Mouhammed DIAGNE professeur d'enseignement secondaire au lycée de Kounoune

Cours de terminale S

Chapitre1 : CINEMATIQUE DU POINT

Niveau : Terminale S
Durée : 6h
Effectif :

A- Pré-requis

Pour comprendre cette leçon, l'élève doit connaitre

- La notion de mouvement
- La notion de trajectoire
- La notion de vitesse
- Les notions de mathématique suivantes: la dérivée, la primitive et l'intégrale

B-Concepts clés :

- Référentiel, mobile, repère, position, temps

C-Objectifs

A la fin de la leçon l'élève doit être capable de

- Citer des référentiels
- Utiliser les coordonnées cartésiennes, polaires et l'abscisse curviligne
- Etablir et utiliser les expressions des vecteurs positions, vitesse instantanée et accélération instantanée
- Etablir et utiliser les expressions des accélérations tangentielle et normale
- Etablir et utiliser les lois horaires de quelques mouvements
- Réaliser quelques expériences en cinématique : banc et table à coussin d'air, chute libre, plan incliné

D- Plan du cours

Introduction

I. Rappels

I-1 Point matériel :

I-2 Un solide :

I-3 Système :

II. Etude de mouvement

II.1 Vecteur position et distance parcourue

II.2 Vitesse

II.3 Accélération

II. Mouvement rectiligne

III.1 Mouvement rectiligne uniforme

III.4 Mouvement rectiligne uniformément varié

III.3. Mouvement rectiligne sinusoïdal

V. Mouvement circulaire

IV.1 Mouvement circulaire uniforme

IV.4 Mouvement circulaire uniformément varié

V. Références bibliographiques

E-	Déroulement possible:		
P1TS	C1 : CINEMATIQUE DU POINT	Durée : 6h	Classe: TS

Introduction

La cinématique est la science qui étudie le mouvement des objets sans considérer les causes qui le produisent.

Rappels

I-1 Point matériel :

*Un point matériel ou "particule" est un objet de dimension extrêmement petite telle que sa position peut être repérée comme celle d'un point géométrique. Il est caractérisé par sa masse (**m**).*

I-2 Un solide :

Un solide est un corps indéformable. On peut considérer un solide comme étant constitué d'une infinité de points matériels qui conservent entre eux des distances fixes quel que soit son mouvement.

Dans la suite, lorsqu'on étudiera le mouvement d'un solide, on se limitera à décrire le mouvement d'un seul de ses points. ***Autrement dit, la position du solide sera repérée par celle de l'un des points matériels qui le constituent.***

I-3 Système :

Un système est un objet ou un ensemble d'objets délimité par une surface réelle ou fictive et que l'on distingue de son environnement pour en faire une étude particulière.

Le système devra être défini pour chaque problème considéré.

Tout ce qui n'appartient pas au système constitue le milieu extérieur ou "reste de l'Univers".

Exemples : Système {Terre-Lune} ; {gaz dans un récipient} ; {charge dans un champ électrique}

Remarque *: Dans la suite, on ne considérera, le plus souvent, que le cas du mouvement du centre d'inertie (C.I.) du système ou le cas du mouvement d'un objet ponctuel.*

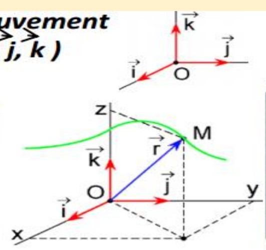
I- Etude de mouvement

On va étudier le mouvement d'un point M en mouvement de translation dans le repère orthonormé R (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$)

1) Vecteur espace (position) $\overrightarrow{OM}$ et distance parcourue

$$\overrightarrow{OM}(t) = \vec{r}(t) = x(t).\vec{i} + y(t).\vec{j} + z(t).\vec{k}$$

Avec x(t) , y(t) et z(t) sont les lois horaires du mouvement ou équations paramétriques du mouvement



Puisque le mobile se déplace donc les coordonnées x, y et z dépend du temps t donc x = x(t) , y= y(t) et z = z(t)

Comment calculer la distance entre le point O et le point M ?

