

ACADEMIE DE RUFISQUE : LYCEE DE KOUNOUNE

BAC BLANC AVRIL 2017

GIRDAC

EPREUVE DE SCIENCES PHYSIQUES

SERIE :S2

Professeur: M.DIAGNE

DUREE : 4H

COEFFICIENT :6

- Les tables et calculatrices réglementaires sont autorisées.
- Les portables et tablettes androïdes ne sont pas autorisés
- Ce sujet comporte 5 pages y compris celle-ci et un papier millimétré

EXERCICE1 : (4points)

La glycine, ou acide 2-amino éthanoïque, et l'alanine ou acide 2-amino propanoïque sont les acides α -aminés les plus simples.

1.1 Identifier les groupes caractéristiques présents sur ces deux molécules. (0,5 point)

1.2. Représenter l'alanine de façon à mettre en évidence le carbone asymétrique. Combien existe-t-il de stéréoisomères de l'alanine. Préciser leur nature.

Qu'en est-il de la glycine? (1 point)

2. En solution aqueuse, il se forme presque exclusivement un ion dipolaire, appelé amphion ou zwitterion.

2.1 Définir un acide et une base selon Brønsted. (0,25 point)

2.2 Quel est l'acide conjugué de cet amphion (on donne $pK_{A1} = 2,3$)?

Écrire alors l'équation de la réaction de cet amphion avec l'eau.

Quel est ici le rôle de l'eau? Celui de l'amphion? (0,5 point)

3. Quelle est la base conjuguée de cet amphion (on donne $pK_{A2} = 9,9$)?

Écrire alors l'équation de la réaction de cet amphion avec l'eau.

Quel est ici le rôle de l'eau et celui de l'amphion? (0,5 point)

4. Comment peut-on qualifier cet amphion? (0,25 point)

5 Les valeurs respectives des pK_A des couples acido-basiques sont $pK_{A1} = 2,3$ et $pK_{A2} = 9,9$.

5.1. Sur un axe de pH, indiquer les domaines de prédominance de chaque couple de l'alanine. (0,5 point)

5.2. On acidifie la solution aqueuse de l'alanine, on obtient un pH de 2. Quelle est l'espèce majoritaire? Que se passe-t-il si la solution a un pH=6, un pH=11? (0,5 point)

EXERCICE2 : (4points)

A 25°C, une solution contenant des ions peroxydisulfate $S_2O_8^{2-}$ et des ions I^- se transforme lentement. Le tableau ci-contre traduit l'évolution d'un système contenant initialement 10 mmol de peroxydisulfate d'ammonium et 50 mmol d'iodure de potassium.

t(min)	0	2,5	5	10	15	20	25	30
$S_2O_8^{2-}$	10	9	8,3	7	6,15	5,4	4,9	4,4

1. Ecrire l'équation bilan de la réaction sachant qu'elle fournit du diiode et des ions sulfate (SO_4^{2-}) (0,5 point)

2. Tracer la courbe $n(S_2O_8^{2-}) \text{ mmol} = f(t)$ (0,5 point)

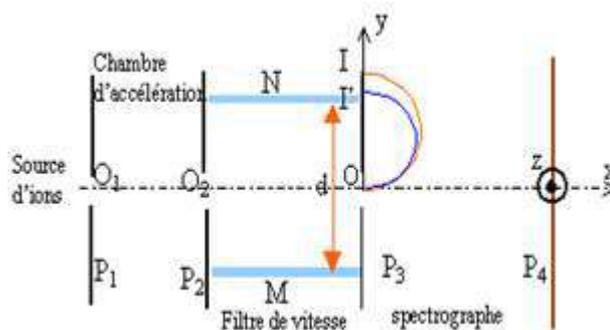
3. Déterminer la composition du mélange réactionnel pour $t = 7,5 \text{ min}$ (1 point)

4. Déterminer en précisant son unité, la vitesse de disparition des ions peroxydisulfate pour $t = 7,5 \text{ min}$. Quelle est alors la vitesse de formation du diiode à cette même date? (1 point)

5. Le mélange initial est-il stœchiométrique? Déterminer le temps de demi-réaction. (1point)

EXERCICE3 : (4points)

Des ions positifs isotopes du zinc $^{68}\text{Zn}^{2+}$ et $^x\text{Zn}^{2+}$ de même charge $q=2e$ avec $e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, de masse respective $m=68u$ et $m'=xu$ avec $u=1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, émis à partir du point O_1 avec une vitesse initiale négligeable, sont accélérés entre O_1 et O_2 par la tension $|U_0| = |U_{P1P2}| = 5 \text{ kV}$ existant entre les plaques P_1 et P_2 . Ils se déplacent dans le vide suivant la direction Ox . On négligera le poids devant les autres forces.



I- ACCELERATION DES IONS :

1. Quel est le signe de la tension U_0 ?
2. Calculer la vitesse v de l'isotope $^{68}\text{Zn}^{2+}$ en O_2 .
3. Si v et v' désignent respectivement les vitesses en O_2 des deux isotopes, donner la relation entre v , v' , m et m' .
4. Le rapport $v' / v = 1,03$; en déduire la valeur entière x du nombre de masse de l'ion $^x\text{Zn}^{2+}$.

II- FILTRE DE VITESSE :

Arrivés en O_2 , les ions pénètrent dans un filtre de vitesse constitué par :

- Deux plaques horizontales M et N distantes de $d=20$ cm entre lesquelles on établit une différence de potentiel $U=V_M-V_N=1,68$ kV.

- Un dispositif du type bobines de Helmholtz qui crée dans l'espace interplaques un champ magnétique de direction O_2z , perpendiculaire aux vitesses v et v' ainsi qu'au champ électrique E .

