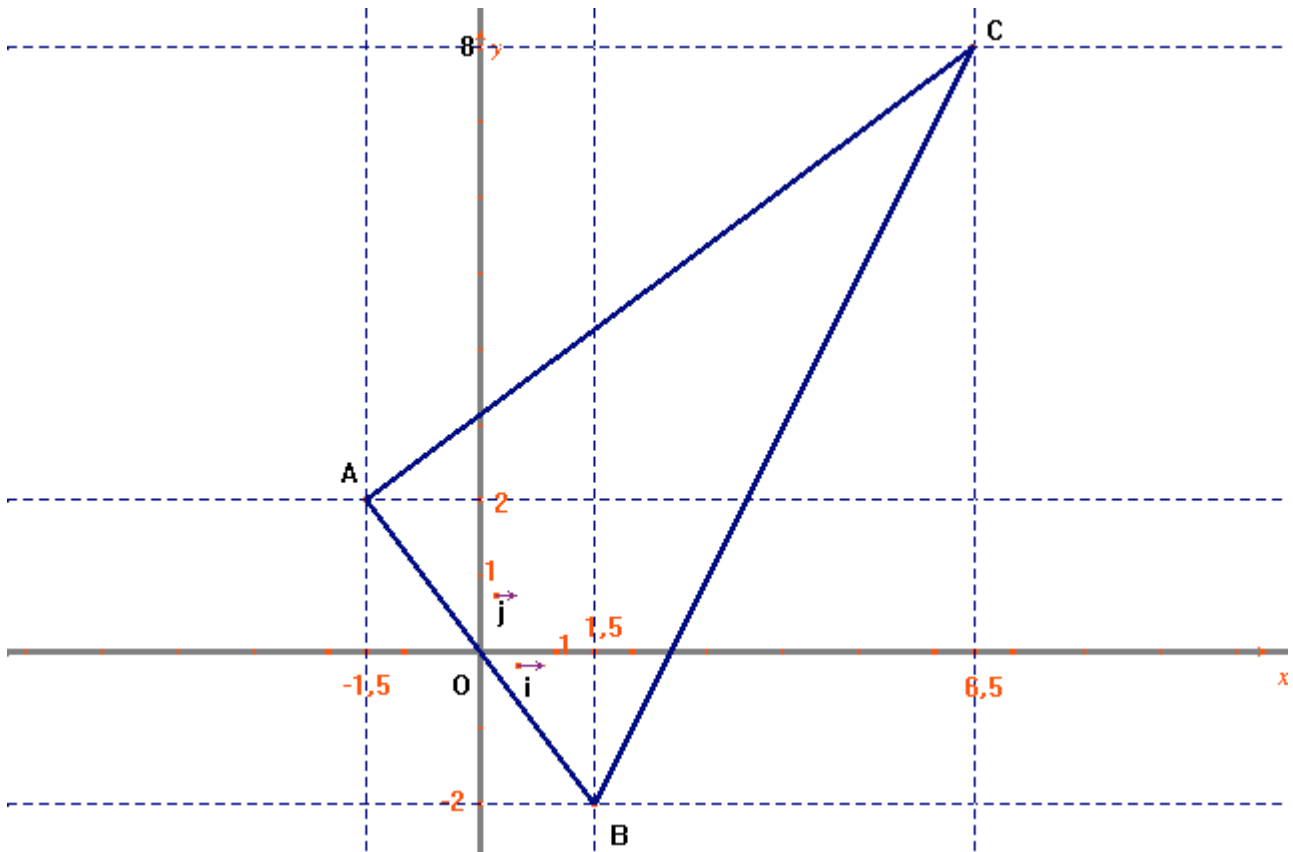
Cherchons les coordonnées du milieu de [AB].

$$\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1,5 + 1,5}{2} = 0$$

$$\frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$$

Donc le point de coordonnées (0 ; 0) est milieu de [AB].

D'où le point O est milieu de [AB].



2) Calculer les distances AB ; AC et BC et montrer que le triangle ABC est rectangle.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(1,5 - (-1,5))^2 + (-2 - (-2))^2} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$AC = \sqrt{(6,5 - (-1,5))^2 + (8 - (-2))^2} = \sqrt{(8)^2 + (6)^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$BC = \sqrt{(6,5 - 1,5)^2 + (8 - (-2))^2} = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$\boxed{AB = 5}$$

$$\boxed{AC = 10}$$

$$\boxed{BC = 5\sqrt{5}}$$

Montrons que $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (réciproque du théorème de Pythagore)

$$AB^2 = 25; AC^2 = 100; BC^2 = 125.$$

$$\left. \begin{array}{l} AB^2 + AC^2 = 125 \\ BC^2 = 125 \end{array} \right\} \quad AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ alors ABC est un triangle rectangle en A.}$$

3) Soit H la projection orthogonale de A sur la droite (BC).
Calculer BH ; CH ; et AH (on utilisera les relations métriques dans le triangle rectangle.)

$$BH \times BC = AB^2 \text{ alors } BH = \frac{AB^2}{BC}$$

$$BH = \frac{25}{5\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\boxed{BH = \sqrt{5}}$$

$$CH = BC - BH$$

$$CH = 5\sqrt{5} - \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$$\boxed{CH = 4\sqrt{5}}$$

$$AH^2 = BH \times CH$$

$$AH = \sqrt{4(\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5}$$

$$AH = 2\sqrt{5}$$

4) Soit B' et C' respectivement les projetés orthogonaux des points B et C sur l'axe (O, $\vec{j}$)

a) Calculer $\frac{BH}{BC}$ et $\frac{B'O}{B'C'}$.

$$\frac{BH}{BC} = \frac{\sqrt{5}}{5\sqrt{5}} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{B'O}{B'C'} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

b) Montrer avec précision que l'on peut en conclure que H appartient à l'axe (O, $\vec{i}$)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{BH}{BC} = \frac{1}{5} \\ \frac{B'O}{B'C'} = \frac{1}{5} \end{array} \right\} (BB') \parallel (OH)$$

B' étant le projeté orthogonal de B sur (O, $\vec{j}$), alors (BB') $\parallel$ (O, $\vec{i}$)

$$(BB') \parallel (OH) \quad (OH) \parallel (O, \vec{i})$$

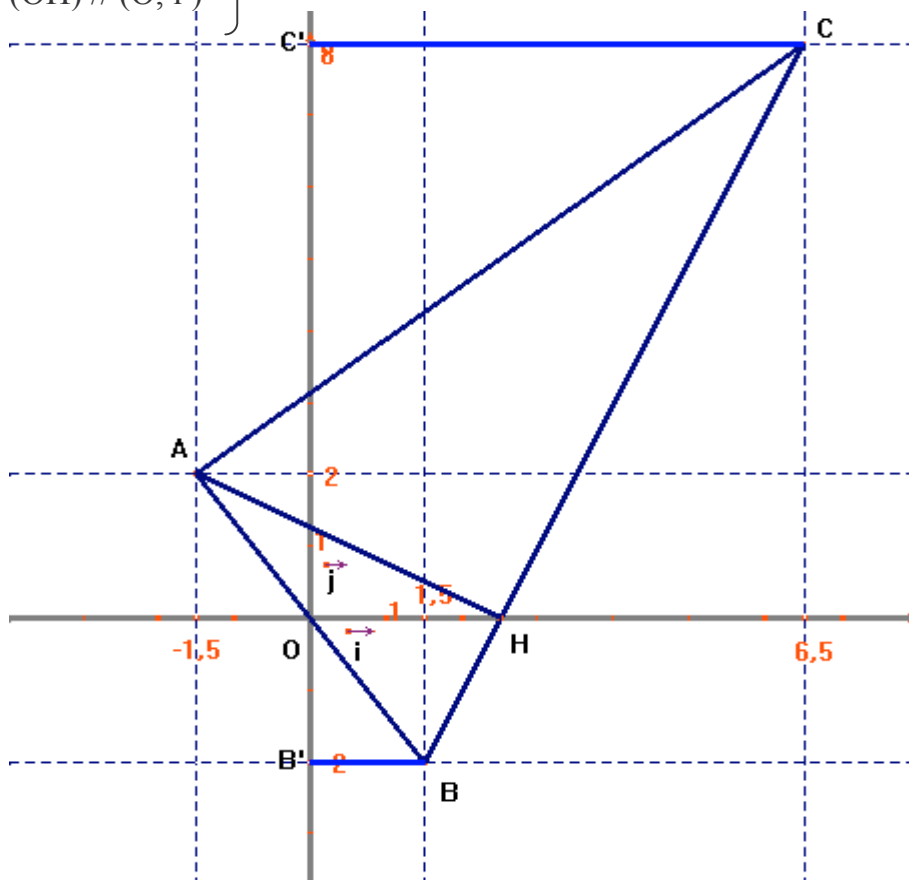
$$(BB') \parallel (O, \vec{i})$$

$$O \in (OH)$$

$$O \in (O, \vec{i})$$

$$(OH) \parallel (O, \vec{i})$$

$$(OH) = (O, \vec{i}) \text{ d'où } H \in (O, \vec{i})$$



EXAMEN DU BFEM –SESSION DE 1995 Sénégal
--

ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice : (3 pts)

1°/ On considère un segment [AB] de milieu I, démontrer que pour tout point M du plan,
 $\vec{MA} + \vec{MB} = 2 \vec{MI}$.

2°/ ABC est un triangle, on suppose qu'il existe un point H tel que $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{O}$.
 En utilisant I, milieu de [AB], démontrer que H est un point de [IC] .

Problème : (7 pts)

Soit un cône de révolution de sommet S et de base le cercle $\mathbb{C}$ de centre O et de rayon $R = a$. La distance OS est égale à $2a$.

1°) Calculer en fonction de a le volume du cône.

2°) Soit T un point qui décrit le cercle; calculer une mesure, selon le degré, de l'angle $\widehat{OST}$.

3°) NPQR est un carré inscrit dans le cercle de base $\mathbb{C}$.

Calculer en fonction de a le volume et l'aire totale de la pyramide régulière de sommet S et de base NPQR.

ACTIVITES NUMERIQUES :

Exercice : (4 pts)

Résoudre algébriquement le système (S) défini par :

$$(S) \begin{cases} x - y - 1 = 0 & (1) \\ 2x - y + 2 = 0 & (2) \\ -x + 3y + 9 = 0 & (3) \end{cases}$$

Interpréter géométriquement votre réponse. Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O, I, J).

Problème : (6pts)

On considère les expressions suivantes :

$$A(x) = (15x + 10)(-x + 5) - (12x + 8)(-7x + 2) - 5(9x^2 + 6x) \text{ et}$$

$$B(x) = (7x + 18)^2 - (-x + 1)^2$$

1°) Factoriser A(x) puis B(x)

2°) On considère l'expression q(x) définie par $q(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$.

3°) Simplifier l'expression q(x).

4°) Résoudre les équations suivantes : $q(x) = 0$; $q(x) = \frac{1}{2}$.

Calculer la valeur exacte de $q(\sqrt{2})$ (sans radical au dénominateur). En déduire une

valeur approchée à 10^{-3} près par défaut de $q(\sqrt{2})$ sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice : (3 pts)

1°/ On considère un segment $[AB]$ de milieu I , démontrer que pour tout point M du plan, $\vec{MA} + \vec{MB} = 2 \vec{MI}$.

$$\begin{aligned} I \text{ milieu de } [AB] \text{ alors } \vec{AI} &= -\vec{IB} \\ \vec{MA} + \vec{MB} &= \vec{MI} + \vec{IA} + \vec{MI} + \vec{IB} \quad (\text{Relation de Chasles}) \\ &= 2 \vec{MI} + (\vec{IA} + \vec{IB}) \\ &= 2 \vec{MI} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{IA} &= -\vec{IB} \\ \vec{IA} + \vec{IB} &= \vec{0} \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{MA} + \vec{MB} = 2 \vec{MI}}$$

2°/ ABC est un triangle, on suppose qu'il existe un point H tel que $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0}$. En utilisant I , milieu de $[AB]$, démontrer que H est un point de $[IC]$.

I milieu de $[AB]$ alors $\vec{HA} + \vec{HB} = 2 \vec{HI}$.

$$\begin{aligned} \vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 2 \vec{HI} + \vec{HC} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 2 \vec{HI} + \vec{HI} + \vec{IC} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 3 \vec{HI} + \vec{IC} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow -3 \vec{HI} &= \vec{IC} \\ \Leftrightarrow 3 \vec{IH} &= \vec{IC} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{HC} &= \vec{HI} + \vec{IC} \\ 2 \vec{HI} + \vec{HI} &= 3 \vec{HI} \end{aligned}$$

Donc les points I , H et C sont alignés dans cet ordre.

D'où $H \in [IC]$.

Problème : (7 pts)

Soit un cône de révolution de sommet S et de base le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon $R = a$. La distance OS est égale à $2a$.

1°) Calculer en fonction de a le volume du cône.

Soit $\mathcal{V}$ le volume du cône.

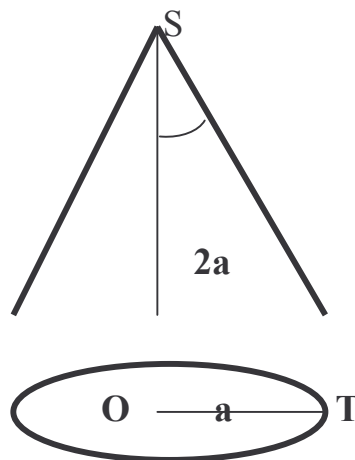
$$\mathcal{V} = \frac{\text{Aire de base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

$$\text{Aire de base} = a^2 \times \pi$$

$$\mathcal{V} = \frac{a^2 \times \pi \times 2a}{3} = \frac{2\pi a^3}{3}$$

$$\text{Hauteur} = 2a$$

$$\boxed{\mathcal{V} = \frac{2\pi a^3}{3}}$$



2°) Soit T un point qui décrit le cercle; calculer une mesure, selon le degré, de l'angle $\widehat{OST}$.

T est un point du cercle, donc $OT = a$.

Calculons la tangente de $\widehat{OST}$ puisqu'on connaît OS et OT.

OST est un triangle rectangle en O, alors $\text{tg } \widehat{OST} = \frac{OT}{OS}$.

$$\text{tg } \widehat{OST} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Angles	25°	26°	27°	28°
tangente	0,466	0,488	0,540	0,532

L'extrait de la table montre que :

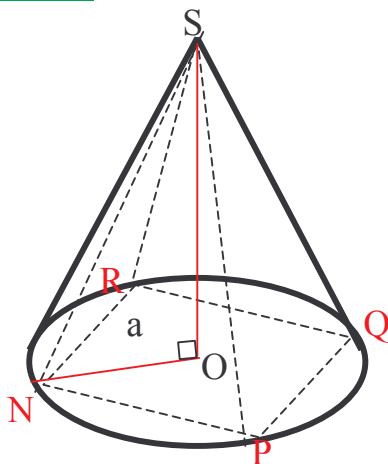
$$0,488 < \text{tg } \widehat{OST} < 0,540$$

$$\text{tg } 26^\circ < \text{tg } \widehat{OST} < \text{tg } 27^\circ$$

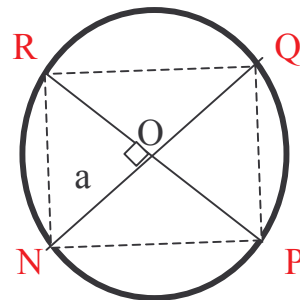
Donc $\widehat{OST} = 26^\circ$ à 1° près par défaut.