$||\overrightarrow{OM}|| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ c'est la distance entre O et M avec $\begin{cases} x = x_M - x_O \\ y = y_M - y_O \\ z = z_M - z_O \end{cases}$

2) Vitesse

a- Vitesse moyenne

Par définition le vecteur vitesse moyenne entre deux instant t et t' et lorsque le mobile se déplace entre les deux points M et M' peut s'écrire :

$$\vec{V}_{moy} = \frac{\overrightarrow{MM'}}{t'-t} = \frac{\overrightarrow{OM'}-\overrightarrow{OM}}{t'-t}$$

Soit $\|\overrightarrow{V_{moy}}\|$ la valeur de cette vitesse et qui s'exprime en $m.s^{-1}$

Application :

Soit $\overrightarrow{OM} = (2t-3)\vec{i} - 2t\vec{j}$

Calculer la valeur de la vitesse moyenne entre 1s et 2s

$\overrightarrow{OM}(t = 1s) = -\vec{i} - 2\vec{j}$ et $\overrightarrow{OM}(t = 2s) = \vec{i} - 4\vec{j}$

$\vec{V}_{moy} = \dfrac{\overrightarrow{OM}(t=2s) - \overrightarrow{OM}(t=1s)}{2-1} = 2(\vec{i} - \vec{j})$ donc la valeur de cette vitesse est $\|\overrightarrow{V_{moy}}\| = 2\sqrt{1^2 + (-1)^2} = 2\sqrt{2}$ $m.s^{-1}$

b- Vitesse instantanée

C'est la vitesse à tout instant il est définie par la dérivée du vecteur position par rapport au temps

Soit : $\vec{v}(t) = \dfrac{d\vec{r}(t)}{dt} = \dfrac{dx(t)}{dt}.\vec{i} + \dfrac{dy(t)}{dt}.\vec{j} + \dfrac{dz(t)}{dt}.\vec{k}$

Avec $\begin{cases} v_x = \dfrac{dx(t)}{dt} \\ v_y = \dfrac{dy(t)}{dt} \\ v_z = \dfrac{dz(t)}{dt} \end{cases}$

Dérivée

Constante $\rightarrow$ 0 a.t $\longrightarrow$ a $t^n \longrightarrow n.t^{n-1}$

Exp : $2t^2 - 3t + 4 \longrightarrow 2.(2t) - 3 = 4t - 3$

Soit la $\|\vec{V}\|$ valeur de cette vitesse et qui s'exprime en $m.s^{-1}$

Application :

Soit $\overrightarrow{OM} = t\vec{i} + (3t^2 - 4)\vec{j}$

Calculer la vitesse du mobile à t = 2s

$\vec{V} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \vec{i} + 6t\vec{j}$ donc $\vec{V}(t = 2s) = \vec{i} + 12\vec{j}$ d'où $\|\vec{V}(t = 2s)\| = \sqrt{1^2 + (12)^2} = 12,041\ m.s^{-1}$

c- Comment déterminer le vecteur position à partir du vecteur vitesse ?

Pour déduire $\overrightarrow{OM}$ à partir de $\vec{V}$ on utilise l'opérateur primitive

c- Comment déterminer le vecteur position à partir du vecteur vitesse ?

Pour déduire $\overrightarrow{OM}$ à partir de $\vec{V}$ on utilise l'opérateur primitive

Application :

Soit $\vec{V} = 2\vec{j}$, déterminer $\overrightarrow{OM}$ sachant qu' à t = 3s le mobile passe par le point A(2, 0)
Par primitive de $\vec{V}$ on obtient :

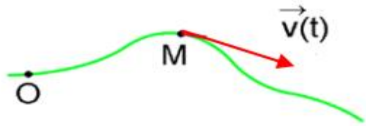
$\overrightarrow{OM} = C_1\vec{i} + (2t + C_2)\vec{j}$
à t = 2s on a $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} = C_1\vec{i} + C_2\vec{j}$
donc $C_1 = 2$ et $C_2 = 0$ d'ou $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 2t\vec{j}$

Primitive

0 → Constante(C)   a → a.t $t^n \longrightarrow \frac{t^{n+1}}{n+1}$

Exp : $5t^2 - 3t + 2 \rightarrow 5(\frac{t^3}{3}) - 3(\frac{t^2}{2}) + 2.t +$

Remarque : Le vecteur vitesse se représente toujours tangente à la trajectoire au point considéré



3) *Accélération*

a- *Accélération moyenne*

Intuitivement on sait que l'accélération représente le "taux de variation de la vitesse".
Par définition le vecteur accélération moyenne entre deux instants de dates t et t' est :

$$\overrightarrow{a_{moy}} = \frac{\overrightarrow{v'}(t) - \overrightarrow{v}(t)}{t' - t}$$

Soit $||\overrightarrow{a_{moy}}||$ la valeur de cette vitesse et qui s'exprime en $m.s^{-2}$

b- *Accélération instantannée*

C'est l'accélération à tout instant il est définie par la dérivée du vecteur vitesse par rappo u tem

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{dv_x(t)}{dt}.\vec{i} + \frac{dv_y(t)}{dt}.\vec{j} + \frac{dv_z(t)}{dt}.\vec{k}$$