1. Quel doit être le sens du champ magnétique B pour que les ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$ arrivant en O_2 avec la vitesse v traversent le dispositif en ligne droite?
2. Exprimer B en fonction de v , U , d . Calculer B en mT.
3. Répondre par vrai ou faux à la proposition suivante: " les ions $^x\text{Zn}^{2+}$ qui arrivent en O_2 avec la vitesse v' sont déviés vers la plaque N".
4. Quelle doit être la valeur de B' du champ magnétique pour que les ions $^x\text{Zn}^{2+}$ traversent le dispositif sans subir de déviation.

III- SPECTROGRAPHE DE MASSE :

En faisant varier la valeur du champ magnétique dans le filtre de vitesse, on peut faire passer par le point O l'un ou l'autre des isotopes. Les ions pénètrent alors dans un champ magnétique B_0 dirigé suivant Oz tel que $B_0=0,5$ T.

1. Quel doit être le sens de ce champ pour que les ions soient déviés vers les y positifs?
2. Donner l'expression du rayon R de la trajectoire de l'ion de masse m et de charge q et de vitesse v .
3. Exprimer la différence $R-R'$ des rayons des trajectoires que décrivent les deux sortes d'ions en fonction de R et de x .

La distance entre les points d'impact I et I' sur la plaque P_3 est $II'=a=7,2$ mm. Exprimer en fonction de a et R le nombre de masse x de l'ion $^x\text{Zn}^{2+}$ et calculer sa valeur numérique

EXERCICE4 : Découverte d'une exo-planète habitable (4points)

Une planète " de type terrestre habitable", capable d'abriter une vie extra-terrestre, a été détectée pour la première fois hors de notre système solaire par une équipe d'astronomes européens. Cette exo-planète, nommée Gliese c, qui orbite autour de l'étoile Gliese 581 à 20,5 années lumière est la première et la plus légère des quelques 200 connues à ce jour à posséder à la fois une surface solide ou liquide et une température proche de celle de la terre, selon ses découvreurs. (auteur de l'étude : Stéphane Udry Genève).

La température moyenne de cette super Terre est comprise entre 0 et 40 °C, ce qui autorise la présence d'eau liquide à sa surface.

Source : Dépêche AFP/cab d'après communiqué de presse du CNRS avril 2007.

Dans tout l'exercice, l'étoile Gliese 581 est notée E et son exo-planète est notée C.

Données : caractéristiques de la planète C :

Valeur du champ de gravitation à sa surface $g_0 = 22$ N / kg.

Masse estimée $M_C = 3,0 \cdot 10^{25}$ kg. Rayon estimé $R_C = 9,6 \cdot 10^6$ m ; 1 U.A = $1,50 \cdot 10^{11}$ m.

La résolution de cet exercice se fait sans utiliser la valeur numérique de la constante de gravitation universelle G.

1^{ère} partie : cette étude se fera dans un référentiel galiléen lié au centre de la planète C.

1. Étude de la gravitation à la surface de la planète C.
- 1.1. Représenter sur un schéma la force de gravitation \vec{F} exercée par la planète C de masse M_C et de rayon R_C sur un objet A de masse m situé à l'altitude h .

- 1.2. Donner l'expression de la valeur de cette force en fonction de M_C , m , R_C , h et de la constante de gravitation universelle G .
- 1.3. La valeur g du champ de gravitation est définie par la relation : $g = \frac{F}{m}$.
En déduire l'expression de la valeur g_0 du champ de gravitation à la surface de la planète C en fonction de M_C , R_C et de la constante de gravitation universelle G .
2. Vitesse d'un satellite de la planète C
- 2.1. Déterminer l'expression de la valeur V_1 de la vitesse de l'objet A de masse m satellisé sur une orbite circulaire à l'altitude h .
- 2.2. Montrer que si h est négligeable devant R_C , $V_1 = \sqrt{\frac{GM_C}{R_C}}$.
3. 3.1 Définir la vitesse de libération V_2 d'un objet A situé à la surface d'une planète.
3.2 Exprimer cette vitesse de libération V_2 en fonction de G , M_C et R_C , puis en fonction de g_0 et R_C .
3.3 Calculer la vitesse de libération pour la planète C , et la comparer à la vitesse de libération pour la Terre qui est de $11,2 \text{ km.s}^{-1}$.

2^{ème} partie : cette étude se fera dans un référentiel, considéré comme galiléen, lié au centre de l'étoile E.

L'étoile E possède trois planètes actuellement identifiées : Gliese b notée B , Gliese c notée C et Gliese d notée D .

On considère que ces trois planètes se déplacent sur des orbites pratiquement circulaires.

Le tableau ci-dessous regroupe quelques caractéristiques de ces planètes.

	B	C	D
Période (jours)	$T_b = 5,366$	$T_c = 12,93$	$T_d = 84,4$
Rayon trajectoire (U.A.)	$r_b = ?$	$r_c = 7,27 \cdot 10^{-2}$	$r_d = 2,54 \cdot 10^{-1}$

1. La vitesse V d'une planète en mouvement circulaire uniforme autour de son étoile est donnée par la relation $V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, r désignant le rayon de la trajectoire.
Donner la signification de la lettre M intervenant dans cette relation.
2. Rayon de la trajectoire de la planète B
- 2.1. Énoncer la troisième loi de Kepler, relative à la période de révolution de la planète autour de son étoile.
- 2.2. Calculer la valeur de la constante de proportionnalité intervenant dans cette loi en utilisant les données du tableau précédent. On utilisera le jour pour unité de temps et l'unité astronomique pour unité de distance.
- 2.3. Calculer, en unité astronomique, le rayon de la trajectoire de la planète B .