3°) NPQR est un carré inscrit dans le cercle $\mathcal{C}$.

Calculer en fonction de a le volume et l'aire totale de la pyramide régulière de sommet S et de base NPQR.



$$ON = a$$



Soit $\mathcal{V}_P$ le volume de la pyramide de sommet S et de base NPQR.

$$\mathcal{V}_P = \frac{\text{Aire_de_base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

$$\text{Aire_de_base} = a\sqrt{2} \times a\sqrt{2} = 2a^2$$

$$\mathcal{V}_P = \frac{2a^2 \times 2a}{3} = \frac{4a^3}{3}$$

$$\text{Hauteur} = 2a$$

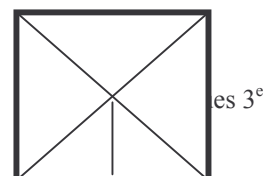
$$\boxed{\mathcal{V}_P = \frac{4a^3}{3}}$$

Soit $\mathcal{A}_T$ l'aire totale de la pyramide régulière de sommet S et de base NPQR.

$$\mathcal{A}_T = \text{Aire_de_base} + \text{Aire_latérale}$$

$$\text{Aire_latérale} = 4 \times \frac{SI \times NP}{2}$$

Les autoroutes du brevet



es 3°

$$NP = a\sqrt{2}$$

O

Calculons SI.

N I P N I P

Pour cela calculons d'abord OI.

OIN est un triangle rectangle en I : $OI^2 = ON^2 - NI^2$

$$NI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$NP = a\sqrt{2}$$

$$OI^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}$$

$$OI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$SI^2 = OI^2 + OS^2$$

$$SI^2 = \frac{a^2}{2} + 4a^2 = \frac{9a^2}{2}$$

$$SI = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Aire}_{\text{latérale}} = 4 \times \frac{3a\sqrt{2} \times a\sqrt{2}}{2 \times 2} = 6a^2$$

$$\text{Aire}_{\text{de base}} = 2a^2$$

$$\mathcal{A}_T = 6a^2 + 2a^2 = 8a^2$$

$$\mathcal{A}_T = 8a^2$$

ACTIVITES NUMERIQUES :

Exercice : (4 pts)

Résoudre algébriquement le système (S) défini par :

$$(S) \begin{cases} x - y - 1 = 0 & (1) \\ 2x - y + 2 = 0 & (2) \\ -x + 3y + 9 = 0 & (3) \end{cases}$$

On tire y de l'équation (1) puis on le remplace dans l'équation (2) ou (3) :

De (1) on a : $y = x - 1$

Dans (2) on a : $2x - (x - 1) + 2 = 0$

On résout cette équation à une inconnue en x.

$$2x - (x - 1) + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - x + 1 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

Calculons y dans l'équation $y = x - 1$ en remplaçant x par -3.

$$y = -3 - 1$$

$$y = -4$$

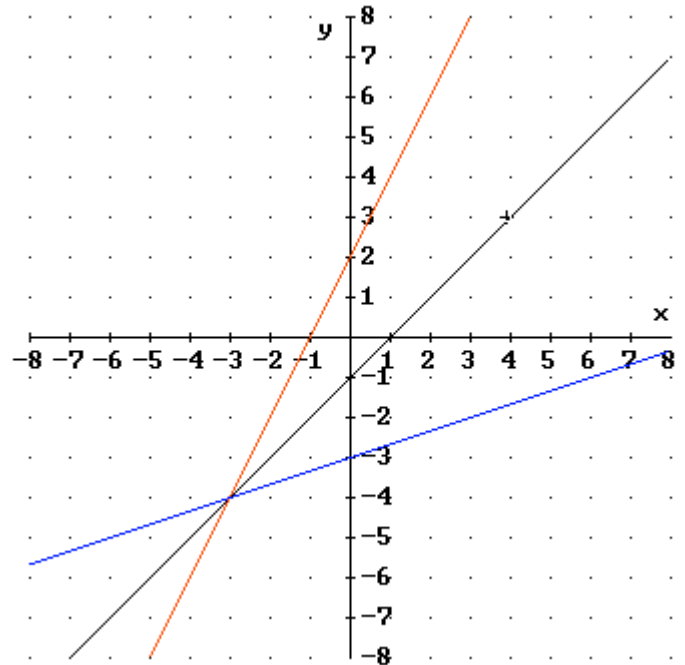
Vérifions si $x = -3$ et $y = -4$ vérifient l'équation (3).

$$\begin{aligned}
 -(-3) + 3(-4) + 9 &= 3 - 12 + 9 \\
 &= -9 + 9 \\
 &= 0 \text{ donc } -3 \text{ et } -4 \text{ vérifient l'équation (3).}
 \end{aligned}$$

Le système (S) a une solution unique : le couple $(-3 ; -4)$.

Interpréter géométriquement votre réponse. Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O, I, J) .

Les équations (1) ; (2) et (3) sont celles de droites qui se rencontrent en un point unique de coordonnées $(-3 ; -4)$.



Problème : (6pts)

On considère les expressions suivantes :

$$A(x) = (15x + 10)(-x + 5) - (12x + 8)(-7x + 2) - 5(9x^2 + 6x) \text{ et}$$

$$B(x) = (7x + 18)^2 - (-x + 1)^2$$

1°) Factoriser $A(x)$ puis $B(x)$

$$A(x) = (15x + 10)(-x + 5) - (12x + 8)(-7x + 2) - 5(9x^2 + 6x)$$

$$A(x) = 5(3x + 2)(-x + 5) - 4(3x + 2)(-7x + 2) - 5 \times 3x \times (3x + 2)$$

$$A(x) = (3x + 2)[5(-x + 5) - 4(-7x + 2) - 5 \times 3x]$$

$$A(x) = (3x + 2)(-5x + 25 + 28x - 8 - 15x)$$

$$A(x) = (3x + 2)(8x + 17)$$

$$B(x) = (7x + 18)^2 - (-x + 1)^2$$

$$B(x) = [(7x + 18) - (-x + 1)] \times [(7x + 18) + (-x + 1)]$$

$$B(x) = (7x + 18 + x - 1) \times (7x + 18 - x + 1)$$

$$B(x) = (8x + 17)(6x + 19)$$

2°) On considère l'expression $q(x)$ définie par $q(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$. Simplifier l'expression $q(x)$.

$$q(x) = \frac{(3x + 2)(8x + 17)}{(8x + 17)(6x + 19)}$$

Avant de simplifier $q(x)$, cherchons les valeurs de x pour lesquelles $q(x)$ n'est pas définie. Ces valeurs sont celles qui annulent le dénominateur.

Réolvons pour cela l'équation $(8x + 17)(6x + 19) = 0$.

$$(8x + 17)(6x + 19) = 0$$

$$\Leftrightarrow 8x + 17 = 0 \text{ ou } 6x + 19 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{17}{8} \text{ ou } x = -\frac{19}{6}$$

Pour $x \neq -\frac{17}{8}$ et $x \neq -\frac{19}{6}$:

$$q(x) = \frac{3x+2}{6x+19}$$

3) Résoudre les équations suivantes : $q(x) = 0$; $q(x) = \frac{1}{2}$.

$$q(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3x+2}{6x+19} = 0$$

Pour $x \neq -\frac{17}{8}$ et $x \neq -\frac{19}{6}$:

$$\frac{3x+2}{6x+19} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$q(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{3x+2}{6x+19} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3x+2}{6x+19} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2(3x + 2) = 6x + 19$$

$$\Leftrightarrow 6x + 4 = 6x + 19$$

$$\Leftrightarrow 0x = 15$$

Egalité impossible

4) Calculer la valeur exacte de $q(\sqrt{2})$ (sans radical au dénominateur). En déduire une valeur approchée à 10^{-3} près par défaut de $q(\sqrt{2})$ sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

$$q(\sqrt{2}) = \frac{3\sqrt{2}+2}{6\sqrt{2}+19}$$

En rendant rationnel le dénominateur on obtient :

$$q(\sqrt{2}) = \frac{(3\sqrt{2}+2)(6\sqrt{2}-19)}{(6\sqrt{2}+19)(6\sqrt{2}-19)} = \frac{36-57\sqrt{2}+12\sqrt{2}-38}{72-361}$$

$$q(\sqrt{2}) = \frac{-45\sqrt{2}-2}{-289} = \frac{2+45\sqrt{2}}{289}$$

$$q(\sqrt{2}) = \frac{2+45\sqrt{2}}{289}$$

Encadrons $q(\sqrt{2})$ à 10^{-3} près:

$$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$$

$$63,63 < 45\sqrt{2} < 63,675$$

$$65,63 < 2 + 45\sqrt{2} < 65,675$$

$$0,2270 < \frac{2+45\sqrt{2}}{289} < 0,2272$$

$$0,227 < q(\sqrt{2}) < 0,228$$

$q(\sqrt{2}) = 0,227 \text{ à } 10^{-3} \text{ près par défaut}$

EXAMEN DU BFEM-SESSION DE 1997
Sénégal

Exercice 1*

Sur une période donnée les recettes d'une essencerie se répartissent comme suit :

Carburant	Essence ordinaire	Gasoil	Essence super	Mélange
% de toutes les recettes	30%	40%	25%	5%

- 1) Représente cette série par un diagramme semi-circulaire
- 2) Sachant que l'essence ordinaire vendue représente une somme de 126000 F et que 42 litres de mélange ont été vendus ; trouver :
 - a°) La somme rapportée par le gasoil
 - b°) Le prix du litre de mélange.

Exercice 2**

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 8\text{cm}$ et $AC = 4\text{ cm}$.
Calculer BC puis faire une figure.

- 1) Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC)
 - On donne $AB^2 = BH \times BC$ et $AC^2 = CH \times BC$.
 - Calculer BH. CH puis AH.
- 2) La parallèle à la droite (AH) passant par C coupe (AB) en E. Calculer AE puis en déduire EC.
- 3) Calculer $\sin E$. faire une figure complète

Exercice 3**

(O, I, J) est un repère du plan, les point A $(-4 ; 4)$, B $(-9 ; -6)$; C $(1 ; -1)$ et D $(6 ; 9)$.

- 1) Donner les composants des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ puis la nature du triangle ABC.
- 2) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse.
- 3) Montrer que le point E $(2 ; -8)$ est symétrique de A par rapport à (BC).

EXAMEN DU BFEM- SESSION DE 1997
CORRIGE

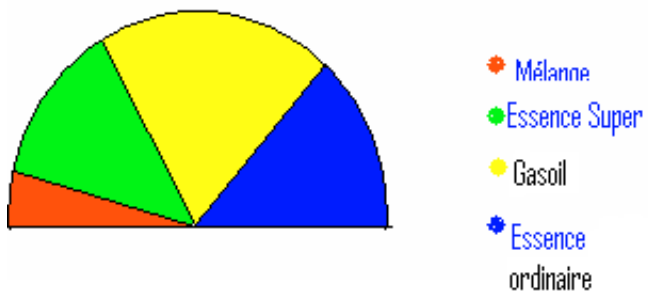
Exercice 1*

Sur une période donnée les recettes d'une essencerie se repartissent comme suit :

Carburant	Essence ordinaire	Gasoil	Essence super	Mélange
% de toutes les recettes	30%	40%	25%	5%

1) Représente cette série par un diagramme semi-circulaire :

Diagramme semi-circulaire



Carburant	Essence ordinaire	Gasoil	Essence super	Mélange	Total
% de toutes les recettes	30%	40%	25%	5%	100%
Secteurs angulaires	54°	72°	45°	9°	180°

2) Sachant que l'essence ordinaire vendue représente une somme de 126000 F et que 42 litres de mélange ont été vendus, trouver :

a) La somme rapportée par le gasoil

Carburant	Essence ordinaire	Gasoil	Essence super	Mélange
% de toutes les recettes	30%	40%	25%	5%

Le montant total de la recette : $\frac{126000 \times 100}{30} = 420000 \text{ F}$

La somme rapportée par le gasoil : $\frac{420000 \times 40}{100} = 168000 \text{ F}$

b) Le prix du litre de mélange...

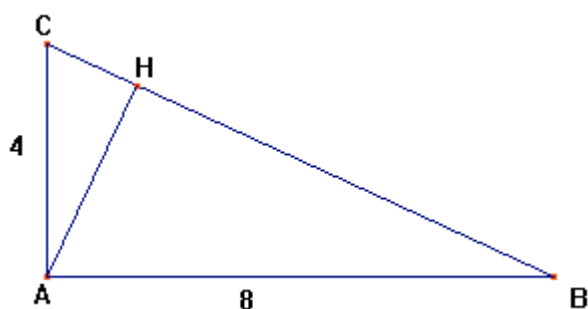
La somme rapportée par le mélange : $\frac{168000}{8} = 21000 \text{ F}$

Le prix du litre de mélange est alors : $\frac{21000}{42} = 500 \text{ F}$

Exercice 2**

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB = 8cm et AC = 4 cm.

1) Calculer BC puis faire une figure :



Calculons BC sachant que ABC est un triangle rectangle en A.

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ (Théorème de Pythagore)

$$BC^2 = 16 + 64$$

$$BC^2 = 80$$

$$80 = 16 \times 5$$

$$BC = 4\sqrt{5}$$

$$BC = 4\sqrt{5} \text{ cm}$$

2) Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC) :

On donne $AB^2 = BH \times BC$ et $AC^2 = CH \times BC$. Calculer BH, CH puis AH.

$$BH = \frac{AB^2}{BC}$$

$$BH = \frac{8^2}{4\sqrt{5}} = \frac{16}{\sqrt{5}}$$

$$BH = \frac{16\sqrt{5}}{5} \text{ cm}$$

$$CH = \frac{AC^2}{BC} = \frac{4^2}{4\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$CH = \frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ cm}$$

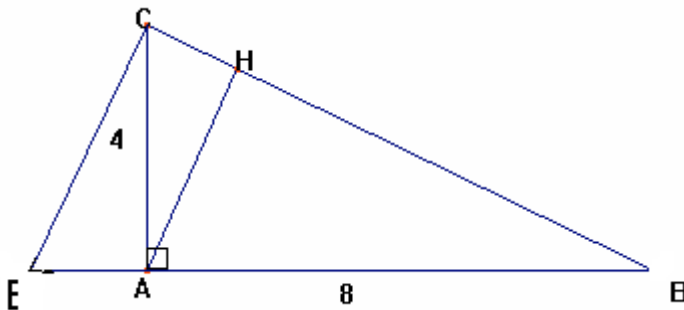
$$AH = \frac{AB \times AC}{BC}$$

$$AH = \frac{8 \times 4}{4\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

$$AH = \frac{8\sqrt{5}}{5} \text{ cm}$$

2) La parallèle à la droite (AH) passant par C coupe (AB) en E. Calculer AE puis en déduire EC.