Soit alors : $\vec{a}(t) \begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x(t)}{dt} \\ a_y = \dfrac{dv_y(t)}{dt} \\ a_z = \dfrac{dv_z(t)}{dt} \end{cases}$

L'accélération instantanée $\vec{a}$ est la dérivée seconde de $\overrightarrow{OM}$

Soit : $\vec{a} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$

3ilmyahoeducation.com

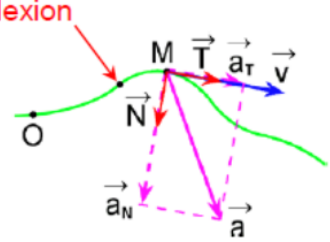
c- *Accélération dans le repère de Frénet*

En chaque point de la trajectoire, on peut, en général, définir un vecteur unitaire tangent $\vec{T}$ (on peut toujours le définir) et un vecteur unitaire normal $\vec{N}$ (on ne peut pas toujours le définir) orthogonal à $\vec{T}$ et dans le plan osculateur de la trajectoire (plan contenant la trajectoire) et tourné vers la concavité de cette trajectoire. Ces deux vecteurs avec le point M origine constituent le ***repère de Frénet (M, $\vec{T}$, $\vec{N}$)***

Remarque : Puisque $\vec{N}$ et $\vec{T}$ change de direction et de sens au cours du temps, ils sont notés $\vec{N}$(t) et $\vec{T}$(t)

L'expression du vecteur accélération en coordonnées curvilignes ou locales est :

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\bar{v}(t)}{dt}.\vec{T}(t) + \frac{v^2}{\rho}.\vec{N}(t)}$$



ρ est le rayon de courbure de la trajectoire au point coïncidant.

On pose : $a_T(t) = \dfrac{d\bar{v}(t)}{dt}$; $a_N(t) = \dfrac{v^2}{\rho}$

ou $\vec{a}_T(t) = \dfrac{d\bar{v}(t)}{dt}.\vec{T}(t)$; $\vec{a}_N(t) = \dfrac{v^2}{\rho}.\vec{N}(t)$

Remarque : comme v^2/ρ est positif et que $\vec{N}(t)$ est tourné vers la concavité de cette trajectoire $\vec{a}_N(t)$ est toujours dirigé vers la concavité de la trajectoire : on dit que le vecteur accélération est centripète.

Remarque : en un point d'inflexion, le vecteur $\vec{N}(t)$ n'est pas défini, mais ça ne pose pas de problème : en effet, le rayon de courbure ρ étant infini, le vecteur accélération n'a pas de composante "normale", le vecteur accélération n'est donc que tangent.

Les vecteurs unitaires $\vec{T}(t)$ et $\vec{N}(t)$ et le point mobile P constituent le début d'un trièdre qu'on appelle repère de Frénet.

III/ Mouvement rectiligne

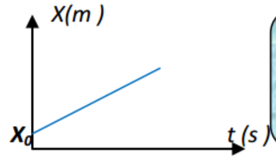
Dans ce cas le mouvement est supporté par une droite donc on peut définir un repère unidimensionnel R(O,$\vec{i}$)

1) Mouvement rectiligne uniforme

$$\boxed{\text{mouvement tel que } \vec{v}(t) = \vec{V}_0 \Leftrightarrow \text{mouvement tel que } \vec{a}(t) = \vec{0}}$$

$\vec{V}_0$ est la vitesse initiale=$\vec{c}^{te}$

Soit x (t) la loi horaire du mouvement $x = v_0.t + x_0$



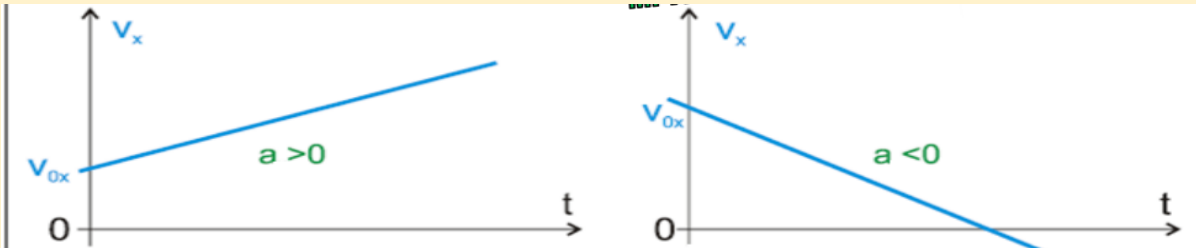
La pente de cette droite représente la valeur de V_0