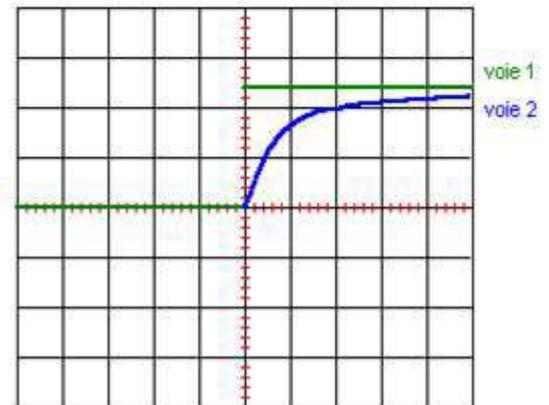
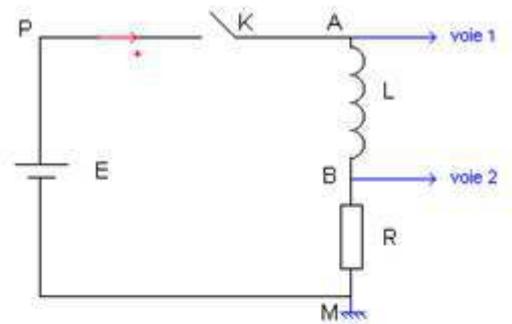
EXERCICE 5 : (4points)

On considère le montage suivant :

Pour visualiser les tensions on utilise un oscilloscope à mémoire.

5.1 Etude expérimentale.

A la date $t = 0$, on relie K à P. Sur l'écran de l'oscilloscope on enregistre les graphes suivants :



5.1.1 Quelle est la tension observée sur la voie 1 ? Justifier l'appellation échelon de tension.

5.2.2 Quelle est la tension observée sur la voie 2 ?

5.1.3 Que peut-on dire de l'effet de la bobine sur l'établissement du courant ?

5.2 Etude théorique.

Etablir l'équation différentielle reliant l'intensité du courant i à la date t . On appelle R la résistance totale du circuit.

5.3 Vérifier que $i = \frac{E}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right]$ est solution de cette équation différentielle.

Calculer la constante de temps du circuit, définie par $\tau = \frac{L}{R}$.

On donne $R = 4,0 \text{ W}$, $L = 120 \text{ mH}$.

5.4 Calculer la valeur de i aux dates 0 , 5τ et pour $t \rightarrow \infty$. On donne $E = 12 \text{ V}$.

Tracer l'allure de la courbe donnant i en fonction de t .

Montrer que la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$ du dipôle L, R est égale à la date pour laquelle la tangente à la courbe, tracée à l'origine des temps, coupe l'asymptote horizontale.

Cette constante de temps τ caractérise le retard à l'établissement du courant dans le circuit.

5.5 Calculer l'énergie magnétique "stockée" dans la bobine à la date $t = 0$ puis en régime permanent (pour $t \rightarrow \infty$).

5.6 Calculer, à la date τ , les tensions u_{AB} , u_{BM} et u_{AM} .

Correction de l'épreuve de l'examen Blanc

Exercice 1 (4points)

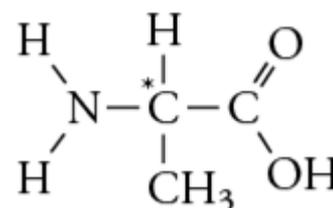
1.1 Reconnaître les groupes fonctionnels organiques (0,5pts)

Deux groupes caractéristiques sont présents sur chaque molécule : le groupe carboxylique — COOH et le groupe amine —NH₂

1.2 Déterminer des molécules énantiomères (0,25x4pts)

Un carbone asymétrique est lié à quatre atomes ou groupements d'atomes différents. Il existe donc deux configurations image l'une de l'autre et non superposables. Il s'agit d'un couple d'énantiomères noté D ou L.

La formule semi-développée de l'alanine est donnée ci-contre :



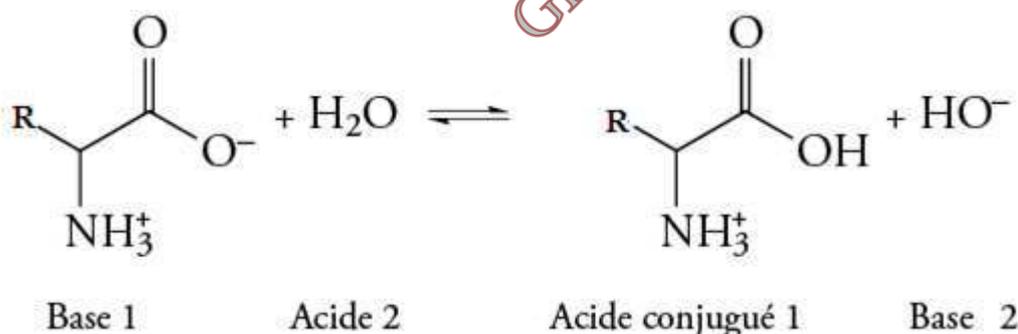
La glycine ne possède pas de carbone asymétrique donc pas de possibilité de stéréo-isomères de configuration.

2.1. Définition d'une base et d'un acide (0,25pts)

Un acide selon Bronsted est une espèce capable de libérer un proton; inversement, une base est capable de le capter.

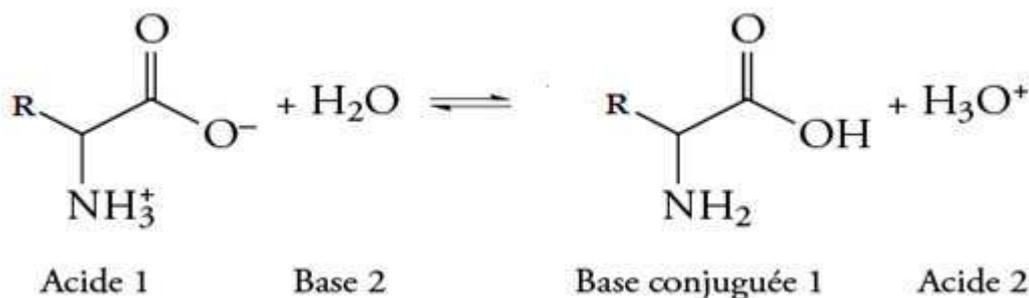
2.2 Déterminer un acide conjugué et écrire une réaction acido-basique (0,25x2pts)