ACE est un triangle rectangle en C.



A est le pied de la hauteur issue de C dans le triangle ECB.

On a alors :

$$AC^2 = AE \times AB$$

$$AE = \frac{AC^2}{AB}$$

$$AE = \frac{4^2}{8} = 2$$

$$AE = 2 \text{ cm}$$

$$EC^2 = AE^2 + AC^2$$

$$EC^2 = 2^2 + 4^2$$

$$EC^2 = 18$$

$$EC = 2\sqrt{3}$$

$$EC = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

4) Calculer sin E. Faire une figure complète :

$$\sin E = \frac{AC}{EC} = \frac{4}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin E = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Exercice 3**

(O, I, J) est un repère du plan. A (-4 ; 4), B (-9 ; -6), C(1 ; -1) et D(6 ; 9) sont des points du plan.

1) Donner les composantes des vecteurs AB et AC puis la nature du triangle ABC

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} -9+4 \\ -6-4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} -5 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} \begin{pmatrix} 1+9 \\ -1+6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} 1+4 \\ -1-4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Calculons les trois côtés du triangle ABC.

$$AB = \sqrt{(-5)^2 + (-10)^2} = \sqrt{25 + 100} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{5^2 + (-5)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

On voit que $AB = BC$; alors ABC est un triangle isocèle de sommet principal B.

2) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse

$$\vec{DC} \begin{pmatrix} 1-6 \\ -1-9 \end{pmatrix}$$

$$\vec{DC} \begin{pmatrix} -5 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$\vec{AB} = \vec{DC}$ alors ABCD est un parallélogramme.

ABCD est un parallélogramme } alors ABCD est un losange.
 AB = BC

3) Montrer que le point E(2 ; -8) est symétrique de A par rapport à (BC).

Calculons CE et BE.

$$CE = \sqrt{(2-1)^2 + (-8+1)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$BE = \sqrt{(2+9)^2 + (-8+6)^2} = \sqrt{121+4} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

AC = CE alors C appartient à la médiatrice de [AE] } (BC) est la médiatrice de [AE]
 AB = BE alors B appartient à la médiatrice de [AE] } d'où E est le symétrique de A par rapport à (BC).

EXAMEN DU BFEM-SESSION DE 1998

Sénégal

Exercice 1*

Assane et Ousseynou désirent acheter en commun un magnétophone qui coûte 20 000 F. les économies de Ousseynou représentent les $\frac{4}{5}$ de celles de Assane. S'ils réunissent leurs économies, il leur manque 2720 F pour effectuer leur achat. Calculer le montant des économies de chacun.

Exercice 2**

- 1) On donne $A = \sqrt{121} - 2\sqrt{112} + \sqrt{63} - \sqrt{81}$. Ecrire A sous la forme $a + b\sqrt{c}$ (a, b et c sont des entiers relatifs).
- 2) Soit $B(x) = x^2 - 1 + (x + 7)(2x - 2)$
 - a) Factoriser B(x)
 - b) Développer, réduire, puis ordonner B(x)
- 3) Soit l'expression $q(x) = \frac{\quad}{(x-1)(x+7)}$
 - a) Etablir la condition d'existence de q(x) et la simplifier
 - b) Calculer q(x) pour $x = \sqrt{2}$ et $x = -1$

Exercice 3**

les parties II et III sont indépendantes :

- a. (ABCD) est un trapèze rectangle de base [AB] et [DC] tel que AB = 6 cm, DC = 4 cm et AD = 3 cm. Calculer l'aire de ce trapèze
- b. Une pyramide de sommet S et de base le trapèze ABCD a pour hauteur SA = 8cm. Faire une figure soignée
 Préciser la nature de SAB et calculer SB. Calculer $\sin \widehat{ABS}$
- c. Un plan P sectionne la pyramide ABCDS parallèlement à sa base ABCD à $\frac{1}{3}$ de sa hauteur SA (à partir de A) et coupe respectivement les cotés [SA], [SB], [SC] et [SD] en I, J, K et L
 - 1) Compléter votre figure et préciser la nature de la section IJKL

- 2) Montrer que $\frac{IJ}{AB} = \frac{2}{3}$ et en déduire IJ.
- 3) Calculer le volume de la pyramide (ABCD).
En déduire le volume de la pyramide (IJKLS).

EXAMEN DU BFEM-SESSION DE 1998
CORRIGE

Exercice 1*

Assane et Ousseynou désirent acheter en commun un magnétophone qui coûte 20 000 F. les économies de Ousseynou représentent les $\frac{4}{5}$ de celles de Assane. S'ils réunissent leurs économies, il leur manque 2720 F pour effectuer leur achat.
Calculer le montant des économies de chacun.

Soit x le montant des économies de Assane.

Le montant y des économies de Ousseynou en fonction de x est alors: $y = \frac{4}{5}x$.

$$x + \frac{4}{5}x = 20000 - 2720$$

$$\frac{9}{5}x = 17280$$

$$x = \frac{17280 \times 5}{9} = 9600$$

$x = 9600F$

$$y = 9600 \times \frac{4}{5} = 7680$$

$y = 7680F$

Exercice 2**

On donne $A = \sqrt{121} - 2\sqrt{112} + \sqrt{63} - \sqrt{81}$.

1) Ecrire A sous la forme $a + b\sqrt{c}$ (a, b et c sont des entiers relatifs).

$$A = \sqrt{121} - 2\sqrt{112} + \sqrt{63} - \sqrt{81}$$

$$A = 11 - 2 \times 4\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 9$$

$A = 2 - 5\sqrt{7}$

$a = 2$

$b = -5$

$c = 7$

2) Soit $B(x) = x^2 - 1 + (x + 7)(2x - 2)$

a) Factoriser B(x)

$$B(x) = x^2 - 1 + (x + 7)(2x - 2)$$

$$B(x) = (x - 1)(x + 1) + 2(x + 7)(x - 1)$$

$$B(x) = (x - 1)[(x + 1) + 2(x + 7)]$$

$$2x - 2 = 2(x - 1)$$

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

$$2(x + 7) = 2x + 14$$

$$B(x) = (x-1)(3x+15)$$

$$3x+15 = 3(x+5)$$

$$B(x) = 3(x-1)(x+5)$$

b) Développer, réduire, puis ordonner B(x)

$$B(x) = (x-1)(3x+15)$$

$$B(x) = 3x^2 + 15x - 3x - 15$$

$$B(x) = 3x^2 + 12x - 15$$

le développement est plus facile
à partir de la forme factorisée.

$$3) \text{ Soit l'expression } q(x) = \frac{B(x)}{(x-1)(x+7)}$$

a) Etablir la condition d'existence de q(x) et la simplifier

Condition d'existence :

$$q(x) \text{ existe pour } (x-1)(x+7) \neq 0$$

Réolvons l'équation $(x-1)(x+7) = 0$ pour déterminer les valeurs pour lesquelles $q(x)$ n'a pas de sens. On en déduit ensuite les valeurs pour lesquelles $q(x)$ existe.

$$(x-1)(x+7) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-1=0 \text{ ou } x+7=0$$

$$\Leftrightarrow x=1 \text{ ou } x=-7$$

$$q(x) \text{ existe alors pour } x \neq 1 \text{ et } x \neq -7$$

Simplification :

$$\text{Pour } x \neq 1 \text{ et } x \neq -7 : q(x) = \frac{3(x+5)}{x+7}$$

a) Calculer q(x) pour $x = \sqrt{2}$ et $x = -1$

$$\text{Pour } x = \sqrt{2} : q(\sqrt{2}) = \frac{3(\sqrt{2}+5)}{\sqrt{2}+7}$$

$$q(\sqrt{2}) = \frac{3(\sqrt{2}+5)}{\sqrt{2}+7} = \frac{3(\sqrt{2}+5)(\sqrt{2}-7)}{(\sqrt{2}+7)(\sqrt{2}-7)} = \frac{3(2-2\sqrt{2}-35)}{2-49}$$

$$q(\sqrt{2}) = \frac{-6\sqrt{2}-99}{-47} = \frac{6\sqrt{2}+99}{47}$$

$$\text{Pour } x = -1 : q(-1) = \frac{3(-1+5)}{-1+7} = \frac{12}{6} = 2 \quad q(-1) = 2$$

Exercice 3**

les parties II et III sont indépendantes :

1) (ABCD) est un trapèze rectangle de base [AB] et [DC] tel que AB = 6 cm, DC = 4 cm et AD = 3 cm. Calculer l'aire de ce trapèze

L'aire du trapèze est donnée par la formule : $\frac{\text{somme des bases} \times \text{hauteur}}{2}$

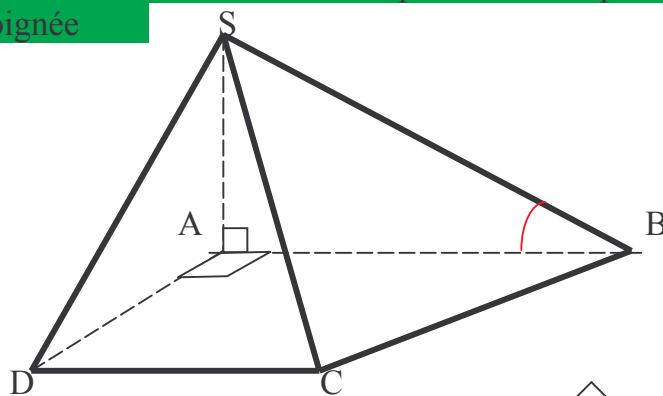
$$A(ABCD) = \frac{(AB + DC) \times AD}{2}$$

$$A(ABCD) = \frac{(6+4) \times 3}{2} = 15$$

$$A(ABCD) = 15 \text{ cm}^2$$



2) Une pyramide de sommet S et de base le trapèze ABCD a pour hauteur SA = 8cm.
Faire une figure soignée



3) Préciser la nature de SAB et calculer SB. Calculer $\sin \widehat{ABS}$

SAB est un triangle rectangle en A.

$$SB^2 = AS^2 + AB^2$$

$$SB^2 = 8^2 + 6^2$$

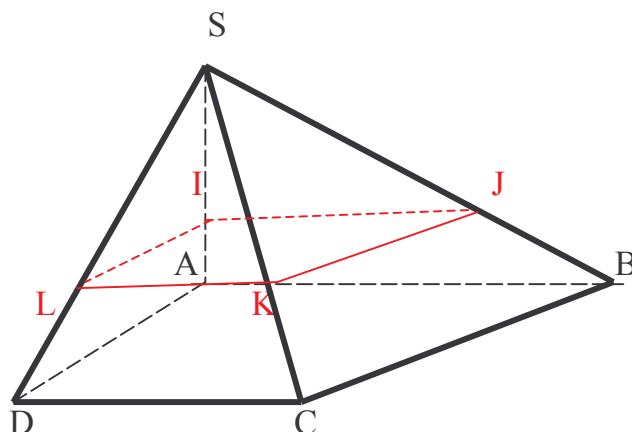
$$SB^2 = 100$$

$$SB = 10$$

$$\sin \widehat{ABS} = \frac{AS}{BS} = \frac{8}{10} = 0,8$$

$SB = 10 \text{ cm}$
$\sin \widehat{ABS} = 0,8$

4) Un plan P sectionne la pyramide ABCDS parallèlement à sa base ABCD à $\frac{1}{3}$ de sa hauteur SA (à partir de A) et coupe respectivement les cotés [SA], [SB], [SC] et [SD] en I, J, K et L. Compléter votre figure et préciser la nature de la section IJKL.



IJKL est un trapèze rectangle. Il est une réduction du trapèze ABCD.

5) Montrer que $\frac{IJ}{AB} = \frac{2}{3}$ et en déduire IJ.

$$\frac{IJ}{AB} = \frac{SI}{AS}$$

$$\text{Or } SI = \frac{2}{3} AS$$

$$\text{Donc } \frac{IJ}{AB} = \frac{\frac{2}{3} AS}{AS} = \frac{2AS}{3AS} = \frac{2}{3}$$

$$IJ = \frac{2}{3} AB = \frac{2 \times 6}{3} = 4$$

$$AI = \frac{1}{3} AS$$

$\frac{IJ}{AB} = \frac{2}{3}$

$IJ = 4 \text{ cm}$

6) Calculer le volume de la pyramide (ABCD). En déduire le volume de la pyramide (IJKL).

$$V(ABCD) = \frac{A(ABCD) \times AS}{3}$$

$$V(ABCD) = \frac{15 \times 8}{3} = 40$$

$$V(ABCD) = 40 \text{ cm}^3$$

$$V(IJKL) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times V(ABCD)$$

$$V(IJKL) = \frac{8 \times 40}{27} = 11,85$$

$$V(IJKL) = 11,85 \text{ cm}^3$$

EXAMEN DU BFEM-SESSION DE 1999 Sénégal

Exercice 1

On considère les expressions suivantes :

$$A(x) = (x - 2)(x + 5) - (2 - x)(3 - x) + x^2 - 4$$

$$B(x) = x^2 - 4x + 4 - (3x - 6)$$

- 1) Factoriser $A(x)$ et $B(x)$.
- 2) Développer et réduire $A(x)$ et $B(x)$.
- 3) Calculer $A(0)$ et $A(\sqrt{3})$.

4) Soit $E(x)$ le quotient défini par $E(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$

Pour quelles valeurs de x , $E(x)$ n'a pas de sens ?

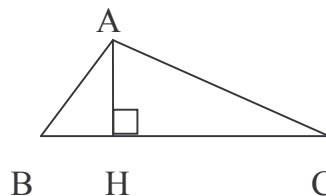
Donner une écriture simplifiée de $E(x)$.

Exercice 2**

Sur la figure suivante $AB = 18$; $AH = 12$; $\sin \hat{ACB} = \frac{4}{5}$; (AH) est la perpendiculaire à (BC) .

- 1) Calculer la valeur exacte de AC et de BC ($BC = BH + HC$)
- 2) La parallèle à (BC) passant par le point E

de $[AB]$ tel que $BE = 6$, coupe (AC) en F .
Calculer AF .



Exercice 3**

Tracer un cercle (C) de centre O et de diamètre $AB = 6$.

Soit M un point du cercle (C) tel que $\angle AOM = 60^\circ$.

La tangente en M à (C) coupe (AB) en N .

- 1) Quelle est la nature des triangles AMO , NMO , NAM . ?
Pour chaque triangle justifier la réponse.
- 2) Calculer MN .

- 3) Soit I l'image de O dans la translation de vecteur $\vec{AM}$,
précise la nature du quadrilatère AMIO.
- 4) Soit E le point diamétralement opposé à I, montre que le quadrilatère AMOE est un losange. En déduire que (AB) est la bissectrice de l'angle $\widehat{MNE}$.