2) Mouvement rectiligne uniformément varié

$$\boxed{\text{mouvement tel que } \vec{a}(t) = \vec{c}^{te} \text{ et } \vec{a}(t) \text{ est parallèle à } \vec{v}(t)\text{, à chaque instant}}$$

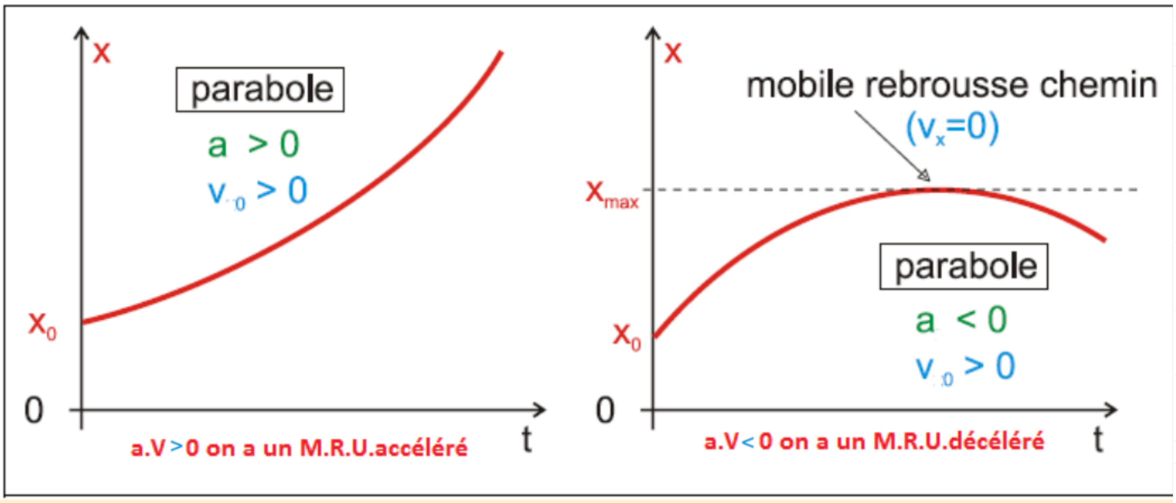
Soit v (t) la vitesse du mobile $v(t) = v_x(t) = a.t + v_0$

Diagramme horaire :



La pente de la droite donne la valeur de a

Soit x (t) la loi horaire du mouvement $x = \frac{1}{2}.a.t^2 + v_0.t + x_0$



Propriétés :

P1 : Loi des espaces

Soit un mouvement s'effectuant suivant l'axe ox.

$v^2 - v_0^2 = 2.a.(x - x_0)$ cette relation est aussi dite loi des aires.

P2 : Mouvement accélère ou retardé

Un mouvement est dit accéléré si la norme $||\vec{V}||$ du vecteur du mobile augmente, retardé ou décélérée, si $||\vec{V}||$diminue et uniforme si $||\vec{V}||$ est constante.

On montre que :

- Un mouvement est accélérée si $\vec{a}.\vec{v} > 0 \Rightarrow \vec{a}$ et $\vec{v}$ ont mêmes sens.
- Un mouvement est décélérée si $\vec{a}.\vec{v} < 0 \Rightarrow \vec{a}$ et $\vec{v}$ sont de sens contraires.
- Un mouvement est uniforme si$\vec{a}.\vec{v} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = \vec{0} \\ \vec{a} \ \ per \ \ \vec{v} \end{cases}$

P3 : distances parcourues pendant des intervalles de temps successifs et égaux.

Les distances parcourues pendant des durées successives égales, de valeurs θ forment une progression arithmétique de raison $r = a\theta^2$.

Démonstration :

A différentes dates, les abscisses du mobile sont :

A t, $x_{(0)} = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

A t+θ , $x_{(1)} = \frac{1}{2}a(t+\theta)^2 + v_0(t+\theta) + x_0$

A t+2θ , $x_{(2)} = \frac{1}{2}a(t+2\theta)^2 + v_0(t+2\theta) + x_0$

A t+3θ, $x_{(3)} = \frac{1}{2}a(t+3\theta)^2 + v_0(t+3\theta) + x_0$

Les distances parcourues recherchées sont donc ;

$d_1 = x_{(1)} - x_{(0)} = \frac{1}{2}a\,\theta^2 + at\theta \ + v_0\,\theta$

$d_2 = x_{(2)} - x_{(1)} = \frac{3}{2}a\,\theta^2 + at\theta \ + v_0\,\theta$

$d_3 = x_{(3)} - x_{(2)} = \frac{5}{2}a\,\theta^2 + at\theta \ + v_0\,\theta$

d'où la raison $r = d_2 - d_1 = d_3 - d_2 = a\theta^2$.