Puisqu'on cherche un acide conjugué, on en déduit que l'Amphion joue un rôle de base, il va capter un proton grâce au groupe —COO⁻. L'eau joue alors le rôle d'acide. L'équation de la réaction est :



3. Déterminer une base conjuguée et écrire une réaction acido-basique (0,25x2pts)

Puisqu'on cherche une base conjuguée, on en déduit que l'Amphion joue un rôle d'acide, il va céder un proton grâce au groupe —NH₃⁺. L'eau joue le rôle de base. L'équation de la réaction est :



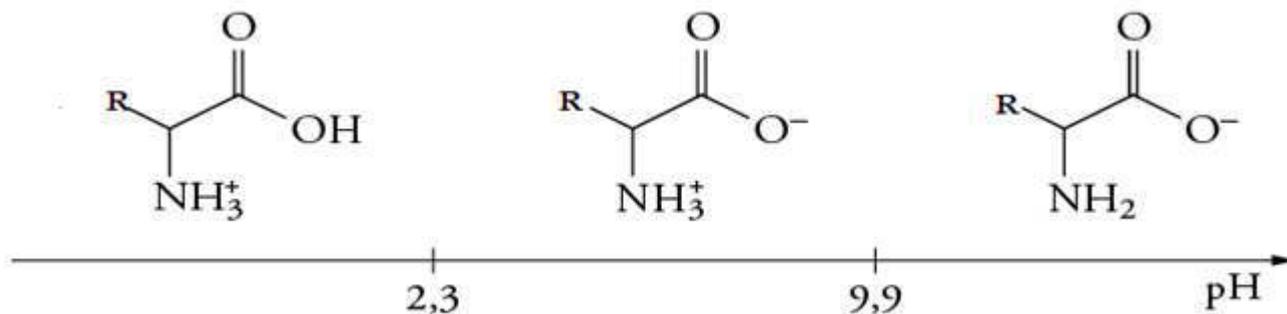
Notez bien

Les acides aminés ont toujours cette particularité ampholyte.

4. Définition d'un ampholyte(0,25pt)

L'amphion se comporte comme un acide ou une base, c'est un ampholyte.

5.1. Domaine de prédominance(0,5pt)



5.2. Prévoir l'espèce majoritaire à partir du pH et du diagramme de prédominance(0,25x2pts)

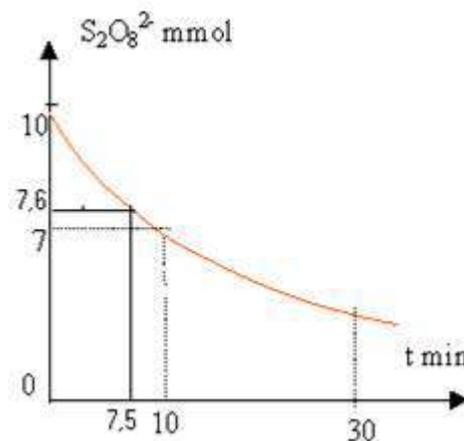
Lorsque pH=2, l'espèce majoritaire est l'acide conjugué de l'amphion. Lorsque pH=6, l'espèce majoritaire est l'amphion, et à pH=11, la base conjuguée de l'amphion devient à son tour majoritaire.

Exercice2 : (4points)

1. Equation bilan de la réaction: $S_2O_8^{2-} + 2I^- \rightarrow I_2 + 2SO_4^{2-}$.(0,5pt)

2. Tracé de la courbe $n(S_2O_8^{2-}) \text{ mmol} = f(t)$

(0,5pt)



3. Composition du mélange à t=7,5 min: .(0,25x4pt)

Le graphe donne la quantité de matière d'ion peroxodisulfate : voisine de 7,6 mmol

Faisons un tableau d'avancement :

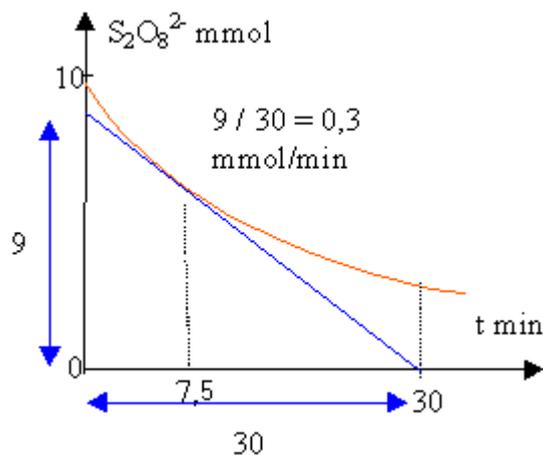
	$S_2O_8^{2-}$	I^-	I_2	SO_4^{2-}
départ	10 mmol	50 mmol	0	0
en cours	10-x	50-2x	x	2x
t=7,5 min	7,6 (10-2,4)	50-2*2,4 = 45,2 mmol	2,4 mmol	2*2,4 = 4,8 mmol
t ^{1/2}	5 mmol	40 mmol	5 mmol	10 mmol
fin	0	50-20 = 30 mmol	10 mmol	20 mmol

4. La vitesse de disparition du peroxodisulfate à $t=7,5$ min et de formation du diiode à cette même date

La vitesse de disparition du peroxodisulfate à $t=7,5$ min est voisine de $0,3 \text{ mmol/min} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ mol/s}$ (0,5pt)

d'après la relation de proportionnalité entre les nombres de mol $n(\text{S}_2\text{O}_8^{2-})=n(\text{I}_2)$

donc $v_d(\text{S}_2\text{O}_8^{2-})=v_f(\text{I}_2)=0,3 \text{ mmol/min}$ (0,5pt)



5. D'après le tableau d'avancement (ci-dessus) à la fin l'un au moins des réactifs a disparu soit $10-x_{\text{max}}=0$ ou $50-2x_{\text{max}}=0$; $x_{\text{max}}=10 \text{ mmol}$ et les ions iodures sont en excès. Donc le mélange initial n'est pas stœchiométrique (0,5pt)

le temps de demi réaction est le temps au bout duquel la moitié du réactif limitant a disparu : cela correspond à 5 mmol de peroxodisulfate. $\tau_{1/2}=24 \text{ min}$ (0,5pt)