EXAMEN DU BFEM-SESSION DE 1999 CORRIGE

Exercice 1*

On considère les expressions suivantes :

$$A(x) = (x - 2)(x + 5) - (2 - x)(3 - x) + x^2 - 4$$

$$B(x) = x^2 - 4x + 4 - (3x - 6)$$

1) Factoriser A(x) et B(x).

$$A(x) = (x - 2)(x + 5) - (2 - x)(3 - x) + x^2 - 4$$

$$- (2 - x) = +(x - 2)$$

$$A(x) = (x - 2)(x + 5) + (x - 2)(3 - x) + (x - 2)(x + 2)$$

$$A(x) = (x - 2)[(x + 5) + (3 - x) + (x + 2)]$$

$$A(x) = (x - 2)(x + 10)$$

$$A(x) = (x - 2)(x + 10)$$

$$B(x) = x^2 - 4x + 4 - (3x - 6)$$

$$B(x) = (x - 2)(x - 2) - 3(x - 2)$$

$$B(x) = (x - 2)[(x - 2) - 3]$$

$$B(x) = (x - 2)(x - 5)$$

$$B(x) = (x - 2)(x - 5)$$

2) Développer et réduire A(x) et B(x).

$$A(x) = (x - 2)(x + 10)$$

$$A(x) = x^2 + 10x - 2x - 20$$

$$A(x) = x^2 + 8x - 20$$

$$A(x) = x^2 + 8x - 20$$

$$B(x) = (x - 2)(x - 5)$$

$$B(x) = x^2 - 5x - 2x + 10$$

$$B(x) = x^2 - 7x + 10$$

$$B(x) = x^2 - 7x + 10$$

3) Calculer A(0) et A($\sqrt{3}$).

$$A(0) = 0^2 + 8 \cdot 0 - 20$$

$$A(0) = -20$$

$$A(0) = -20$$

$$A(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 + 8\sqrt{3} - 20$$

$$A(\sqrt{3}) = 3 + 8\sqrt{3} - 20 = -17 + 8\sqrt{3}$$

$$A(\sqrt{3}) = -17 + 8\sqrt{3}$$

4) Soit $E(x)$ le quotient défini par $E(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$.

Pour quelles valeurs de x , $E(x)$ n'a pas de sens ?

$E(x)$ n'a pas de sens pour $B(x) = 0$.

$$B(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-2 = 0 \text{ ou } x-5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = 5$$

$E(x)$ n'a pas de sens pour $x = 2$ ou $x = 5$.

5) Donner une écriture simplifiée de $E(x)$.

$$E(x) = \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x-5)}$$

Pour $x \neq 2$ et $x \neq 5$: $E(x) = \frac{x+10}{x-5}$

$$E(x) = \frac{x+10}{x-5}$$

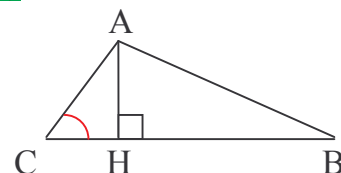
Exercice 2**

Sur la figure suivante, $AB = 18$; $AH = 12$; $\sin \widehat{ACB} = \frac{4}{5}$. (AH) est la perpendiculaire à (BC) .

1) Calculer la valeur exacte de AC et de BC ($BC = BH + HC$)

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AH}{AC}$$

$$AC = \frac{AH}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{12}{\frac{4}{5}} = \frac{12 \times 5}{4} = 15$$



$$AC = 15$$

$$BH^2 = AB^2 - AH^2$$

$$BH^2 = 18^2 - 12^2$$

$$BH^2 = 180$$

$$BH = 6\sqrt{5}$$

$$BC = BH + HC = 9 + 6\sqrt{5}$$

$$HC^2 = AC^2 - AH^2$$

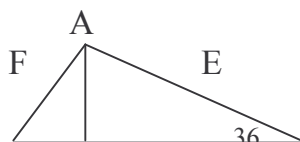
$$HC^2 = 15^2 - 12^2$$

$$HC^2 = 81$$

$$HC = 9$$

$$BC = 9 + 6\sqrt{5}$$

2) La parallèle à (BC) passant par le point E de $[AB]$ tel que $BE = 6$, coupe (AC) en F .
calculer AF



C H B

On utilise le théorème de Thalès :

$\left. \begin{array}{l} \text{A, E et B sont alignés} \\ \text{A, F et C sont alignés} \\ \text{(EF) // (BC)} \end{array} \right\} \text{ alors, } \frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$

$$\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB} \text{ donc } AF = \frac{AE \times AC}{AB}$$

$$AF = \frac{12 \times 15}{18} = 10$$

AF = 10

Exercice 3**

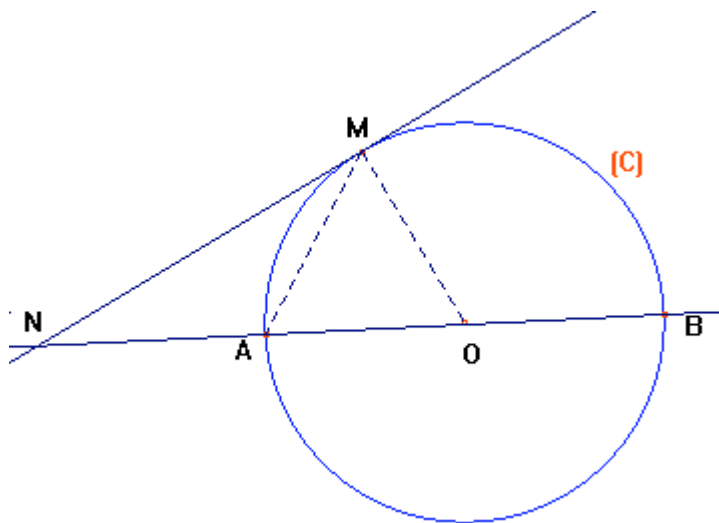
Tracer un cercle (C) de centre O de diamètre AB = 6 cm.

Soit M un point du cercle (C) tel que $\widehat{AOM} = 60^\circ$

La tangente en M à (C) coupe (AB) en N.

1) Quelle est la nature des triangles AMO, NMO, NAM ?

Pour chaque triangle justifier la réponse.



$\left. \begin{array}{l} OA = \text{rayon} \\ OM = \text{rayon} \end{array} \right\} OA = OM \text{ donc } \triangle AMO \text{ est un triangle isocèle de sommet principal O.}$

$$\widehat{AOM} = 60^\circ \text{ donc } \widehat{OMA} + \widehat{MAO} = 120^\circ$$

$$\text{Or } \widehat{OMA} = \widehat{MAO} = 60^\circ$$

Par conséquent : AMO est un triangle équilatéral

(NM) étant tangente au cercle en M donc $(NM) \perp (MO)$

D'où : NMO est un triangle rectangle en M

Par conséquent : $AM = AN$

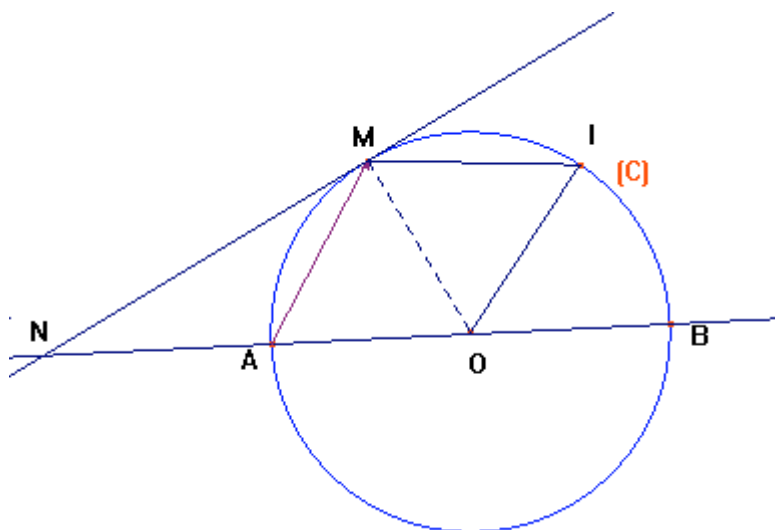
2) Calculer MN.

$$NM^2 = 6^2 - 3^2$$

$$NM^2 = 25$$

$$\text{NM} = 5$$

3) Soit I l'image de O dans la translation de vecteur $\vec{AM}$.
précise la nature du quadrilatère AMIO.



AMIO est un parallélogramme

} alors

AMIO est un losange.

4) Soit E le point diamétralement opposé à I. Montre que le quadrilatère AMOE est un losange. En déduire que (AB) est la bissectrice de l'angle MNE.

- 4) Déterminer la note médiane (0,5pt)
 5) Construire le diagramme circulaire de la série. 2,5 (1,5 pt pour les angles, 1 pt pour le disque)

II. Activités géométriques

Exercice 1 : Un entrepreneur des travaux publics doit aménager le long des allées d'une avenue des bancs en béton. Il hésite entre deux modèles :

- le modèle 1 : a la forme d'un tronc de cône de révolution dont les bases parallèles ont respectivement 20 cm et 10 cm de rayons.
- Le modèle 2 : a la forme d'un tronc de pyramide dont les bases parallèles sont des carrés de côtés respectifs 40 cm et 20 cm.

Les deux modèles ont une hauteur de 50 cm

1) Représenter chaque modèle

2) Sachant que le modèle le moins volumineux est le plus économique pour l'entrepreneur, aidez-le à faire le bon choix.

Fig modèle 1 (1pt) ; fig. modèle 2 (1 pt) – Vol. modèle 1 (2,5 pts) ; Vol. modèle 2 (2,5 pts) ; choix justifié (1 pt)

Exercice 2 : On considère un triangle ABC tel que $AB = 5$ cm ; $AC = 6$ cm et $BC = 7$ cm. Soit I le milieu de $[BC]$.

- 1) Construire G, le centre de gravité du triangle ABC. (0,5pt)
 2) Sachant que $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{O}$, démontrer que pour tout point M du plan,
 on a : $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3 \vec{MG}$ (1,5pt)

EXAMEN DU BFEM- SESSION DE 2003 CORRIGE

I-Activités numériques :

1) Développer, Réduire et ordonner

$$H(x) = 4(x + \sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3}(x + \sqrt{3}) + 3$$

En utilisant la formule

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$= 4(x^2 + 2x\sqrt{3} + 3) - 4\sqrt{3}x - 4 \times 3 + 3$$

$$(x + \sqrt{3})^2 = x^2 + 2x\sqrt{3} + 3$$

$$= 4x^2 + 8x\sqrt{3} + 12 - 4\sqrt{3}x - 9$$

En utilisant la distributivité:

$$= 4x^2 + 4x\sqrt{3} + 3$$

$$- 4\sqrt{3}(x + \sqrt{3}) = -4\sqrt{3}x - 4 \times 3$$

Suivant les puissances décroissantes :

$$H(x) = 4x^2 + 4x\sqrt{3} + 3$$

Suivant les puissances croissantes :

$$H(x) = 3 + 4x\sqrt{3} + 4x^2$$

$$G(x) = (2x + \sqrt{3})^2$$

En utilisant la formule $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$= 4x^2 + 4x\sqrt{3} + 3$$

$$(2x + \sqrt{3})^2 = 4x^2 + 4x\sqrt{3} + 3$$

Suivant les puissances décroissantes :

$$G(x) = 4x^2 + 4x\sqrt{3} + 3$$

Suivant les puissances croissantes :

$$G(x) = 3 + 4x\sqrt{3} + 4x^2$$

2) En déduire une factorisation de H(x) :

On peut remarquer que H(x) et G(x) ont la même forme réduite.

Par conséquent : $H(x) = G(x)$

D'où : $H(x) = (2x + \sqrt{3})^2$

$$H(x) = (2x + \sqrt{3})(2x + \sqrt{3})$$

3) On pose $Q(x) = \sqrt{H(x)}$:

$$Q(x) = \sqrt{(2x + \sqrt{3})^2} = |2x + \sqrt{3}|$$

on utilise la formule $\sqrt{a^2} = |a|$

$$Q(x) = |2x + \sqrt{3}|$$

a) Résoudre l'équation $Q(x) = 2\sqrt{3}$:

$$|2x + \sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$$

on utilise la formule :

$$\Leftrightarrow 2x + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ ou } 2x + \sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

$$|a| = b \Leftrightarrow a = b \text{ ou } a = -b$$

$$\Leftrightarrow 2x = \sqrt{3} \text{ ou } 2x = -3\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ou } x = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

b) Résoudre l'équation $Q(x) = \frac{2}{3}$:

$$\begin{aligned} |2x + \sqrt{3}| &= \frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow 2x + \sqrt{3} &= \frac{2}{3} \text{ ou } 2x + \sqrt{3} = -\frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow 2x &= \frac{2}{3} - \sqrt{3} \text{ ou } 2x = -\frac{2}{3} - \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{2 - 3\sqrt{3}}{6} \text{ ou } x = \frac{-2 - 3\sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

c) Dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, représenter $Q(x)$:

$$Q(x) = |2x + \sqrt{3}|$$

$$\text{Si } 2x + \sqrt{3} > 0 \text{ alors } Q(x) = 2x + \sqrt{3}$$

$$\text{Si } 2x + \sqrt{3} < 0 \text{ alors } Q(x) = -2x - \sqrt{3}$$

$$\text{Si } 2x + \sqrt{3} = 0 \text{ alors } Q(x) = 0$$

En résumé :

$$\text{Sur } \left] -\infty; -\frac{\sqrt{3}}{2} \right[: Q(x) = -2x - \sqrt{3}$$

$$\text{Pour } x = -\frac{\sqrt{3}}{2} : Q(x) = 0$$

$$\text{Sur } \left] -\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty \right[: Q(x) = 2x + \sqrt{3}$$

Représentation graphique :

$$\text{Sur } \left] -\infty; -\frac{\sqrt{3}}{2} \right[: y = -2x - \sqrt{3}$$

$$\text{Pour } x = -\frac{\sqrt{3}}{2} : y = 0$$

$$\text{Sur } \left] -\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty \right[: y = 2x + \sqrt{3}$$

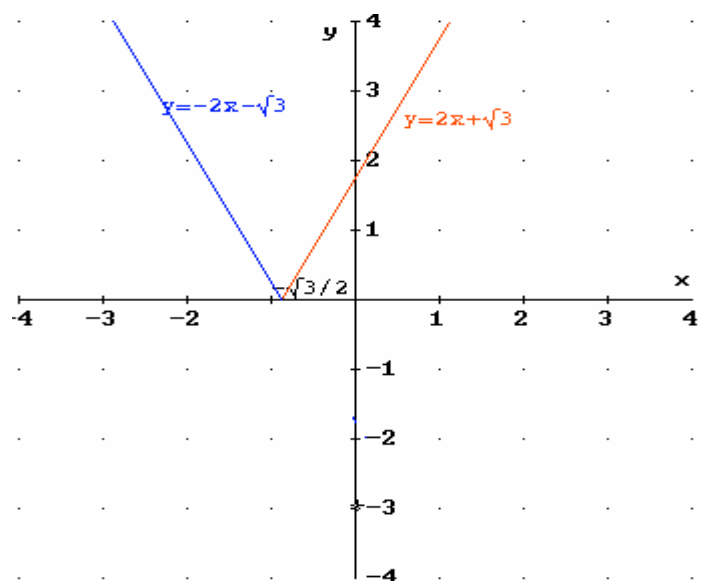
$$2x + \sqrt{3} > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2x + \sqrt{3} < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Sous forme de tableau :

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$+\infty$
Q(x)	$-2x - \sqrt{3}$	0	$2x + \sqrt{3}$



Exercice 2 : Le tableau ci-dessous représente la répartition des notes de mathématiques lors d'un test de niveau où la note moyenne est 12,5.