Application 4

Dans un repère$(\vec{O},\vec{\imath},\vec{\jmath})$, un mobile animé d'un mouvement curviligne a un vecteur accélération $\vec{a} = 4\vec{\jmath}$ et un vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{Vo} = 3\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}$ à t=0s.

) Ecrire les équations horaires du mouvement sachant que le mobile passe par l'origine des axes à t= 0s.
) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile.
) Calculer l'intensité du vecteur vitesse à tout instant.
) Déterminer les valeurs des accélérations tangentielle et normale du mobile à t=0s et en déduire son rayon correspondant.
) Entre quels instants de date le mouvement est-il accéléré ? Retardé ?

Application 5 :

Sur une portion rectiligne de voie ferrée ABC, un train arrive en A avec une vitesse de 108km/h. Il a la marche suivante.
De A à B (AB=800m) son mouvement est uniformément varié. Au passage en B sa vitesse est de 36km/h.
De B à C pendant 90s son mouvement est uniforme.

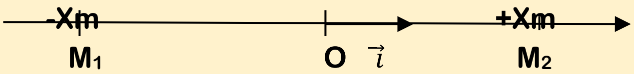
1) Ecrire les équations horaires des mouvements des 2 phases.
2) Calculer la distance totale parcourue par le Train le long du trajet ABC.

La date 0 est la date de passage en A, l'origine de l'axe est le point A

3. Mouvement rectiligne sinusoïdal

a. Définition

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal s'il est astreint a se déplacer sur un segment de droite en un mouvement de va et vient autour d'un point O.



$M_1M_2=2X_m$

b. Equation horaire du mouvement

L'abscisse d'un mouvement rectiligne sinusoïdal varie selon la loi : $x = x_m.\cos(\omega.t + \varphi)$ ou $x = x_m.\sin(\omega.t + \varphi)$ où :

- x_m est l'amplitude du mouvement ou bien élongation maximale,
- ω est la pulsation
- φ est la phase à l'origine (la phase à l'instant t)
- $\omega.t + \varphi$ est la phase instantanée

Et ω vérifie : $\omega.T = 2\pi$ avec T la période

c. Equation horaire de la vitesse

$V = \dot{x}$ alors l'équation horaire du mobil s'écrit : $V = -\omega.x_m.\sin(\omega t + \varphi)$ ou bien $V = \omega.x_m.\cos(\omega t + \varphi)$

En posant $v_m = x_m.\omega$ on a : $V = -v_m\sin(\omega t + \varphi)$ ou bien $V = v_m\cos(\omega t + \varphi)$

d. Equation horaire de l'accélération

On a : a = $\dot{v}$ alors si on a $x = x_m.\cos(\omega.t + \varphi)$ on obtient (en dérivant deux fois) : $a = -\omega^2.x_m.\cos(\omega t + \varphi)$ soit alors :$a = -\omega^2 x$

NB : Cette dernière relation est une propriété caractéristique des mouvements rectilignes sinusoïdaux

Application 6

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'amplitude X_m = 3 cm et de période T = 0.5 s. On suppose qu'à l'origine des temps, l'élongation x est maximale.
1) Déterminer l'équation horaire du mouvement.
2) Calculer l'élongation x, la vitesse v et l'accélération a du mobile à l'instant t = 0,25 s.

Application 7

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'équation horaire x = Xmsin (4πt + ϕ)
1) Déterminer la pulsation ω la période T et la fréquence N de ce mouvement.
2) Déterminer l'amplitude Xm et la phase initiale ϕ sachant qu'à t = 0 le mobile se trouve en un point d'abscisse x_0=0 avec une vitesse v_0 = 0,5 m.s^{-1}.

IV- Mouvements circulaires

Un mobile est animé d'un mouvement circulaire si sa trajectoire est un cercle.

..........Grandeurs angulaires..........

La position d'un mobil sur sa trajectoire circulaire peut être repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$ (voir figure).