Exercice3 : (4pts)

I- ACCELERATION DES IONS :

1. Le signe de la tension U_0 (0,25pt)

Les ions sont accélérés entre O_1 et O_2 : ces ions sont soumis à la seule force électrique dont le travail de celle-ci est donc positif $2e(V_{p1} - V_{p2})=2eU_{P1P2}$ positif la charge étant positive alors la tension U_{P1P2} est positif

2. Calculons la vitesse v de l'isotope $^{68}\text{Zn}^{2+}$ en O_2 .

D'après le théorème de l'énergie cinétique entre O_1 et O_2 :

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = 2eU_0 \Rightarrow v^2 = \frac{4eU_0}{m} \text{ avec } U_0 = 5kV = 5000V \text{ et } m=68u$$

$$v = \sqrt{\frac{4eU_0}{m}} \quad \text{AN: } v = \sqrt{\frac{4 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 5000}{68 \times 1,67 \cdot 10^{-27}}} \quad \text{donc } v = 1,68 \cdot 10^5 \text{ m/s} \quad (0,25\text{pt})$$

3. Si v et v' désignent respectivement les vitesses en O_2 des deux isotopes, donnons la relation entre v , v' , m et m'

$$\frac{1}{2}mv^2 = 2eU_0 \text{ et } \frac{1}{2}m'v'^2 = 2eU_0 \text{ donc } mv^2 = m'v'^2 \Rightarrow \left(\frac{v'}{v}\right)^2 = \frac{m}{m'} \quad (0,25\text{pt})$$

4. Le rapport $v' / v = 1,03$; en déduisons la valeur entière x du nombre de masse de l'ion $^x\text{Zn}^{2+}$

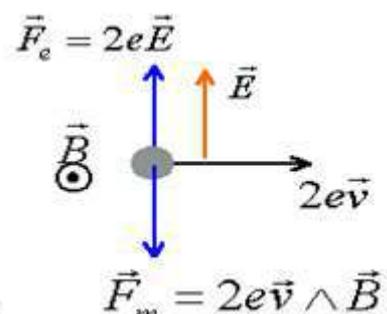
$$\left(\frac{v'}{v}\right)^2 = \frac{168u}{xu} \Rightarrow \left(\frac{v'}{v}\right)^2 = \frac{168}{x} \Rightarrow 1,03^2 = \frac{168}{x} \text{ d'où } x=64 \quad (0,25\text{pt})$$

II- FILTRE DE VITESSE :

1. Le sens du champ magnétique \vec{B} : sortant (0,25pt)

2. Exprimons B en fonction de v , U , d . (0,25pt)

Le champ électrique pointe vers le plus petit potentiel donc vers N.



Le mouvement est rectiligne uniforme, les deux forces électrique et magnétique se compensent $\vec{F}_m + \vec{F}_e = \vec{0} \Rightarrow F_m = F_e \Rightarrow 2evB = 2eE \Rightarrow E = vB$ avec $E = \frac{U}{d}$ donc $\frac{U}{d} = vB \Rightarrow B = \frac{U}{d.v}$

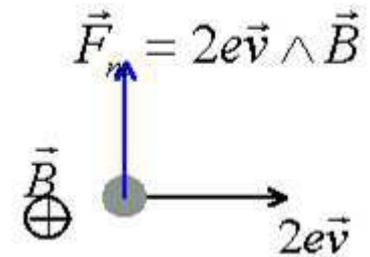
Calculons B en mT : $B = \frac{1,68 \cdot 10^3}{0,2 \times 1,68 \cdot 10^5} \quad \mathbf{B = 0,05T = 50mT} \quad (0,25pt)$

3. Vrai. Car la vitesse v' des ions ${}^x\text{Zn}^{2+}$ est supérieure à v . La vitesse intervient dans l'expression de la force magnétique, la force magnétique est supérieure à la force électrique et les ions ${}^x\text{Zn}^{2+}$ sont déviés vers le bas (vers les y négatifs) **(0,25pt)**
4. La valeur de B'

$$B' = \frac{U}{d.v'} ; B' = \frac{U}{d.v'} = B \frac{v}{v'} \quad \text{AN : } B' = \frac{50}{1,03} ; \mathbf{B' = 48,5mT} \quad (0,25pt)$$

III. SPECTROGRAPHE DE MASSE :

1. Le sens de \vec{B} pour que les ions soit déviés vers les y positifs **(0,25pt)**
2. Donnons l'expression du rayon R de la trajectoire de l'ion de masse m et de charge q et de vitesse v .



$$R = \frac{m.v}{q.B} = \frac{m.v}{2e..B} \quad (0,25pt)$$

3. Exprimons la différence $R-R'$ des rayons des trajectoires que décrivent les deux sortes d'ions en fonction de R et de x .

On a $R' = \frac{m'.v'}{2e..B}$; donc $R-R' = \frac{m.v}{2e..B} - \frac{m'.v'}{2e..B} = \frac{1}{2eB} (mv - m'v') = \frac{mv}{2eB} (1 - \frac{m'v'}{mv})$ donc il en résulte que

$$R-R' = R(1 - \frac{1,03x}{68}) \quad (0,5pt)$$

Exprimer en fonction de a et R le nombre de masse x de l'ion ${}^x\text{Zn}^{2+}$ et calculer sa valeur numérique

On a $\Delta R = a = 2(R-R')$ soit $a = 2R(1 - \frac{1,03x}{68}) \Rightarrow 1 - \frac{1,03x}{68} = \frac{a}{2R} \Rightarrow \frac{1,03x}{68} = 1 - \frac{a}{2R} \Rightarrow x = \frac{68}{1,03}(1 - \frac{a}{2R}) \quad (0,5pt)$

Calculons R : $R = \frac{m.v}{2e..B}$ AN : $R = \frac{68x \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \times 1,68 \cdot 10^5}{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,5} \quad R = 0,119m$

Donc calculons x

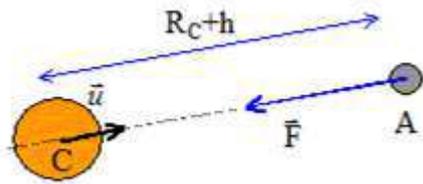
$$x = \frac{68}{1,03}(1 - \frac{0,0072}{2 \times 0,119}) \quad \mathbf{x = 64} \quad (0,5pt)$$

EXERCICE 4 : Découverte d'une exo-planète habitable (4points)

Première partie : cette étude se fera dans un référentiel galiléen lié au centre de la planète C.