Notes sur 20	6	8	9	12	15	x
Nombre d'élèves	6	9	15	9	15	18

1) Calculer x, la meilleure note attribuée lors de ce test :

$$\frac{6 \times 6 + 8 \times 9 + 9 \times 15 + 12 \times 9 + 15 \times 15 + x \times 18}{6 + 9 + 15 + 9 + 15 + 18} = 12,5$$

$$36 + 72 + 135 + 108 + 225 + 18x = 12,5 \times 72$$

$$576 + 18x = 900$$

$$x = 18$$

2) Combien d'élèves ont une note au moins égale à 12 ?

Notes sur 20	12	15	18
Nombre d'élèves	9	15	18
Effectifs cumulés	9	24	42

Le nombre d'élèves qui ont une note au moins égale à 12 est 42.

3) Quel est le pourcentage des élèves qui ont au plus 15 ?

Le nombre d'élèves qui ont au plus 15 est 54.

Le pourcentage est donc $\frac{54}{72} \times 100 = 75\%$

4) Déterminer la note médiane :

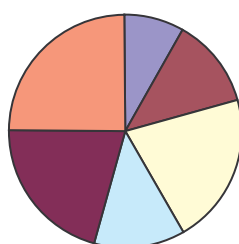
La médiane est entre la 36^e et la 37^e note qui sont toutes égales à 12.

La médiane est donc égale à 12.

5) Construire le diagramme circulaire de la série :

Nombre d'élèves	6	9	15	9	15	18
Angles	30°	45°	75°	45°	75°	90°

Diagramme circulaire de la série



■	Note 6
■	Note 8
■	Note 9
■	Note 12
■	Note 15
■	Note 18

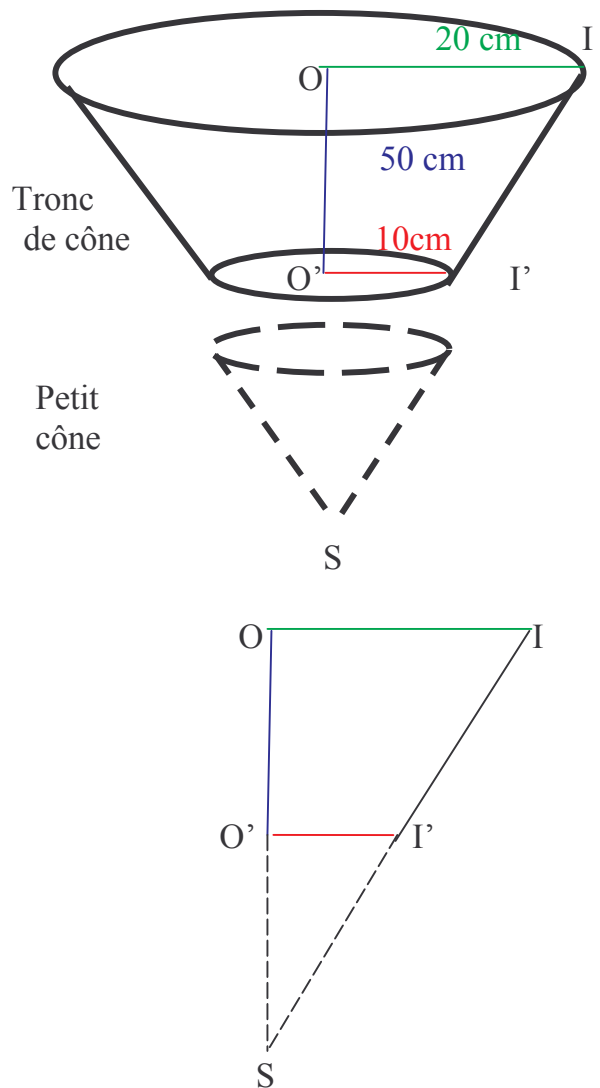
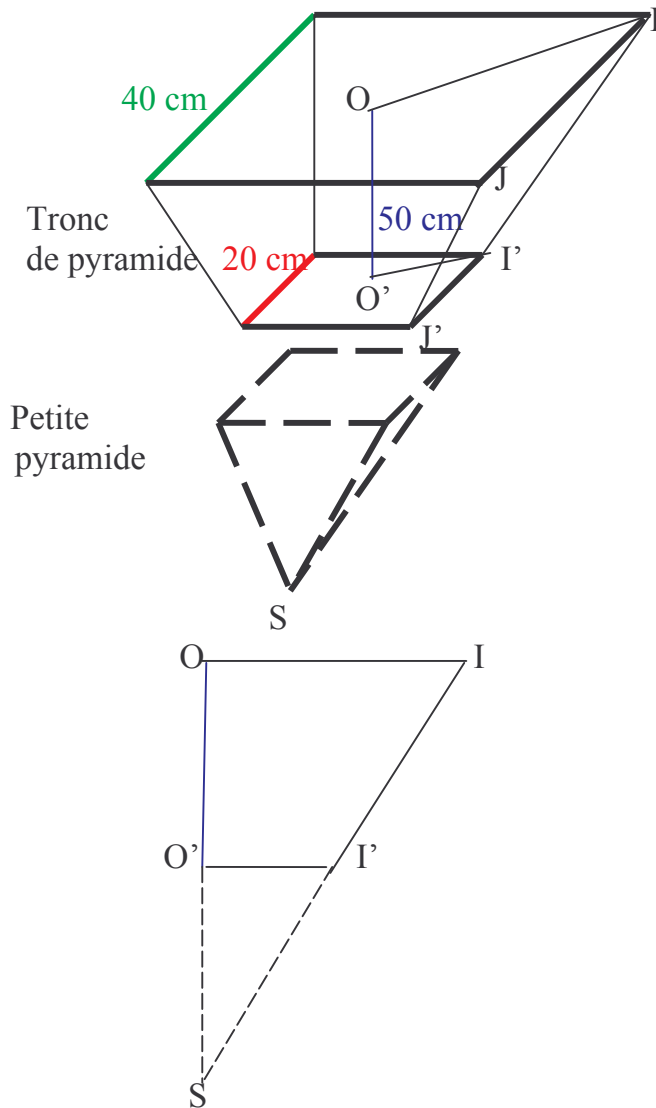
II. Activités géométriques

Exercice 1 : Un entrepreneur des travaux publics doit aménager le long des allées d'une avenue des bancs en béton. Il hésite entre deux modèles :

- le modèle 1 : a la forme d'un tronc de cône de révolution dont les bases parallèles ont respectivement 20 cm et 10 cm de rayons.
- Le modèle 2 : a la forme d'un tronc de pyramide dont les bases parallèles sont des carrés de côtés respectifs 40 cm et 20 cm.

Les deux modèles ont une hauteur de 50 cm

1) Représenter chaque modèle



2) Sachant que le modèle le moins volumineux est le plus économique pour l'entrepreneur, aidez-le à faire le bon choix :

Soit V_t le volume du tronc de cône (ou du tronc de pyramide), V_r le volume du cône réduit (ou de la pyramide réduite) et V_g le volume du grand cône (ou de la grande pyramide).

$$V_t = V_g - V_r$$

Calcul du volume du tronc de cône :

Calculons le rapport k de réduction : $k = \frac{O'I'}{OI} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

$$V_h = \frac{1}{8} V_g$$

$$V_h = k^3 V_g$$

$$V_t = V_g - \frac{1}{8} V_g$$

$$V_t = \frac{7}{8} V_g$$

$$V_g$$

$$= \frac{\pi \times OI^2 \times OS}{3}$$

$$OI = 20 \text{ cm}$$

$$OS = 2 \times 50 \text{ cm} = 100 \text{ cm}$$

$$V_t = \frac{7}{8} \times \frac{\pi \times OI^2 \times OS}{3}$$

$$V_t = \frac{7}{8} \times \frac{\pi \times 20^2 \times 100}{3} = \frac{35000\pi}{3}$$

$$V_t = \frac{35000\pi}{3} \text{ cm}^3$$

Calcul du volume du tronc de la pyramide :

Calculons le rapport k de réduction : $k = \frac{O'I'}{OI} = \frac{SI'}{SI} = \frac{I'J'}{IJ} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

$$V_h = \frac{1}{8} V_g$$

$$V_h = k^3 V_g$$

$$V_t = V_g - \frac{1}{8} V_g$$

$$V_t = \frac{7}{8} V_g$$

$$V_g = \frac{IJ^2 \times OS}{3}$$

$$IJ = 40 \text{ cm}$$

$$OS = 2 \times 50 \text{ cm} = 100 \text{ cm}$$

$$V_t = \frac{7}{8} \times \frac{IJ^2 \times OS}{3}$$

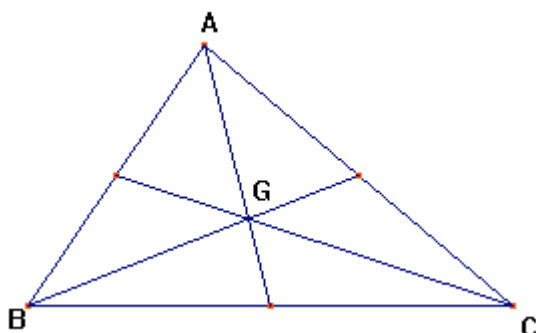
$$V_t = \frac{7}{8} \times \frac{40^2 \times 100}{3} = \frac{14000}{3}$$

$$V_t = \frac{14000}{3} \text{ cm}^3$$

En comparant les deux volumes des deux modèles, il apparaît que le modèle 2 est plus économique.

Exercice 2 : On considère un triangle ABC tel que AB = 5 cm ; AC = 6 cm et BC = 7 cm. Soit I le milieu de [BC].

1) Construire G, le centre de gravité du triangle ABC :



Le centre de gravité G est le point de rencontre des trois médianes.

2) Sachant que $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{O}$, démontrer que : pour tout point M du plan, on a $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3 \vec{MG}$

$$\begin{aligned} & \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{O} \\ \Leftrightarrow & \vec{GM} + \vec{MA} + \vec{GM} + \vec{MB} + \vec{GM} + \vec{MC} = \vec{O} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 3 \vec{GM} + \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{O}$$

$$\Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = -3 \vec{GM}$$

$$-\vec{GM} = \vec{MG}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3 \vec{MG}}$$

EXAMEN DU BFEM – SESSION DE 2005
Sénégal (1^{er} GROUPE)

Exercice 1

On donne les expressions suivantes :

$$f(x) = (3x - 5)^2 - (2x - 1)^2 \text{ et } g(x) = x^2 + (2x + 1)(5 - x) - 25$$

1°) Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$.

2°) Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

3°) Soit $h(x) = \frac{(x-4)(5x-6)}{(5-x)(x-4)}$

a) Donner la condition d'existence de $h(x)$ puis simplifier $h(x)$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $|h(x)| = 2$.

Exercice 2

Le gérant d'un cyber-café propose à ses clients deux types d'options :

Option I : 150 F par heure d'utilisation (navigation) avec un abonnement mensuel de 3000 F.

Option II : 350 F l'heure d'utilisation sans abonnement.

1°) En notant x le nombre d'heures de navigation mensuelle, $p_1(x)$ et $p_2(x)$ les prix en francs correspondant respectivement aux options I et II, montre que $p_1(x) = 150x + 3000$ et $p_2(x) = 350x$.

2°) Dans un même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, construire les représentations graphiques des applications affines p_1 et p_2 . On prendra : 1 cm pour 1000 F sur l'axe des ordonnées
1 cm pour 2h sur l'axe des abscisses

3°) Déterminer graphiquement dans quel intervalle de temps l'option I est plus avantageuse que l'option II et retrouver cet intervalle par le calcul.

4°) Au bout de combien de temps de navigation deux clients d'options différentes payeront-ils le même prix ?

Exercice 3

1°) a) construire un cercle $(\mathcal{C})$ de centre I et de rayon 4 cm. A et B sont deux points de $(\mathcal{C})$ diamétralement opposés.

Placer un point M sur $(\mathcal{C})$ tel que $AM = 4$ cm.

c) Quelle est la nature du triangle AMI ?

d) En déduire la mesure de l'angle BIM.

2°) K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par I et la droite (AM).

a) Justifie que AMB est un triangle rectangle.

b) En remarquant que $\cos BAM = \cos KAI$, calculer AK et KI.

3°) Le point H est le projeté orthogonal de M sur (AB).

a) calculer $\cos B$ de deux manières différentes.

b) Exprimer BH en fonction de $\cos B$ puis démontrer que $BH = \frac{BM^2}{AB}$.

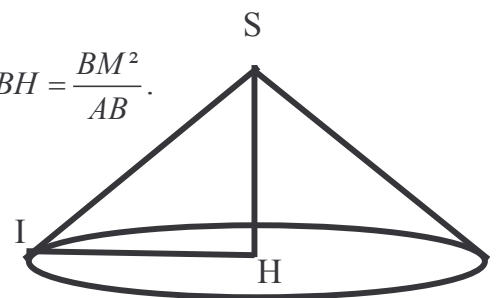
4°) Placer le point E sur le segment [AM] tel que $AE = 3$ cm.

La parallèle à (IM) passant par E coupe le segment [AI] en F.

Quelle est la nature du triangle AEF ?

Exercice 4

Le chapeau d'un berger a la forme d'un cône de révolution de sommet S (voir figure ci-dessus) : $IH = 10$ cm ; $SH = 10$ cm ; H est le centre du disque de base.



1°) Calculer le volume de ce cône.

2°) Le berger recouvre son chapeau extérieurement d'un papier de décoration vendu par feuille carrée de 10 cm de côté et à 1000 F la feuille. Calculer la dépense minimale.