La loi horaire t $\longmapsto \alpha = \alpha(t)$ donne la variation de l'angle de α en fonction du temps.
La vitesse angulaire ω est défini par : $\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \dot{\alpha}$.
L'unité de la vitesse angulaire est le **radian par seconde** (symbole : rad.s^{-1})
La mesure en radians de l'angle α est lié à l'abscisse curviligne s par :

$$\alpha = \frac{S}{R}.$$

Il vient évidement :Tapez une équation ici.

$$\omega = \dot{\alpha} = \frac{\dot{S}}{R} \text{ et } \quad \dot{\omega} = \ddot{\alpha} = \frac{\ddot{S}}{R},$$

Soit, avec $\dot{s}$ = v et $\ddot{s} = \frac{dv}{dt} = a_t$:

$$\omega = \frac{V}{R} \text{ et } \quad \dot{\omega} = \frac{a_t}{R}.$$

1. Mouvement circulaire uniforme

a. Définition

Un mobile décrit un mouvement circulaire uniforme si sa trajectoire est un cercle et la norme de son vecteur vitesse constante

***Equations horaires :**

- En coordonnées curvilignes v = $\frac{ds}{dt} \Rightarrow$ s = vt + k
A t = 0, y= $s_0 \Rightarrow s_0$= vx_0+ k $\Rightarrow$ k= $x_0 \Rightarrow$ s = vt + s_0
-En coordonnées angulaires : $\omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \theta = \omega t + k$
A t =0, $\theta = \theta_0 \Rightarrow \theta_0 = \omega.0$ + k $\Rightarrow$ k= $\theta_0 \Rightarrow \theta = \omega t + \theta_0$
-Passage entre les coordonnées curvilignes et angulaires
On a $\theta = \omega t + \theta_0$. Multiplions l'équation par le rayon courbure R $\Rightarrow$ R θ = $R\omega t + R\theta_0$ or R$\omega = V$;
R θ = s et $R\theta_0$= $s_0 \Rightarrow$ s= vt +s_0.

b. Accélération d'un mouvement circulaire uniforme :

Dans la base de FRENET $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \Rightarrow \vec{a} = \frac{V^2}{R}\vec{N} + \frac{dv}{dt}\vec{T}$ or $\frac{dv}{dt} = 0$ car v = constante $\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n = \frac{V^2}{R}\vec{N}$.

2. Mouvement circulaire uniformément varié

a. Définition

Un mobile est animé d'un mouvement circulaire uniformément varié si sa trajectoire est un cercle et son accélération angulaire est constante.

b. Equation horaire de la vitesse angulaire

L'équation horaire de la vitesse angulaire d'un mouvement circulaire uniformément varié est :
$\omega = \ddot{\theta}.t + \omega_0$ **(1)**

c. Equation horaire de l'élongation ; L'élongation suit la loi : $\theta = {}^1\!/_2\,\ddot{\theta}.t^2 + \omega_0.t + \theta_0$ **(2)**

d. Relation des espaces : En utilisant les relations (1) et (2) on a : $\omega^2 - \omega_0{}^2 = 2.\ddot{\theta}.(\theta - \theta_0)$

Si le nombre de tours effectué par le mobile est n alors cette relation devient :
: $\omega^2 - \omega_0{}^2 = 4.\pi\ddot{\theta}.n$

Application 8

Un mobile se déplace sur un cercle de rayon R = 2m suivant la loi horaire $\boldsymbol{\theta = -t^2 + 10t}$ *(t en s et θ en rad)*

1/a- Que représente θ, Calculer sa valeur à t = 2s en rad puis en degré.

b- Déduire l'abscisse curviligne S à cette date, que représente cette grandeur.

2/ a- Calculer la vitesse linéaire $\vec{V}$ à t = 2s.

b- Représenter $\vec{V}$

3/ a- Déterminer l'expression de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$

b- Représenter la courbe de $\dot{\theta} = f(t)$

c- A partir de cette courbe déduire :

- *La vitesse angulaire initiale notée $\dot{\theta}_0$*
- *L'accélération angulaire $\ddot{\theta}$*

4/ Calculer la distance parcourue par le mobile entre les instants $t_1 = 3s$ et $t_2 = 5s$

4/ a- Etablir l'expression de l'accélération $\vec{a}$ du mobile M en fonction de R, $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$

b- calculer la valeur de $\vec{a}$ à t = 2s

CINEMATIQUE DU POINT

Exercice1 :

Un mobile M est en mouvement dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, son vecteur position s'écrit :

$\overrightarrow{OM} = 2t\,\vec{i} + (2t^2 - t)\,\vec{j}$ **(Les coordonnées sont exprimées en mètre et t en seconde)**

1/ a) Donner les équations horaires du mouvement.
b) Déterminer l'équation de la trajectoire et déduire sa nature.
2/ a) Déterminer les instants des dates t_0 et t_1 lorsque le mobile rencontre l'axe des abscisses (X'OX).
b) Déterminer les coordonnés des points M_0 et M_1 à ces instants.
3/ Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$; déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}$ et le vecteur accélération $\vec{a}$ de ce mobile.
4/ a) A quel instant de date t_2 la composante V_y s'annule.
b) Déduire les coordonnées du point M_2 à cet instant.
5/ a) Déterminer en ce temps t_2 les composantes tangentielles $\vec{a}_T$ et normale $\vec{a}_N$ de l'accélération.
b) Déduire le rayon de courbure R de la trajectoire à l'instant t_2.