1. Etude de la gravitation à la surface de la planète C.

- 1.1. Représentons sur un schéma la force de gravitation \vec{F} exercée par la planète C de masse M_C et de rayon R_C sur un objet A de masse m situé à l'altitude h . **(0,25pt)**



1.2. Donner l'expression de la valeur de cette force en fonction de M_C , m , R_C , h et de la constante de gravitation universelle G . $F = G \frac{M_C m}{(R_C + h)^2}$ (0,25pt)

1.3 Dédution de l'expression de la valeur g_0 du champ de gravitation à la surface de la planète C en fonction de M_C , R_C et de la constante de gravitation universelle G .

La valeur g du champ de gravitation est défini par $g = \frac{F}{m} = G \frac{M_C}{(R_C + h)^2}$

A la surface de la planète C $h=0$ donc $g_0 = G \frac{M_C}{R_C^2}$ (0,25pt)

2.1. Déterminer l'expression de la valeur V_1 de la vitesse de l'objet A de masse m satellisé sur une orbite circulaire à l'altitude h .

D'après la seconde loi de Newton $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{F} = G \frac{M_C m}{(R_C + h)^2} (-\vec{u}) = m a (-\vec{u})$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} &= G \frac{M_C}{(R_C + h)^2} (-\vec{u}) \\ \vec{a}_N &= \frac{v_1^2}{R_C + h} (-\vec{u}) \end{aligned} \right\} G \frac{M_C}{(R_C + h)^2} = \frac{v_1^2}{R_C + h} \text{ soit } v_1^2 = G \frac{M_C}{R_C + h}; v_1 = \sqrt{G \frac{M_C}{R_C + h}}$$

(0,25pt)

2.2. Montrons que si h est négligeable devant R_C , $V_1 = \sqrt{\frac{GM_C}{R_C}}$

Si $h \ll R_C$ alors $R_C + h \approx R_C$ d'où $V_1 = \sqrt{\frac{GM_C}{R_C}}$ (0,25pt)

3.1 Définition de la vitesse de libération V_2 d'un objet A situé à la surface d'une planète.

On appelle vitesse de libération la valeur minimale de la vitesse que doit posséder un objet A situé à la surface d'une planète pour quitter le champ de gravitation de celle-ci. (0,25pt)

3.2 Exprimer cette vitesse de libération V_2 en fonction de G , M_C et R_C , puis en fonction de g_0 et R_C . (0,25x2pt)

$$E_{C2} + E_{p2} = E_{C\infty} + E_{p\infty} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{G m M_C}{R_C} = 0 \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2G M_C}{R_C}} \text{ puis en fonction de } g_0 \text{ et } R_C.$$

A la surface de la planète C $G.M_C = g_0 R_C^2$ donc $V_2 = \sqrt{2g_0 R_C}$

3.3 Calculons la vitesse de libération pour la planète C

$$V_2 = \sqrt{22 \times 9,6 \cdot 10^6} = 20,5 \text{ km/s} \quad (0,25\text{pt})$$

Comparaison à la vitesse de libération pour la Terre qui est de $11,2 \text{ km.s}^{-1}$.

$$\frac{V_2 - 20,5}{V_{LT} \cdot 11,2} = 1,8 \cong 2 \quad \text{donc } V_2 \cong 2V_{LT} \quad \text{donc la vitesse de libération pour la planète C est presque le double à la vitesse de libération sur la Terre.} \quad (0,25\text{pt})$$

Deuxième partie : cette étude se fera dans un référentiel galiléen lié au centre de l'étoile E.

L'étoile E possède trois planètes actuellement identifiées : Gliese b notée B, Gliese c notée C et Gliese D notée D. On considère que ces planètes se déplacent sur des orbites quasiment circulaires. Le tableau ci-dessous regroupe quelques caractéristiques de ces planètes :

	B	C	D
période (jours)	$T_b=5,366$	$T_c=12,93$	$T_d=84,4$
rayon trajectoire (U.A)	r_b	$r_c=7,27 \cdot 10^{-2}$	$r_d=0,254$

La vitesse V d'une planète en mouvement circulaire autour de son étoile est donnée par la relation $V=[GM/r]^{1/2}$, r désignant le rayon de la trajectoire.

1. Donnons la signification de la lettre M intervenant dans cette relation.

M est la masse de l'astre (étoile) centrale. (0,25pt)

2.1 Enonçons la 3^e loi de Kepler, relative à la période de révolution de la planète autour de son étoile : le carré de la période de révolution de la planète autour de son étoile est proportionnel au cube de son rayon $T^2/r^3 = 4\pi^2/(MG) = \text{Constante}$ (0,25pt)

2.2 Calculons la valeur de la constante de proportionnalité intervenant dans cette loi.

(utiliser le jour comme unité de temps et l'U.A comme unité de distance) (0,5pt)

	B	C	D
période (jours)	$T_b=5,366$	$T_c=12,93$	$T_d=84,4$
rayon trajectoire (U.A)	r_b	$r_c=7,27 \cdot 10^{-2}$	$r_d=0,254$
période au carrée (jour ²)	$5,366^2=28,794$	$12,93^2=167,18$	$84,4^2=7123,36$
rayon trajectoire au cube (U.A ³)		$(7,27 \cdot 10^{-2})^3=3,84 \cdot 10^{-4}$	$0,254^3=1,638 \cdot 10^{-2}$
T^2/r^3	$4,35 \cdot 10^5 \text{ j}^2 \text{ UA}^{-3}$		