EXAMEN DU BFEM – SESSION DE 2005
CORRIGE (1^{er} GROUPE)

Exercice 1

On donne les expressions suivantes :

$$f(x) = (3x - 5)^2 - (2x - 1)^2 \text{ et } g(x) = x^2 + (2x + 1)(5 - x) - 25$$

1°) Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$.

$$f(x) = (3x - 5)^2 - (2x - 1)^2$$

$$f(x) = (9x^2 - 30x + 25) - (4x^2 - 4x + 1)$$

$$f(x) = 9x^2 - 30x + 25 - 4x^2 + 4x - 1$$

$$f(x) = 5x^2 - 26x + 24$$

$$f(x) = 5x^2 - 26x + 24$$

$$g(x) = x^2 + (2x + 1)(5 - x) - 25$$

$$g(x) = x^2 + (10x - 2x^2 + 5 - x) - 25$$

$$g(x) = x^2 + 10x - 2x^2 + 5 - x - 25$$

$$g(x) = -x^2 + 9x - 20$$

$$g(x) = -x^2 + 9x - 20$$

2°) Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

$$f(x) = (3x - 5)^2 - (2x - 1)^2$$

$$f(x) = [(3x - 5) - (2x - 1)][(3x - 5) + (2x - 1)]$$

$$f(x) = (3x - 5 - 2x + 1)(3x - 5 + 2x - 1)$$

$$f(x) = (x - 4)(5x - 6)$$

$$f(x) = (x - 4)(5x - 6)$$

$$g(x) = x^2 + (2x + 1)(5 - x) - 25$$

$$g(x) = x^2 - 25 + (2x + 1)(5 - x)$$

$$g(x) = (x - 5)(x + 5) - (2x + 1)(x - 5)$$

$$g(x) = (x - 5)[(x + 5) - (2x + 1)]$$

$$g(x) = (x - 5)(x + 5 - 2x - 1)$$

$$g(x) = (x - 5)(-x + 4)$$

$$g(x) = (x - 5)(-x + 4)$$

3°) Soit $h(x) = \frac{(x-4)(5x-6)}{(5-x)(x-4)}$

a) Donner la condition d'existence de $h(x)$ puis simplifier $h(x)$.

$$h(x) \text{ existe pour } (5 - x)(x - 4) \neq 0$$

Cherchons les valeurs de x pour lesquelles $(5 - x)(x - 4) = 0$.

$$(5 - x)(x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5 - x = 0 \text{ ou } x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = 4$$

Donc $h(x)$ existe pour $x \neq 5$ et $x \neq 4$

$$\text{Pour } x \neq 5 \text{ et } x \neq 4 : h(x) = \frac{5x - 6}{5 - x}$$

b) Résoudre dans $\mathbb{R} : |h(x)| = 2$.

$$|h(x)| = 2$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{5x - 6}{5 - x} \right| = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x-6}{5-x} = 2 \text{ ou } \frac{5x-6}{5-x} = -2$$

$$\frac{5x-6}{5-x} = 2$$

$$\Leftrightarrow 5x - 6 = 10 - 2x$$

$$\Leftrightarrow 7x = 16$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16}{7}$$

$$\frac{16}{7} \in \mathbb{R} ; -\frac{4}{3} \in \mathbb{R} ; \frac{16}{7} \neq 5 \text{ et } -\frac{4}{3} \neq 4$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{16}{7} ; -\frac{4}{3} \right\}$$

$$\frac{5x-6}{5-x} = -2$$

$$\Leftrightarrow 5x - 6 = -10 + 2x$$

$$\Leftrightarrow 3x = -4$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$$

Exercice 2

Le gérant d'un cyber-café propose à ses clients deux types d'options :

Option I : 150 F par heure d'utilisation (navigation) avec un abonnement mensuel de 3000 F.

Option II : 350 F l'heure d'utilisation sans abonnement.

1°) En notant x le nombre d'heures de navigation mensuelle, $p_1(x)$ et $p_2(x)$ les prix en francs correspondant respectivement aux options I et II, montre que $p_1(x) = 150x + 3000$ et $p_2(x) = 350x$.

Option I : pour x heures de navigation, le montant correspondant est : $150x$

L'abonnement étant fixé à 3000

Le prix de x heures de navigation est : $150x + 3000$

$$p_1(x) = 150x + 3000$$

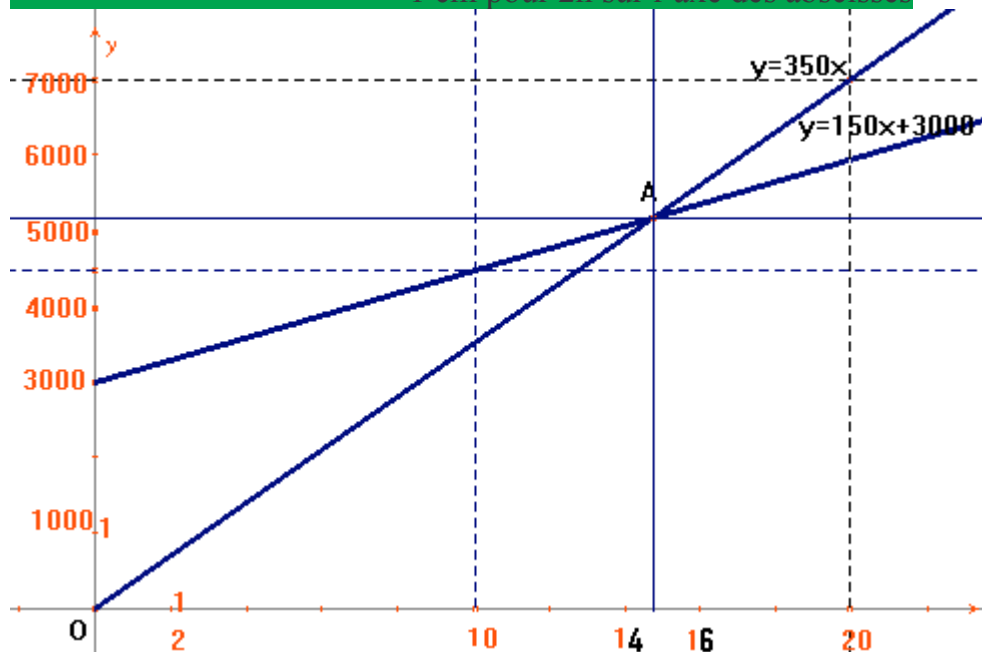
Option II : pour x heures, le montant correspondant est : $350x$

Le prix de x heures de navigation est : $350x$

$$p_2(x) = 350x$$

2°) Dans un même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, construire les représentations graphiques des applications affines p_1 et p_2 . On prendra : 1 cm pour 1000 F sur l'axe des ordonnées

1 cm pour 2h sur l'axe des abscisses



3°) Déterminer graphiquement dans quel intervalle de temps l'option I est plus avantageuse que l'option II et retrouver cet intervalle par le calcul.

L'option I est plus avantageuse à partir de 15 heures de navigation.

Cherchons la valeur de x pour laquelle $150x + 3000 < 350x$.

$$150x - 350x < -3000$$

$$\Leftrightarrow -200x < -3000$$

$$\Leftrightarrow x > 15$$

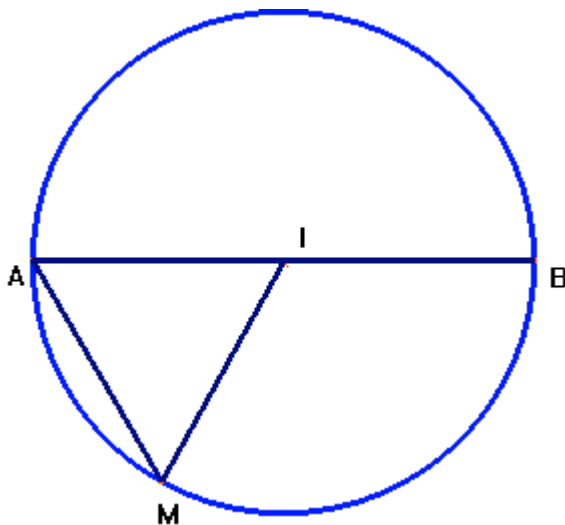
4°) Au bout de combien de temps de navigation deux clients d'options différentes payeront-ils le même prix ?

Deux clients d'options différentes paient le même prix au bout de 15 heures de navigation.

Exercice 3

1°) a) construire un cercle $(\mathcal{C})$ de centre I et de rayon 4 cm. A et B sont deux points de $(\mathcal{C})$

diamétralement opposés. Placer un point M sur $(\mathcal{C})$ tel que $AM = 4$ cm.



$$\widehat{BIM} = 120^\circ$$

b) Quelle est la nature du triangle AMI ?

$$IA = IM = 4 \text{ cm}$$

$$AM = 4 \text{ cm}$$

$$IA = IM = AM$$

alors AMI est un triangle équilatéral.

c) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BIM}$.

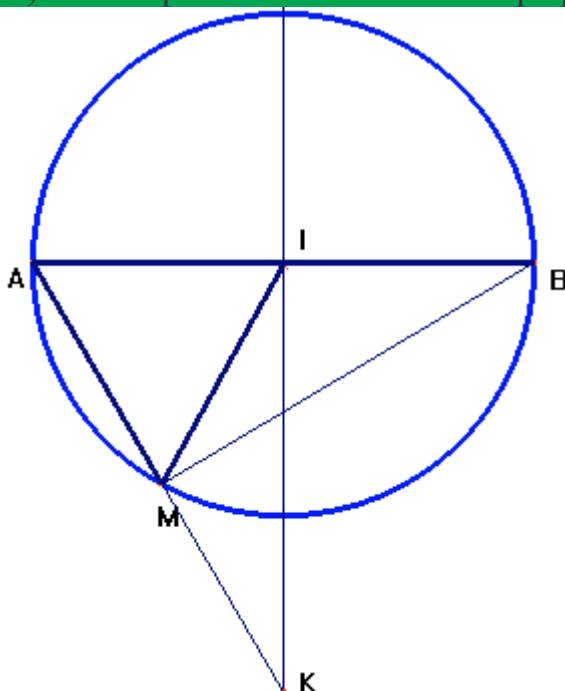
$\widehat{BIM}$ et $\widehat{AIM}$ sont supplémentaires. $\widehat{AIM} = 60^\circ$

$$\widehat{BIM} = 180^\circ - 60^\circ$$



$$\widehat{BIM} = 120^\circ$$

2°) K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par I et la droite (AM) .



a) Justifie que AMB est un triangle rectangle.

$$M \in (\mathcal{C})$$

$[AB]$ est un diamètre de $(\mathcal{C})$ } AMB est un triangle rectangle en M .

b) En remarquant que $\cos \widehat{BAM} = \cos \widehat{KAI}$, calculer AK et KI .

$$\cos \widehat{BAM} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \widehat{KAI} = \frac{AI}{AK} = \frac{1}{2} \text{ donc } AK = 2 AI$$

$$AK = 2 \times 4 = 8$$

$$KI^2 = AK^2 - AI^2$$

$$KI^2 = 64 - 16$$

$$KI^2 = 48$$

$$KI = 4\sqrt{3}$$

$$AK = 8 \text{ cm}$$

$$KI = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

3°) Le point H est le projeté orthogonal de M sur (AB).

a) calculer $\cos B$ de deux manières différentes.

Dans le triangle BMH rectangle en H.

$$\cos B = \frac{BH}{BM}$$

Dans le triangle BMA rectangle en M.

$$\cos B = \frac{BM}{AB}$$

b) Exprimer BH en fonction de $\cos B$ puis

démontrer que $BH = \frac{BM^2}{AB}$.

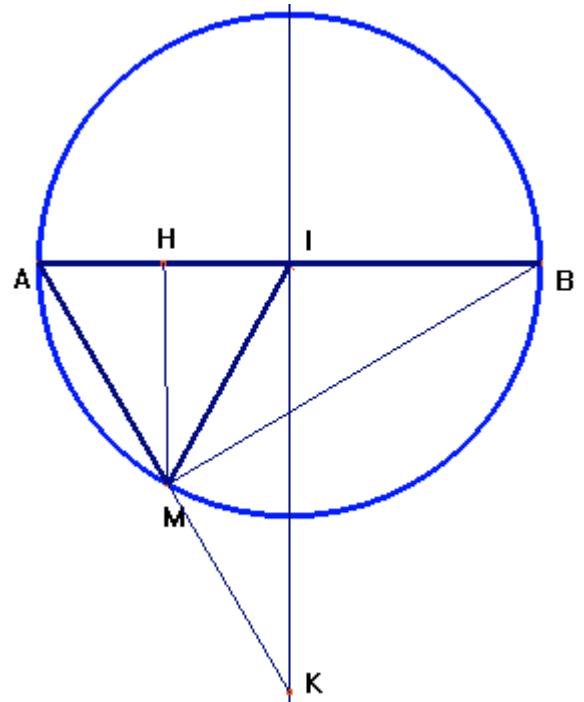
$$\cos B = \frac{BH}{BM} \text{ alors } BH = BM \times \cos B$$

$$BH = BM \times \cos B$$

$$BH = BM \times \frac{BM}{AB}$$

$$BH = \frac{BM^2}{AB}$$

$$BH = \frac{BM^2}{AB}$$



4°) Placer le point E sur le segment [AM] tel que $AE = 3$ cm.

La parallèle à (IM) passant par E coupe le segment [AI] en F. Quelle est la nature du triangle AEF ?

$\left. \begin{array}{l} \text{A, E, M sont alignés dans cet ordre} \\ \text{A, F, I sont alignés dans cet ordre} \end{array} \right\} \frac{AE}{AM} = \frac{AF}{AI} = \frac{EF}{IM} \text{ (Théorème de Thalès)}$
 (IM) // (EF)

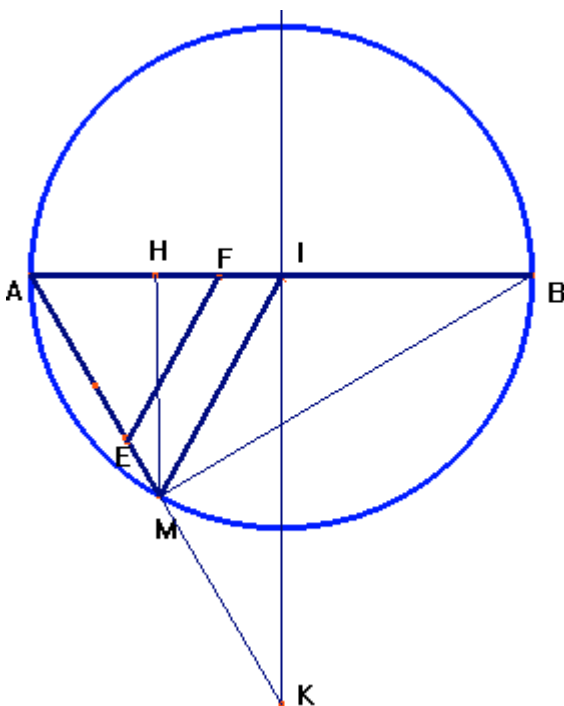
$$\frac{AE}{AM} = \frac{AF}{AI} = \frac{3}{4} \text{ alors } AF = \frac{3}{4} \times AI = \frac{3}{4} \times 4 = 3$$

$$AF = 3 \text{ cm}$$

$$\frac{AE}{AM} = \frac{EF}{IM} = \frac{3}{4} \text{ alors } EF = \frac{3}{4} \times IM = \frac{3}{4} \times 4 = 3$$

$$EF = 3 \text{ cm}$$

$AE = AF = EF = 3$ cm alors AEF est un triangle équilatéral.