Exercice2 :

Un mobile assimilé à un point matériel est en mouvement dans un repère R $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ son vecteur position s'écrit $\overrightarrow{OM} = (3t - 1)\,\vec{i} + t^2\,\vec{j}$
1 / a) Ecrire les équations horaires du mouvement et déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire
b) Représenter graphiquement cette trajectoire.
2/ Ecrire les expressions de vecteur vitesse $\vec{V}(t)$ et du vecteur accélération $\vec{a}$ (t).
3/ à l'instant t_1 la trajectoire passe par le point M_1 d'abscisse X_1=1m.
a) Déterminer l'instant t_1.
b) Ecrire l'expression numérique du vecteur vitesse $\vec{V}_1$ à l'instant t_1.
c) Représenter sur la trajectoire le vecteur espace $\overrightarrow{OM}_1$ et le vecteur Vitesse $\vec{V}_1$ du mobile à cet instant.
d) Représenter sur la trajectoire le repère de Freinet au point M_1.
e) Déterminer avec justification la valeur de la composante tangentielle $\vec{a}_T$ et normale $\vec{a}_N$ du vecteur accélération à cet instant et en déduire le rayon de courbure R_1 de la trajectoire au point M_1.
4/ à l'instant t_2 le mobile coupe l'axe (X'X) au point M_2.
a) Déterminer l'instant t_2.
b) Ecrire l'expression numérique du vecteur vitesse $\vec{V}_2$ et celui du vecteur position $\overrightarrow{OM}_2$ à l'instant t_2.
c) Représenter le vecteur espace $\overrightarrow{OM}_2$ et le vecteur vitesse $\vec{V}_2$ du mobile à cet instant t_2.
e) Déterminer avec justification la valeur de la composante tangentielle $\vec{a}_T$ et normale $\vec{a}_N$ du vecteur accélération à cet instant et en déduire le rayon de courbure R_2 de la trajectoire au point M_2. Représenter le vecteur accélération $\vec{a}$ du mobile à cet instant t_2.

Exercice3 :

Soit $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i}$ le vecteur position d'un point mobile M animé d'un mouvement rectiligne d'équation horaire : $x(t) = -5t^2 + 30t + 10$, $t > 0$.

Déterminer les vecteurs vitesses $\vec{V}$ et accélération $\vec{a}$ du point mobile. Quelle est la nature du mouvement ? Préciser les valeurs de l'accélération, de la vitesse et de l'abscisse de M à l'instant initial.

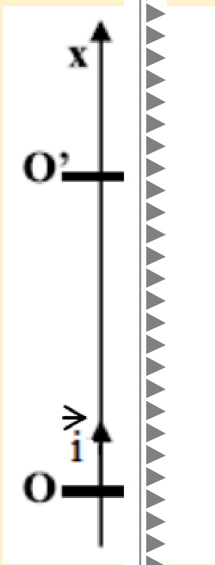
2/ Etudier la variation de la vitesse V en fonction du temps t. A quelle date le mouvement de M change t-il de sens ? Entre quels instants ce mouvement est-il accéléré ? ou retardé ?
3/ Représenter graphiquement la fonction x(t). Déterminer sur ce graphique là où le vecteur vitesse change de sens. Quelle est alors l'abscisse de M ?
4/ Exprimer la vitesse V en fonction de l'abscisse x. Retrouver à partir de cette relation l'abscisse correspondant au changement de sens de mouvement.

Exercice 4 :

*Un mobile **M** décrit une trajectoire rectiligne munie d'un repère espace (O, $\vec{i}$) , son vecteur accélération est constant pendant toute la durée du mouvement qui est fixé à **t = 5 s.**)*
*A l'instant **t_0 = 0 s**, le mobile passe par un point **M_0** d'abscisse **x_0 = - 0,5 m**, avec une vitesse **v_0 = - 1 m.s^{-1}**.*
*Au passage par le point **M_1**, d'abscisse **x_1 = 5 m**, sa vitesse est **v_1 = 4,7 m.s^{-1}**.*
1/ Calculer l'accélération a du mobile.
*2/ Calculer la date **t_1** à laquelle le mobile passe par le point **M_1**.*
3/ Donner l'équation horaire du mouvement du mobile.
*4/ A la date **t = 2 s**, un deuxième mobile **M'** passe par le point d'abscisse **x_1 = 5 m**, avec un mouvement rectiligne uniforme de vitesse **v' = 4 m.s^{-1}**.*
*a) Calculer la date **t_r** de la rencontre des deux mobiles.*
*b) En déduire l'abscisse **x_r** de cette rencontre.*