2.3 Calculer en unité astronomique le rayon de la trajectoire de la planète B.

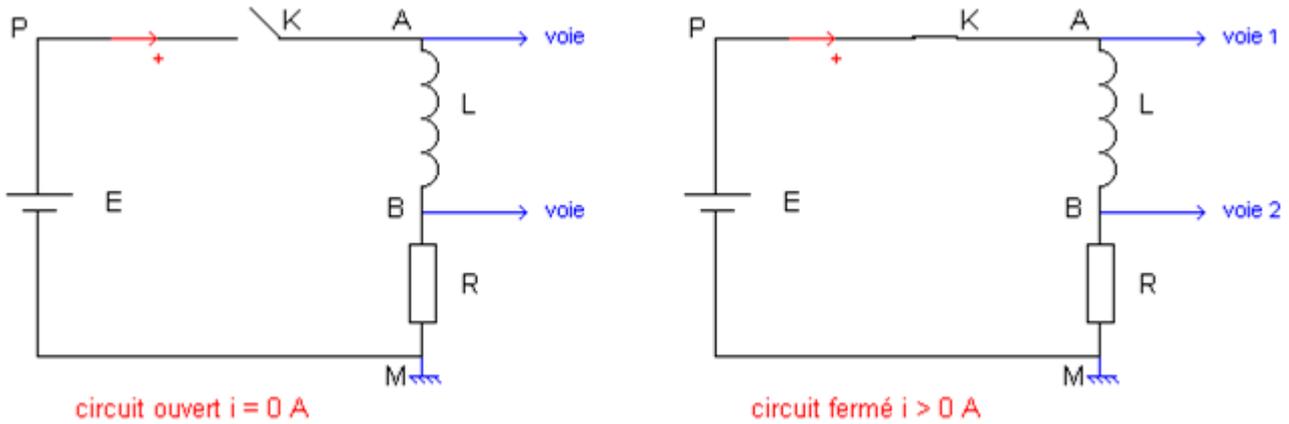
$$r_b^3 = T_b^2 / 4,35 \cdot 10^5 = 28/794 / 4,35 \cdot 10^5 = 6,619 \cdot 10^{-5}. \text{ Prendre la racine cubique.}$$

$$r_b = 4,0451 \cdot 10^{-2} \sim 4,05 \cdot 10^{-2} \text{ U.A.} \quad (0,5\text{pt})$$

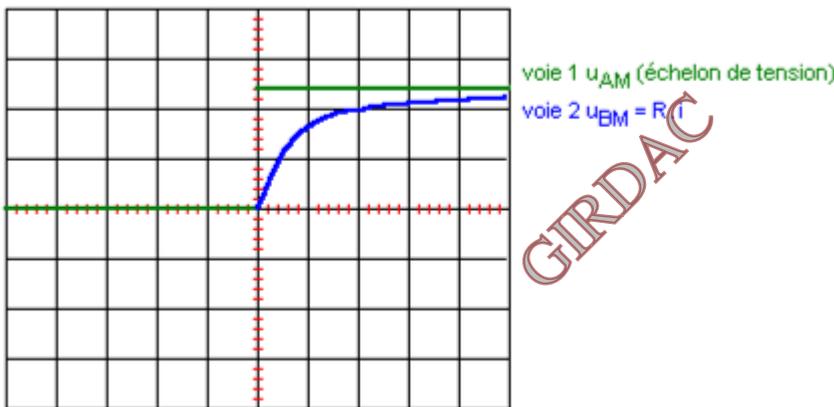
Exercice5 : (4points)

5.1.1 La tension observée sur la voie1 (0,25pt)

• Sur la voie 1, on observe la différence de potentiel $V_A - V_M$ égale à la tension u_{AM} . Cette tension vaut initialement 0 V, lorsque le circuit est ouvert. Quand, à la date 0, on ferme le circuit en basculant l'interrupteur K, cette tension passe brusquement à la valeur $E = 12$ V, tension aux bornes PM du générateur. Ce brusque passage de 0 V à $E = 12$ V s'appelle un échelon de tension.



5.2.2 Sur la voie 2, on observe la différence de potentiel $u_B - u_M = u_{BM} = R \cdot i$. Au facteur multiplicatif R, on observe donc l'allure de l'évolution de l'intensité du courant i . (0,25pt)



5.1.3 On remarque que la présence de la bobine AB retarde l'établissement du courant. En effet, en son absence, l'intensité du courant passerait instantanément de la valeur 0 à la valeur $I_{max} = E / R$. (0,25pt)

5.2 Etude théorique.

Etablissons l'équation différentielle reliant $i = i_{AM}$ à la date t .

La loi des tensions (maille PABMP) s'écrit :

$$u_{PA} + u_{AB} + u_{BM} + u_{MP} = 0$$

Exprimons chacune de ces tensions : $u_{PA} = 0$ V $u_{AB} = L \frac{di}{dt}$ $u_{BM} = R i_{BM}$

$$u_{MP} = - E$$

$$0 + R i_{BM} + L \frac{di_{AB}}{dt} - E = 0 \quad (1)$$

Posons $i = i_{AB} = i_{BM}$, la relation (1) devient :

$0 + L \frac{di}{dt} + R i - E = 0$ C'est une équation différentielle du premier ordre, à coefficients constants, à second membre constant.

$$L \frac{di}{dt} + R i = E$$

(0,5pt)

5.3. Vérifions que $i = \frac{E}{R} \left[1 - \exp - \left(\frac{R}{L} t \right) \right]$ est solution de l'équation $L \frac{di}{dt} + R i = E$

• Dérivons $\frac{E}{R} \left[1 - \exp - \left(\frac{R}{L} t \right) \right] = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} \exp - \left(\frac{R}{L} t \right)$ par rapport au temps.