Exercice 4

Le chapeau d'un berger a la forme d'un cône de révolution de sommet S (voir figure ci-dessous) : $IH = 10 \text{ cm}$; $SH = 10 \text{ cm}$; H est le centre du disque de base.

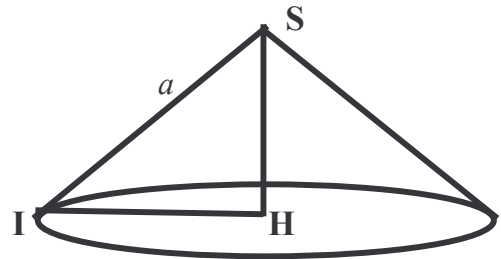
1°) Calculer le volume de ce cône.

$$\text{Volume} = \frac{\text{aire_de_base} \times \text{hauteur}}{3}$$

$$\text{Volume} = \frac{HI^2 \times \pi \times SH}{3}$$

$$\text{Volume} = \frac{100 \times \pi \times 10}{3} = \frac{1000\pi}{3}$$

$$\text{Volume} = \frac{1000\pi}{3} \text{ cm}^3 = \frac{\pi}{3} \text{ dm}^3$$



2°) Le berger recouvre son chapeau extérieurement d'un papier de décoration vendu par feuille carrée de 10 cm de côté et à 1000 F la feuille. Calculer la dépense minimale.

$$\text{Aire latérale} = \pi \times R \times a$$

Calculons la génératrice SI.

$$SI^2 = IH^2 + SH^2$$

$$SI^2 = 10^2 + 10^2$$

$$SI^2 = 200$$

$$SI = 10\sqrt{2}$$

$$\text{Aire latérale} = \pi \times 10 \times 10\sqrt{2} = 100\pi\sqrt{2}$$

$$\text{Aire d'une feuille} = \text{côté} \times \text{côté}$$

$$\text{Aire d'une feuille} = 10 \times 10 = 100$$

$$\text{Le nombre de feuilles nécessaires} = \frac{\text{aire_latérale}}{\text{aire_d'une_feuille}}$$

$$\text{Le nombre de feuilles nécessaires} = \frac{100\pi\sqrt{2}}{100} = \pi\sqrt{2}$$

En prenant $\pi = 3,14$ et $\sqrt{2} = 1,414$, on voit que :

$$\pi\sqrt{2} \approx 4,43996 \quad (\text{lire « presque égal à »})$$

$$4 < \pi\sqrt{2} < 5$$

Pour couvrir son chapeau, le berger doit donc acheter au minimum 5 feuilles.

$$\text{Dépense minimale} = 5 \times 1000\text{F} = 5000\text{F}.$$

$$R = IH = \text{rayon}$$

$$a = SI = \text{génératrice}$$

EXAMEN DU BFEM – SESSION DE 2005 Sénégal (2ème GROUPE)

Exercice 1 : 4 pts

On donne $A = \frac{2}{2+3\sqrt{6}}$.

1°) Ecrire A sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est un entier.

2°) Sachant que $2,449 < \sqrt{6} < 2,450$, déterminer un encadrement à 0,1 près du réel $\frac{-2+3\sqrt{6}}{25}$.

Exercice 2 : 6 pts

1°) Tracer un triangle ABC quelconque puis construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{BA}$.

2°) Construire le point F tel que $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

3°) Justifier que B est le milieu du segment [DF].

Exercice 3 : 10 pts (1 pt par question)

Recopier chacune des affirmations ci-dessous. Dire si elle est vraie (V) ou fausse (F) puis justifier.

a) si x est un réel négatif alors $-(-x)$ est positif.

b) Si le triangle ABC est rectangle en B alors $\sin A = \cos C$.

c) $\sqrt{15} = \frac{\sqrt{60}}{2}$.

d) $\alpha + \beta = 90^\circ$ alors α et β sont supplémentaires.

e) $(555555)^2 + (333333)^2 = (888888)^2$.

f) $(-a-b)^2 = -a^2 - 2ab + b^2$.

g) $\frac{8}{5}$ est une solution de l'équation $8 - 5x^2 = 0$.

h) La droite d'équation $y = 2x + 3$ passe par le point A (1 ;5).

i) Si $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ alors [AC] et [BD] ont le même milieu.

j) Si $AB = CD$ et $(AB) \parallel (CD)$ alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

EXAMEN DU BFEM – SESSION DE 2005
CORRIGE (2ème GROUPE)

Exercice 1 : 4 pts

On donne $A = \frac{2}{2+3\sqrt{6}}$

1°) Ecrire A sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est un entier.

$$A = \frac{2}{2+3\sqrt{6}} = \frac{2(2-3\sqrt{6})}{(2+3\sqrt{6})(2-3\sqrt{6})} = \frac{4-6\sqrt{6}}{4-9 \times 6} = \frac{4-6\sqrt{6}}{-50}$$

$$A = \frac{4-6\sqrt{6}}{-50} = \frac{-2+3\sqrt{6}}{25}$$

$A = \frac{-2+3\sqrt{6}}{25}$

2°) Sachant que $2,449 < \sqrt{6} < 2,450$, déterminer un encadrement à 0,1 près du réel $\frac{-2+3\sqrt{6}}{25}$.

$$2,449 < \sqrt{6} < 2,450$$

$$3 \times 2,449 < 3 \times \sqrt{6} < 3 \times 2,450$$

$$7,347 < 3\sqrt{6} < 7,35$$

$$-2 + 7,347 < -2 + 3\sqrt{6} < -2 + 7,35$$

$$5,347 < -2 + 3\sqrt{6} < 5,35$$

$$\frac{5,347}{25} < \frac{-2+3\sqrt{6}}{25} < \frac{5,35}{25}$$

$$\frac{5,347}{25} < \frac{-2+3\sqrt{6}}{25} < \frac{5,35}{25}$$

$$0,213 < \frac{-2+3\sqrt{6}}{25} < 0,214$$

Encadrement à 0,1 de $\frac{-2+3\sqrt{6}}{25}$ près :

$0,2 < \frac{-2+3\sqrt{6}}{25} < 0,3$

on multiplie chaque membre par 3

on ajoute -2 à chaque membre

on divise chaque membre par 25

Exercice 2 : 6 pts

1°) Tracer un triangle ABC quelconque puis construire le point D tel que

$\vec{AD} = \vec{BC} - 2\vec{BA}$

$$\vec{AD} = \vec{BC} - 2\vec{BA}$$

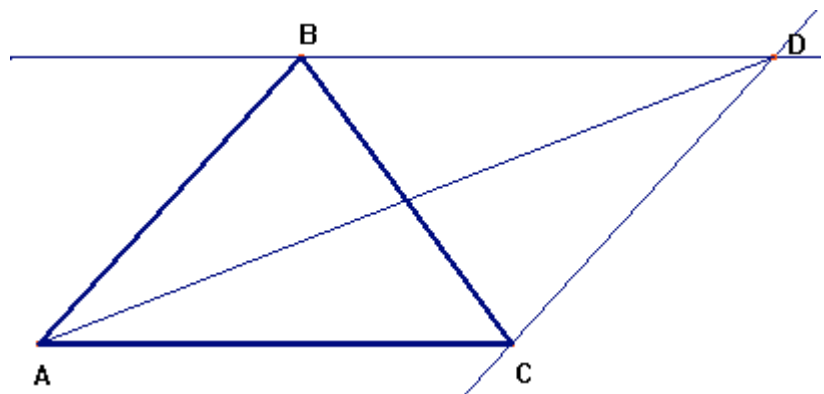
$$\vec{AD} = \vec{BA} + \vec{AC} - 2\vec{BA}$$

$$\vec{AD} = -\vec{BA} + \vec{AC}$$

$$\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC}$$

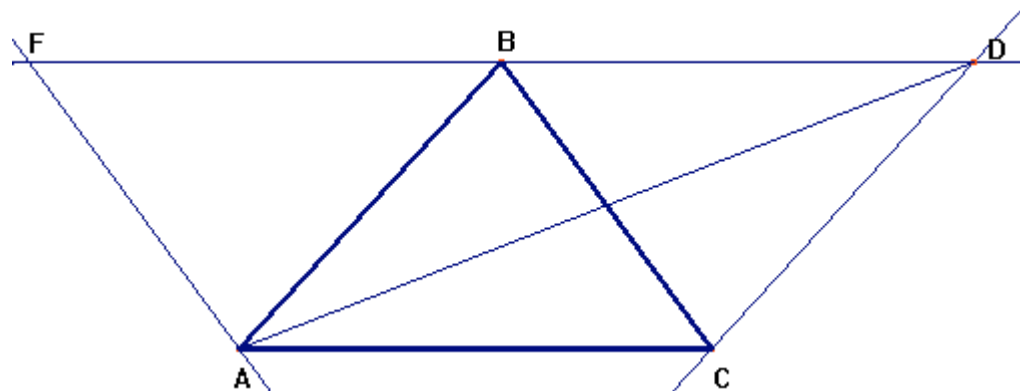
$$\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AB} + \vec{AC}$$

$$\vec{BD} = \vec{AC}$$



2°) Construire le point F tel que $\vec{CF} = \vec{AB} - 2\vec{AC}$.

$$\begin{aligned}\vec{CF} &= \vec{AB} - 2\vec{AC} \\ \vec{CF} &= \vec{AC} + \vec{CB} - 2\vec{AC} \\ \vec{CF} &= -\vec{AC} + \vec{CB} \\ \vec{CB} + \vec{BF} &= \vec{CA} + \vec{CB} \\ \vec{BF} &= \vec{CA}\end{aligned}$$



3°) Justifier que B est le milieu du segment [DF].

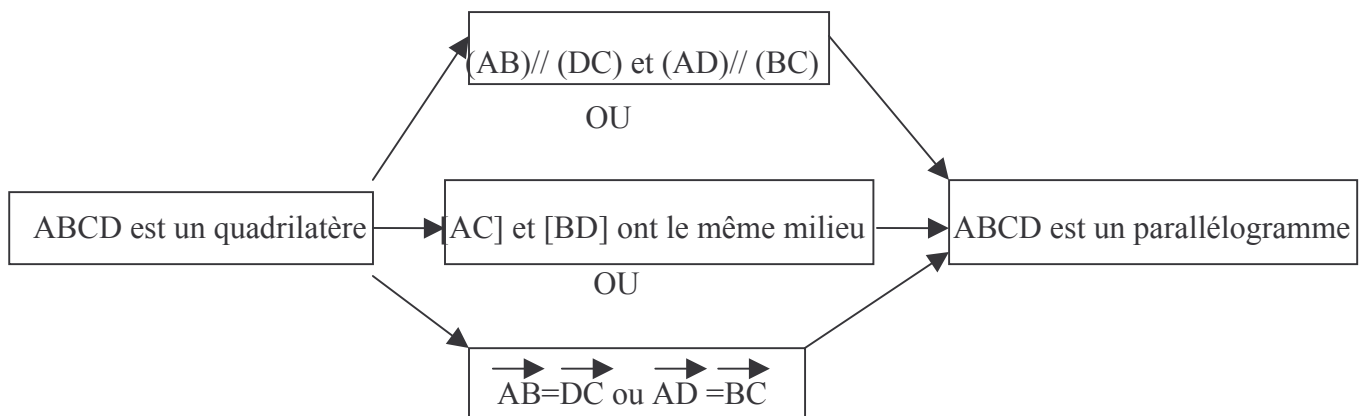
$$\left. \begin{array}{l} \vec{BF} = \vec{CA} \\ \vec{DB} = \vec{CB} \end{array} \right\} \quad \vec{DB} = \vec{BF} \text{ alors B est le milieu de [DF].}$$

Exercice 3 : 10 pts (1 pt par question)

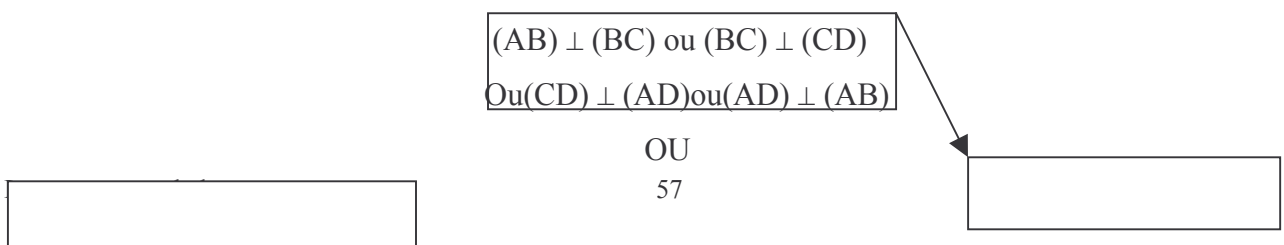
Recopier chacune des affirmations ci-dessous. Dire si elle est vraie (V) ou fausse (F) puis justifier.

	Réponses	Justifications
k) si x est un réel négatif alors $-(-x)$ est positif.	F	Si x négatif, $-x$ est positif $-(-x)$ est négatif -
l) Si le triangle ABC est rectangle en B alors $\sin A = \cos C$.	V	A et C sont complémentaires
m) $\sqrt{15} = \frac{\sqrt{60}}{2}$.	V	$\frac{\sqrt{60}}{2} = \frac{\sqrt{4 \times 15}}{2} = \frac{2\sqrt{15}}{2} = \sqrt{15}$
n) $\alpha + \beta = 90^\circ$ alors α et β sont supplémentaires.	F	Si $\alpha + \beta = 90^\circ$ alors α et β sont dits complémentaires
o) $(555555)^2 + (333333)^2 = (888888)^2$.	F	$a^2 + b^2 \neq (a + b)^2$
p) $(-a - b)^2 = -a^2 - 2ab + b^2$.	F	$(-a - b)^2 = (-1)^2 \times (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
q) $\frac{8}{5}$ est une solution de l'équation $8 - 5x^2 = 0$.	F	$8 - 5x^2 = 0$ $5x^2 = 8$ $x^2 = \frac{8}{5}$
r) La droite d'équation $y = 2x + 3$ passe par le point A (1 ;5).	V	La R.G d'une application affine f telle que $f(x) = ax + b$ passe par le point de coordonnées 1 et $a+b$.
s) Si $BC = AD$ alors $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu.	V	$[AC]$ et $[BD]$ sont les diagonales d'un parallélogramme.
t)  Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et $(AB) // (CD)$ alors $AB = CD$.	F	$[AB]$ et $[CD]$ peuvent être de sens différents.

COMMENT MONTRER QU'UN QUADRILATÈRE EST UN PARALLÉLOGRAMME ?



COMMENT MONTRER QU'UN PARALLÉLOGRAMME EST UN RECTANGLE ?