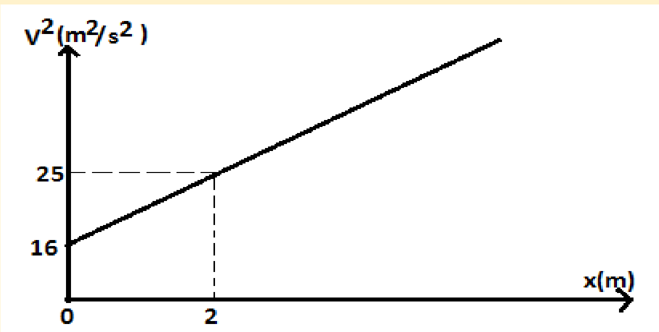
Exercice 5 :

On donne l'intensité de la pesanteur g = 10m.s^{-2}
1/ A la date t=0s on lance une bille O vers le haut à la vitesse V_{oA}=15ms^{-1}.
a) Ecrire l'équation horaire du mouvement de A dans le repère (O, $\vec{i}$)
b) A quel instant la bille A atteint-elle la hauteur maximale, déduire cette hauteur.
c) Calculer la distance parcourue par la bille A à l'instant t_2 = 3s.
2/ A la même date t=0 on lance sans vitesse initiale une bille B à partir d'un point O' tel que 00'=9m.
a) Ecrire l'équation horaire du mouvement de B dans le repère (0, $\vec{i}$)
b) A quel date et en quel lieu se produit le rencontre entre A et B
3/ Après une seconde du lâchement de B on lâche après une seconde une Bille C.
a) Ecrire la loi horaire du mouvement de C
b) La bille C arrive au point O à la même date que la bille B, avec quelle vitesse initiale C est-elle lâchée ?



Exercice 6 :

Un mobile démarre avec une vitesse initiale V_o à la date 0 de l'origine des axes en allant dans le sens positif. Son mouvement est rectiligne uniformément varié.
Le graphe ci-dessous donne les variations du carré de la vitesse en fonction de l'abscisse x.
1) *Trouver la valeur de la vitesse initiale*
2) *Trouver l'accélération du mouvement.*
3) *Le mobile passe-t-il par l'origine de l'axe à une autre que la date 0 ? si oui laquelle ?*



Exercice 7:

On donne l'équation horaire d'un mobile M par rapport au repère *(0, $\vec{i}$, $\vec{j}$)*

$x = A\cos\omega t$; $A = 10$ cm ; $\omega = 10$ rad/s

$y = A\sin\omega t$

1-Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante et la calculer.
2-Montrrer que la valeur de son accélération est une constante et la calculer.
3-Quelle est la trajectoire du mobile ? Que représente A ?
4-Quels sont la direction et le sens du vecteur accélération ?

Exercice8

Un mobile ponctuel M à une trajectoire circulaire de rayon R dans le repère (M, $\vec{T}$, $\vec{N}$) , son accélération

Partie A : L'accélération $\vec{a} = 50\vec{N}$

1/ Montrer que le mouvement de M est uniforme.

2/ La période du mouvement est T = 1.256 s. Calculer :

a- La vitesse angulaire de M.

b- Le rayon R de la trajectoire.

Partie B :

Après 8s de son départ le mouvement de M devient uniformément accéléré en particulier à t = 12s la nouvelle accélération $\vec{a}' = 70\vec{N} + \alpha\vec{T}$ on donne $\Delta\theta$ entre les instants t = 8s et t = 12s est π rad

1/ Calculer l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ du mobile M.

2/ a- Déterminer l'expression de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$

c- Déduire la valeur de α

3/ Etablir la loi horaire du mouvement de M.

4/ Représenter avec toute la précision nécessaire cette loi horaire.

Exercice 9

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. Il se déplace sur un segment de longueur 6m, la fréquence du mouvement est de 5Hz à l'instant initial, le mobile est à son abscisse maximum.

Déterminer son équation horaire.

Déterminer la vitesse et l'accélération au temps t=0

Déterminer sa nouvelle équation horaire si à t=Os le mobile passe à l'origine avec une vitesse positive.

Exercice 10

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. On donne ci-contre le graph x=f(t) qui donne les variations de l'abscisse en fonction du temps.

Trouver l'amplitude et la fréquence du mouvement

Ecrire l'équation horaire du mouvement x(t)

A partir du graph, dire à quelles dates la vitesse s'annule.