On obtient :

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{L} \exp - \left(\frac{R}{L} t \right)$$

• Exprimons $L \frac{di}{dt} + R i$. On obtient, après simplification :

$$L \frac{di}{dt} + R i = E$$

Conclusion : (0,25pt)

La relation $i = \frac{E}{R} \left[1 - \exp - \left(\frac{R}{L} t \right) \right]$ est bien solution de l'équation $L \frac{di}{dt} + R i = E$

• Calculons la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$ du circuit : **(0,25pt)**

$$\tau = \frac{L}{R} = 0,120 / 4 = 0,030 \text{ s}$$

5-4 Calculons la valeur de i (0,25x5pt)

Calculons en fonction de t quelques valeurs de i données par l'équation

$$i = \frac{E}{R} \left[1 - \exp - \left(\frac{R}{L} t \right) \right]$$

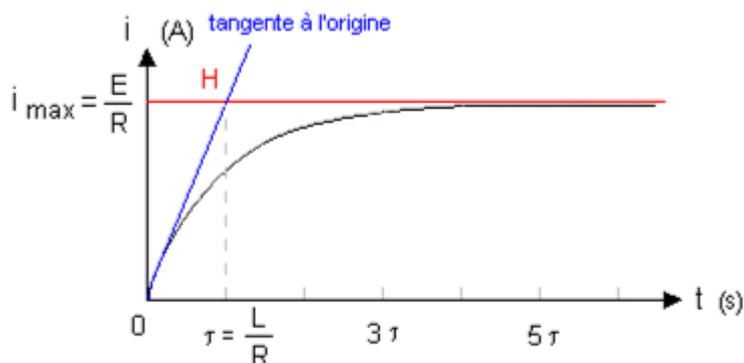
• Si $t_0 = 0$ s alors $i_0 = \frac{E}{R} \times (1 - e^{-0}) = (12 / 4) (1 - 1) = 3 \times 0 = 0$ A

• Si $t_1 = \tau = \frac{L}{R}$ alors $i_1 = \frac{E}{R} \times (1 - e^{-1}) = 3 \times (0,63) = 1,89$ A

• Si $t_5 = 5 \tau = 5 \frac{L}{R}$ alors $i_5 = \frac{E}{R} \times (1 - e^{-5}) = 3$ A

• Si $t \rightarrow \infty$ alors $i \rightarrow i_{\max} = \frac{E}{R} \times (1 - 0) = \frac{E}{R} = 3$ A. On a une asymptote horizontale.

- **Tracé de l'Allure de la courbe donnant i en fonction de t : (0,25pt)**



Après une durée égale à τ , l'intensité du courant atteint 63 / 100 de sa valeur maximale.

Après une durée voisine de 5τ , on peut considérer que le régime transitoire cesse et que le régime permanent $i_{\max} = \frac{E}{R} = 3$ A est pratiquement atteint.

- **Montrons que la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$ du dipôle L, R est égale à la date pour laquelle la tangente à la courbe, tracée à l'origine des temps, coupe l'asymptote horizontale. (0,25pt)**

De l'équation :

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{L} \exp - \left(\frac{R}{L} t \right) \text{ on déduit : } \left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0} = \frac{E}{L}$$

- La tangente à l'origine des temps a pour pente $\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{L}$. Son équation est $i = \frac{E}{L}t$
 - D'après l'équation $i = \frac{E}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right]$, si t tend vers l'infini, alors i tend vers $\frac{E}{R}$.
- L'asymptote est une droite horizontale d'équation $i = \frac{E}{R}$

• Les coordonnées du point d'intersection H de cette asymptote et de la tangente à l'origine satisfont à :

$$i = \frac{E}{L}t \quad \text{et} \quad i = \frac{E}{R}$$

$$\text{Soit } i_H = \frac{E}{R} \quad \text{et} \quad t_H = \frac{L}{R}$$

On voit que $t_H = \frac{L}{R}$ est bien égal à la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$ du dipôle inductance-résistance.

La constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$ du dipôle L, R est égale à la date pour laquelle la tangente à la courbe, tracée à l'origine des temps, coupe l'asymptote horizontale.

Plus $\tau = \frac{L}{R}$ est grand, plus le courant est long à s'établir dans le circuit.

5.5 Calculons l'énergie magnétique $W = \frac{1}{2} L i^2$ stockée dans la bobine à la date $t = 0$ puis pour $t \rightarrow \infty$ (régime permanent) (0,25pt)

Si $t = 0$ s alors $W_0 = 0$ Joule

Si $t \rightarrow \infty$ alors $W_{\max} = \frac{1}{2} L i_{\max}^2 = 0,5 \times 0,12 \times 3^2 = 0,54$ J

Cette énergie magnétique est une énergie potentielle mise en réserve dans la bobine. Elle est restituée à l'ouverture du circuit et peut même causer des dégâts aux bornes des interrupteurs (étincelle de rupture).

5.6 Calculons, à la date t , les tensions u_{AB} , u_{BM} et u_{AM} . (0,25pt)

• Connaissant $i = \frac{E}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right]$ on peut retrouver $\frac{di}{dt} = \frac{E}{L} \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$ et calculer :

$$u_{AB} = L \frac{di}{dt} = E \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

A $t = \tau$ $u_{AB} = E \exp(-1) = 12 \times \exp(-1) = 4,41$ V

• Connaissant $i = \frac{E}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right]$ on peut calculer :

$$u_{BM} = Ri = E \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right]$$

$$u_{BM} = 12 \left[1 - \exp(-1) \right] = 7,58$$
 V

• Connaissant $u_{AB} = L \frac{di}{dt} = E \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$ et $u_{BM} = Ri = E \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right]$, on peut retrouver :

$$u_{AM} = u_{AB} + u_{BM} = E = 12$$
 V (évident d'après le schéma)