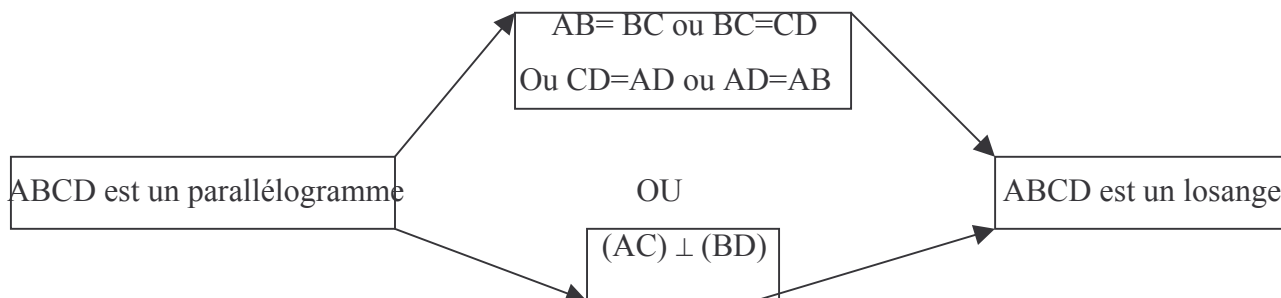


ABCD est un parallélogramme

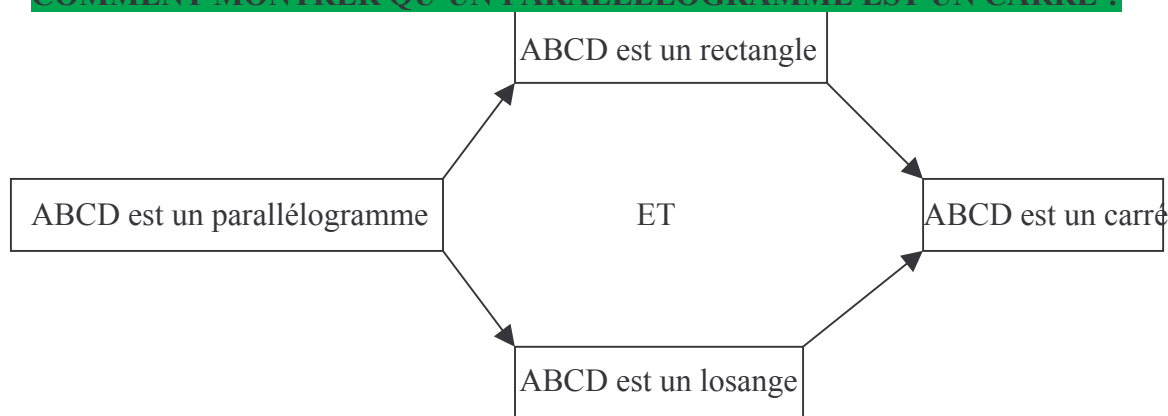
$$AC=BD$$

ABCD est un rectangle

COMMENT MONTRER QU'UN PARALLELOGRAMME EST UN LOSANGE ?



COMMENT MONTRER QU'UN PARALLELOGRAMME EST UN CARRE ?



CONSTRUCTION DE TRIANGLES

Connaissant les trois côtés:

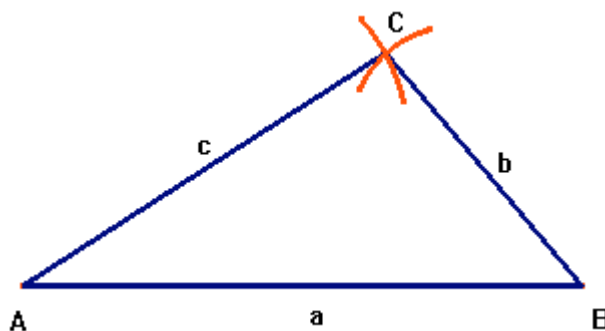
Construisons le triangle ABC tel que $AB = a$; $AC = c$ et $BC = b$.

On commence par tracer un côté (n'importe lequel). Par souci de commodité, on trace généralement le côté le plus long.

Traçons le côté $[AB]$ de longueur a .

Remarquons qu'il ne manque qu'un sommet à ce triangle : le point C.

Ensuite, on trace un arc de cercle de sommet A et rayon c . Le point C est sur cet arc.

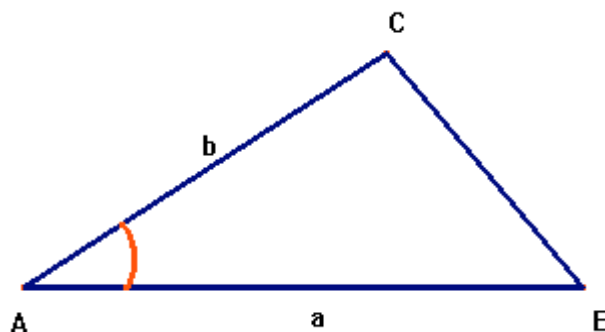


Pour terminer, traçons un arc de cercle de sommet B et de rayon b qui coupe le premier arc. Ces deux arcs se rencontrent au point C.

Connaissant les deux côtés et un angle:

Construisons le triangle ABC tel que $AB = a$; $AC = b$ et $BAC = \alpha$.

58



On commence par tracer un côté du triangle.

Traçons le côté $[AB]$.

Puis on trace l'angle α (en utilisant le rapporteur ou par report d'angle).

On termine en traçant le côté $[AC]$ de l'angle BAC .

Connaissant un côté et deux angles:

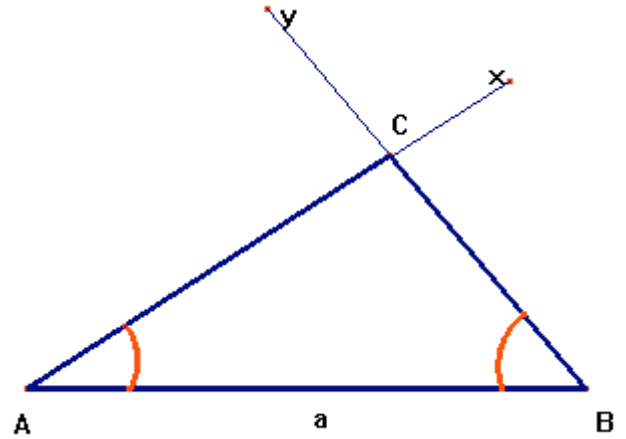
Construisons le triangle ABC tel que $AB = a$; $BAC = \alpha$ et $ABC = \beta$.

Remarquons qu'il ne manque que le sommet C à ce triangle.

On commence par tracer le côté $[AB]$ de longueur a .

Puis on trace la demi-droite $[Ax)$ telle que $BAX = \alpha$ et la demi-droite $[By)$ telle que

$ABY = \beta$. Le point C est l'intersection des demi-droites $[Ax)$ et $[By)$.



PARTAGE D'UN SEGMENT EN TROIS PARTIES EGALES

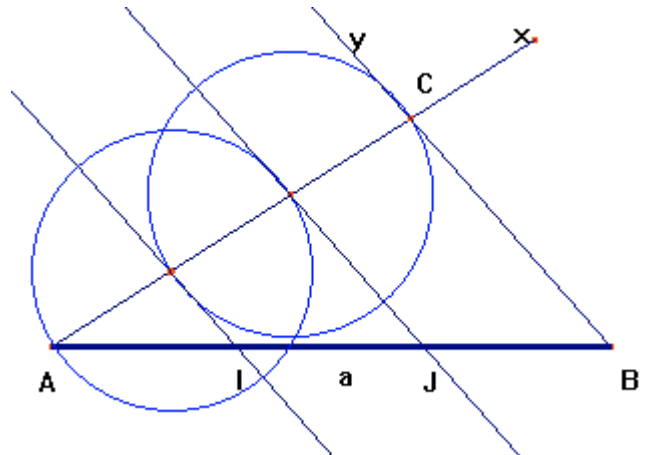
Application de théorème de Thalès :

On trace un segment $[AB]$ de longueur a (non divisible par 3)
à diviser en 3 parties de même longueur.

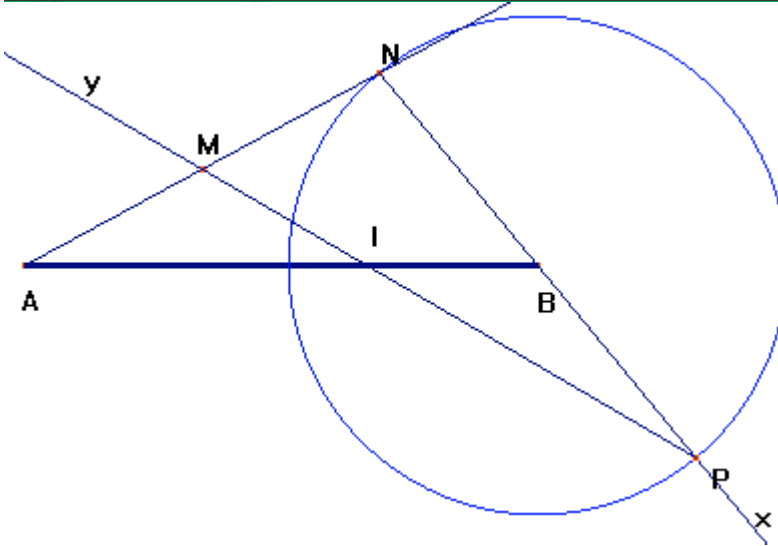
A partir de l'une de ses extrémités, on
trace une demi-droite.

Traçons la demi-droite $[Ax)$ puis avec le
compas, reportons 3 segments de même
longueur et la demi-droite $[By)$.

Les parallèles à $[By)$ découpent le segment
 $[AB]$ en trois parties égales.



Application du point de rencontre des médianes :



Sur une demi-droite d'origine A,
on marque deux points M et N
tels que $AM=MN$.

Sur une demi-droite d'origine N
passant par B, on marque le point
P tel que $NB=BP$.

La demi-droite d'origine P
passant par M coupe AB en I.
Remarquons que AB et MP sont
deux médianes du triangle ANP.
Elles se coupent donc aux deux
tiers à partir de leurs sommets.

$$AI = \frac{2}{3} AB.$$

TABLE TRIGONOMETRIQUE

DEGRE	SIN	TG	COTG	COS	
0	0,000	0,000		1,000	90
1	0,017	0,017	57,29	1,000	89
2	0,035	0,035	28,64	0,009	88
3	0,052	0,052	19,08	0,999	87
4	0,070	0,070	14,30	0,998	86
5	0,087	0,087	11,43	0,996	85
6	0,105	0,105	9,514	0,995	84
7	0,122	0,123	8,144	0,993	83
8	0,139	0,141	7,115	0,990	82
9	0,156	0,158	6,314	0,988	81
10	0,174	0,176	5,671	0,985	80
11	0,191	0,194	5,145	0,982	79
12	0,208	0,213	4,705	0,978	78
13	0,225	0,231	4,331	0,974	77
14	0,242	0,249	4,011	0,970	76
15	0,259	0,268	3,732	0,966	75
16	0,276	0,287	3,487	0,961	74
17	0,292	0,306	3,271	0,956	73
18	0,309	0,325	3,078	0,951	72
19	0,326	0,344	2,904	0,946	71
20	0,342	0,364	2,747	0,940	70
21	0,358	0,386	2,605	0,934	69
22	0,375	0,404	2,475	0,927	68
23	0,391	0,424	2,356	0,921	67
24	0,407	0,445	2,246	0,914	66
25	0,423	0,466	2,145	0,906	65
26	0,438	0,488	2,050	0,899	64
27	0,454	0,540	1,963	0,891	63
28	0,469	0,532	1,881	0,883	62
29	0,485	0,554	1,804	0,875	61
30	0,500	0,577	1,732	0,866	60
31	0,515	0,601	1,664	0,857	59
32	0,530	0,625	1,600	0,848	58
33	0,545	0,649	1,540	0,839	57
34	0,559	0,675	1,483	0,829	56
35	0,574	0,700	1,428	0,819	55
36	0,588	0,727	1,376	0,809	54
37	0,606	0,754	1,327	0,799	53
38	0,616	0,781	1,280	0,788	52
39	0,629	0,810	1,235	0,777	51
40	0,643	0,839	1,192	0,766	50
41	0,656	0,863	1,150	0,755	49
42	0,669	0,900	1,111	1,346	48
43	0,682	0,933	1,072	0,731	47
44	0,695	0,966	1,036	0,719	46
45	0,707	1,000	1,000	0,707	45
	COS	COTG	TG	SIN	DEGRE

CARRES DES ENTIERS DE 0 A 199

a	a²
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	67
9	81
10	100
11	121
12	144
13	169
14	196
15	225
16	256
17	289
18	384
19	361
20	400
21	441
22	484
23	529
24	576
25	625
26	676
27	729
28	784
29	841
30	900
31	961
32	1 024
33	1 089
34	1 156
35	1 225
36	1 296
37	1 369
38	1 444
39	1 521
40	1 600
41	1 681
42	1 764
43	1 849
44	1 936
45	2 025
46	2 116
47	2 209
48	2 304
49	2 401

a	a²
50	2 500
51	2 601
52	2 704
53	2 809
54	2 916
55	3 025
56	3 136
57	3 249
58	3 364
59	3 481
60	3 600
61	3 721
62	3 844
63	3 969
64	4 096
65	4 225
66	4 356
67	4 489
68	4 624
69	4 761
70	4 900
71	5 041
72	5 184
73	5 329
74	5 476
75	5 625
76	5 776
77	5 929
78	6 084
79	6 241
80	6 400
81	6 561
82	6 724
83	6 889
84	7 056
85	7 225
86	7 396
87	7 569
88	7 744
89	7 921
90	8 100
91	8 281
92	8 464
93	8 649
94	8 836
95	9 025
96	9 216
97	9 409
98	9 604
99	9 801

a	a²
100	10 000
101	10 201
102	10 404
103	10 609
104	10 816
105	11 025
106	11 236
107	11 449
108	11 664
109	11 881
110	12 100
111	12 321
112	12 544
113	12 769
114	12 996
115	13 225
116	13 456
117	13 689
118	13 924
119	14 161
120	14 400
121	14 641
122	14 884
123	15 129
124	15 376
125	15 625
126	15 876
127	16 129
128	16 384
129	16 641
130	16 900
131	17 161
132	17 424
133	17 689
134	17 956
135	18 225
136	18 496
137	18 769
138	19 044
139	19 321
140	19 600
141	19 881
142	20 164
143	20 449
144	20 736
145	21 025
146	21 316
147	21 609
148	21 904
149	22 201

a	a²
150	22 500
151	22 801
152	23 104
153	23 409
154	23 716
155	24 025
156	24 336
157	24 649
158	24 964
159	25 281
160	25 600
161	25 921
162	26 244
163	26 569
164	26 896
165	27 225
166	27 556
167	27 889
168	28 224
169	28 561
170	28 900
171	29 241
172	29 584
173	29 929
174	30 276
175	30 625
176	30 976
177	31 329
178	31 684
179	32 041
180	32 400
181	32 761
182	33 124
183	33 489
184	33 856
185	34 225
186	34 596
187	34 969
188	35 344
189	35 721
190	36 100
191	36 481
192	36 864
193	37 249
194	37 636
195	38 025
196	38 416
197	38 809
198	39 204
199	39 601

